

vojenský topografický obzor



vydává MNO

1

1971

O B S A H

	Strana
Plk. ing. Vladimír Vahala: Příspěvek k problematice geodetických sítí používaných při topografickém zabezpečení bojové činnosti vojsk	1
<i>Recenzent: plk. prof. dr. ing. Josef Vykutíl</i>	
Pplk. ing. Věnek Pavlica, CSc: Automatické programování výpočtů u polních geodetických útvarů	27
<i>Recenzent: pplk. ing. Jiří Mračík</i>	
Pplk. ing. Cenek Kadlec: Zkušenosti z ověřovacích zkoušek přenosu dat rádiovým dálkopisem stanice R-118 BM u geodetického odřadu	50
<i>Recenzent: mjr. ing. Jan Kotva</i>	
Ing. Miloš Cimbálník, CSc: Ke zpracování jednotné astronomicko-geodetické sítě a základny kosmické triangulace	56
<i>Recenzent: plk. prof. dr. ing. Josef Vykutíl</i>	
Doc. ing. Zdeněk Nevošád, CSc: Základna kosmické triangulace a její význam pro astronomicko-geodetickou síť	79
<i>Recenzent: pplk. ing. Vladimír Martinák, CSc</i>	
Ing. Jan Fixel, CSc: Využití astronomických veličin v základní astronomicko-geodetické síti	105
<i>Recenzent: ing. Milan Burša, CSc</i>	
Mjr. ing. Drahomír Dušátko: Transformace tížnicových odchylek a výšek geoidu s elipsoidu Hayfordova na elipsoid Krasovského	125
<i>Recenzent: plk. prof. dr. ing. Josef Vykutíl, ing. Miloš Píck, DrSc.</i>	
Pplk. ing. Stanislav Kvasnička: Určení korekce postupimského tíhového systému z družicových pozorování	138
<i>Recenzent: ing. Milan Burša, CSc</i>	
Ing. Marta Šimonová: Resolvometrie leteckých filmů pro měřické účely	156
<i>Recenzent: pplk. ing. Boleslav Cervinka</i>	

VOJENSKÝ TOPOGRAFICKÝ OBZOR. Vydává MNO. Řídí redakční rada: ing. Vladimír Vahala, CSc (předseda), prof. dr. ing. Bedřich Chrástil, ing. Jiří Kánský, ing. Zdeněk Karas, doc. dr. ing. Jan Klíma, ing. Ladislav Kebísek, ing. Vladislav Oliva, ing. Erhart Senka, CSc, ing. Josef Širůček, prof. dr. ing. Josef Vykutíl

Redaktor: ing. Vladimír Martinák, CSc

Plk. ing. Vladimír V a h a l a, MNO

Příspěvek k problematice geodetických sítí používaných při topografickém zabezpečení bojové činnosti vojsk

Úvod

V současné době prodělává rozvoj ozbrojených sil nový kvalitativní rozmach vyzbrojováním novými mocnými prostředky boje a postupným zaváděním prvků mechanizace a automatizace jak do oblastí řízení a velení vojskům, tak i do oblastí vedení bojové činnosti.

Zvýšení motorizace a mechanizace vojsk přispělo k jejich pohyblivosti, umožnilo provádění rychlých přesunů, nečekaného manévru a vedení bojové činnosti rychlým tempem. Rozvoj raketových prostředků vede postupně také ke stále většímu využívání kosmického prostoru pro válečné účely.

Současné podmínky boje vyžadují z těchto důvodů stále pečlivější přípravu a všestranné zabezpečení bojové činnosti vojsk, které musí být prováděno jak vševojskovými, tak i speciálními útvary, jednotkami a službami, které je zajišťují.

Spolu s ostatními druhy zabezpečení za současných podmínek značně vzrostla úloha a význam topograficko-geodetického zabezpečení bojové činnosti vojsk. Vyzbrojování naší armády novou technikou vyžaduje od topografické služby ČSLA nejenom zabezpečení vojsk topografickými mapami, ale také různými speciálními mapami a popisy obsahujícími doplňující údaje nutné pro činnost velitelů štábů a vojsk, a zvláště pak geodetickými údaji nutnými pro vedení paleb všeho druhu, činnost radiotechnických prostředků pozemních vojsk i letectva, automatizovanou orientaci vojsk ap.

Zabezpečení dělostřelectva a raketového vojska, letectva, radiotechnických prostředků výchozími geodetickými údaji je nutno provádět v krátkých termínech a

v rozlehlejších prostorech. Vedení bojové činnosti v noci, v podmínkách omezené viditelnosti a značných změn v terénu způsobených bojovou činností značně zvýšilo požadavky na topograficko-geodetické zabezpečení vojsk.

Topograficko-geodetické zabezpečení patří za současných podmínek k hlavním úkolům celkového zabezpečení bojové činnosti vojsk. Toto zabezpečení provádějí orgány a jednotky topografické služby, vševojskové štáby a štáby i jednotky druhů vojsk.

Všechny tyto skutečnosti vyžadují, aby vojenská topografická služba mnohem více než tomu bylo v minulosti usměrňovala a koordinovala činnost všech, kteří se na topograficko-geodetickém zabezpečení bojové činnosti vojsk podílejí.

K tomu účelu je nezbytně nutné postupně rozpracovávat vojenskoteoretickou i vojenskotechnickou problematiku jednotlivých hlavních úseků topograficko-geodetického zabezpečení vojsk.

Jednou z hlavních otázek je i použití geodetických sítí v období válečné činnosti vojsk.

Tato problematika se zásadně odlišuje od problematiky mírové, a to především v metodách, v čase a prostoru. Překonat protichůdné tendence, které vyvolávají časové a prostorové úkoly, je však možno pouze použitím nových metod a prostředků při současném snížení nároků na přesnost těchto prací na únosnou míru.

Cílem této studie je rozbor problematiky topograficko-geodetického zabezpečení se zvláštním zřetelem na budování a výpočty speciálních polohových geodetických sítí a na transformace používané k těmto účelům.

1. Druhy geodetických sítí a jejich rozbor z hlediska použitelnosti

Z hlediska mírového a válečného budování rozdělujeme geodetické sítě na

- trigonometrické sítě a
- speciální geodetické sítě.

Trigonometrické sítě budují jednotlivé státy nebo koalice států na vlastním území již v míru a současně vyvíjejí maximální snahu získat potřebné údaje /ať výsledné nebo podkladové/ i z území svého protivníka.

Pro geodetické připojení bojových sestav dělostřelectva a raketového vojska, radiotechnických prostředků PVO, letectva, různých průzkumných jednotek je nezbytné mít v daných prostorech dostatečně hustou síť geodetických bodů. Trigonometrické sítě na území protivníka jsou pro tento účel naprosto nedostatečné. Za války v průběhu válečných operací je tedy nutno budovat v určitých prostorech speciální geodetické sítě, které dělíme na

- polohové geodetické sítě /SPGS/ a
- směrové geodetické sítě /SSGS/.

Jejich výchozími podklady jsou trigonometrické sítě různých řádů. Ve výjimečných případech se určují i v tzv. místním systému souřadnic. Čím větší je hustota trigonometrických sítí, tím snazší, rychlejší a přesnější je vybudování speciálních geodetických sítí. Proto maximální snahou všech armád je mít jak na území vlastním, tak i na území protivníka připravenou síť trigonometrických bodů s maximální hustotou a to ve vlastním referenčním geodetickém systému.

SPGS se budují v těch prostorech, kde je třeba přesného určení jak souřadnic bodů, tak i směrů; SSGS se budují tehdy, stačí-li určit body sítě přesně pouze směrově a souřadnice bodů stačí určit z mapy potřebného měřítká.

1. 1. Trigonometrické sítě

Území ČSSR je pokryto státní trigonometrickou sítí /I. - IV. řádu/ s hustotou 1 bod/10 km² a podrobnou trigonometrickou sítí /V.řádu a některými body VI. řádu/ s hustotou 1 bod/4 km².

Vynikající kvalita, velká hustota státní i podrobné trigonometrické sítě a vybudování směrových zařízení na bodech státní trigonometrické sítě zabezpečují rychlé

a přesné provádění všech geodetických prací ve válečném období.

Zcela jiná situace je na území předpokládaného protivníka. Toto území je prakticky celistvě pokryto pouze sítí I. řádu, sítě nižších řádů jsou pouze v některých prostorech, přičemž jejich využitelnost je omezena tím, že pouze malou část z nich bude možno v terénu identifikovat. Podrobné sítě nebo místní sítě jsou z tohoto důvodu prakticky zcela nepoužitelné do té doby, dokud nebudou k dispozici mapy takového měřítká, které by umožnily jejich přesnou identifikaci v souhrnu okolní situace. Hustota všech geodetických bodů /jak trigonometrických, tak i zhušťovacích/ na území nepřítelů kolísá od hustoty 1 bod/300-500 km² do hustoty 1 bod/1 km².

1. 2. Speciální geodetické sítě

jsou hlavním druhem geodetických sítí budovaných jednotkami topografické služby ČSLA v průběhu vedení bojových operací vojsk.

Na vlastním území se budou tyto sítě budovat pouze částečně, většinou doplněním směrových prvků na bodech podrobné trigonometrické sítě nebo na zhušťovacích bodech, a pouze v případech zničení těchto bodů bude potřeba budovat sítě zcela samostatně.

Rozhodující měrou budou tyto sítě budovány na území protivníka, zvláště v prostorech s velmi malou hustotou trigonometrické sítě. Použití jednotlivých druhů sítí určují především

- hustota výchozího geodetického podkladu,
- čas, za který je nutno síť vybudovat,
- technické prostředky, kterými jsou vybaveny geodetické jednotky,
- síla těchto geodetických jednotek,
- druh bojové sestavy, pro kterou je síť budována /tj. požadavek přesnosti/ a její hloubkové členění,
- typ a pokrytost terénu, v němž je síť budována.

Tento komplex podmínek představuje složitou závislost, která nebyla dosud vyjádřena matematickou formou a záleží především na vojenskoodborné zkušenosti příslušných náčelníků, aby řešení této složité problematiky bylo optimální.

Z hlavních orientačních závěrů pro budování speciálních geodetických sítí /SGS/ je třeba uvést :

- Pripouští-li se snížení pravděpodobnosti zasažení cíle o 5 %, je třeba výchozí geodetické údaje /souřadnice bodů a orientační směry/ určovat analyticky rozvíjením SPGS.
- Speciální geodetické sítě je nutno rozvíjet vždy, jestliže to bojové podmínky a dostatek času dovolují.
- Pro mnohé druhy bojové techniky nebo pro případy, kdy pravděpodobnost zásahu se sníží o 10 %, stačí rozvíjet pouze sítě SSGS, přičemž souřadnice bodů je možno určit z map měřítka 1:25 000 nebo 1:50 000.
- Pro některé druhy bojové techniky /některé typy operačně taktických raket, strategické rakety ap./ jsou požadavky na přesnost bodů SGS stejné jako na body státní trigonometrické sítě.
- Požadavky na hustotu bodů speciálních geodetických sítí jsou závislé na operačně taktických požadavcích a časových limitech druhů vojsk, průměrně 1 bod/10-20 km².
- Body speciálních geodetických sítí mohou být vzdáleny od míst bojových sestav zpravidla 3 - 4 km.
- Na každém bodě SPGS nebo SSGS se zpravidla určují 2 orientační směry na vzdálenost 500 - 1000 m, v lese na vzdálenost alespoň 200 m.

Zvláštním případem speciálních geodetických sítí je určování jednotlivých bodů, a to jak SPGS, tak i SSGS. Děje se tak obvykle ve dvou případech :

- při určení bodu v příhodnějším místě, než jsou ostatní body v okolí /prakticky jde o zhuštění stávající sítě/;
- pro nedostatek času, kdy se nebuduje souvislá síť, ale pouze jednotlivé body v předem určených místech.

Z faktorů ovlivňujících způsoby budování speciálních geodetických sítí má zvláštní důležitost hloubkové členění bojových sestav, které mají být geodeticky připojeny.

První část bojové sestavy je na úrovni svazků 1. sledu. Vezme-li se v úvahu bojová situace, v níž je tato sestava, je zcela zřejmé, že se zde uplatní hlavně rychlé metody, a to především sítě SSGS. Za body této sítě budou voleny význačné a výhodně položené situační body, jejichž souřadnice se určí z mapy a doměří se na nich orientační směry nejvýhodnější metodou. Bude výhodné provést výběr těchto bodů již v míru a k určení jejich souřadnic použít map největšího měřítka, které jsou k dispozici. Vzhledem k unifikaci vybavení a používání měřítkového systému topografických map

bude nejvýhodnější zpracovat tyto mapy v měř. 1:50 000 a souřadnice určovat nejméně z map měř. 1:25 000, ještě lépe však z map měř. 1:5000; tyto typy map se na území protivníka systematicky zpracovávají. Získáním map měř. 1:5000 z území protivníka by se značně zvětšila i použitelnost geodetických bodů /zvláště zhušťovacích bodů nebo bodů místních sítí/ uvedených v katalozích souřadnic trigonometrických a zhušťovacích bodů.

Výhodou přípravy takovýchto katalogů již v míru je skutečnost, že pomocí přesných technologických a technickovýpočetních postupů bude možno dosáhnout maximální přesnosti souřadnic těchto bodů.

Druhá část bojové sestavy je na úrovni armádních raketových brigád. Na tomto stupni budou používány již obě modifikace speciálních sítí, tj. SPGS i SSGS. Pro tyto práce bude výhodné použít již také výsledků 1. sledu geodetických jednotek, které mohou práce druhého sledu usnadnit tím, že mohou sloužit často alespoň jako kontrolní údaje.

Vzhledem k malé síle geodetických jednotek a krátkosti času bude třeba zvláště sítě SPGS budovat velmi úsporně.

Třetí část bojové sestavy je na úrovni frontové raketové brigády. Na tomto stupni budou rozvíjeny především sítě SPGS, a to také s využitím výsledků předcházejících dvou stupňů.

Speciální geodetické sítě nebudou budovány v celém pásmu frontu, ale pouze na směrech postupu a v prostorech rozmístění především raketových jednotek a radio-technických prostředků průzkumu, letectva, protiradiotechnického vojska a vojsk PVO.

Mezi body speciální geodetické sítě jsou tzv. body komparační, na nichž jsou s maximální možnou přesností určeny alespoň 2 orientační směry a délková základna. Tyto body slouží v daném prostoru pro komparaci všech orientačních přístrojů a dálkoměrů, a to jak jednotek topografické služby, tak i ostatních druhů vojsk.

1.3. Metody budování speciálních polohových geodetických sítí (SPGS)

Hlavní zásadou při budování SPGS je použití takové metody, která zabezpečí požadovanou přesnost a splnění úkolu v daném čase.

Nové geodetické přístroje, které jsou nebo o kterých se předpokládá, že budou zavedeny do výzbroje geodetických jednotek topografické služby, umožňují značně

rozšířit počet metod vhodných pro rozvíjení SPGS. Z nich jsou to především aerogeodetické soupravy, gyroteodolity, radioteodolity, rádiové a světelné /laserové/ dálkoměry, stanice kosmické geodézie ap.

Meteorologické podmínky jsou naopak činitelem, který omezuje použití některých metod do té míry, že splnění úkolu je někdy značně problematické. Z tohoto hlediska je nutno doplňovat vybavení geodetických jednotek přístroji, které umožní používat nejefektivnějších metod i za nepříznivého počasí.

Pro potřeby rozvíjení SPGS je možno volit tyto metody :

- metodu triangulace,
- metodu trilaterace,
- metodu polygonových pořadů,
- metodu kombinovanou,
- metodu letecké fotogrammetrie,
- metodu použití automatizovaných systémů,
- metodu kosmické triangulace.

Podle použití přístrojové techniky dělíme metodu trilaterace na

- leteckou a
- pozemní

a metodu použití automatizovaných systémů na

- gyroteodolitovou a
- topografického připojovače.

Pro rozvíjení SSGS je možno použít především metody

- trigonometrické,
- astronomické,
- směrových pořadů,
- automatizovaných systémů, a to s použitím
 - gyroteodolitu,
 - radioteodolitu,
 - topografického připojovače.

Proti mírovému použití, tak jak jsou většinou topografických odborníků známy, mají tyto metody ve válečném použití své zvláštnosti, především co do tvaru sítě a požadované přesnosti. Tyto okolnosti ulehčují zejména výpočetní práce, při nichž je

možno používat přibližných metod vyrovnání tak, aby výpočet byl co nejjednodušší.

Základní metodou rozvíjení SPGS se jeví za současných podmínek metoda kombinovaná, tj. metoda polygonových pořadů kombinovaná s metodou triangulace nebo trilaterace. Není však dosud univerzální, protože ji nelze používat za nepříznivého počasí. Bude-li korunována úspěchem konstrukce univerzálního radioteodolitu, anebo ještě lépe radiogyroteodolitu, pak bude zmíněný nedostatek odstraněn. Vojenská přednost této metody, stejně jako metody polygonových pořadů, je v tom, že nejvíce odpovídá možností postupného rozvíjení sítě na daném směru za postupujícími vojsky a že je to metoda uskutečňovaná pouze pozemními prostředky.

Po vyzbrojení geodetických jednotek aerogeodetickými soupravami nabude na významu metoda letecké trilaterace kombinovaná s některým způsobem určování SSGS, zvláště metodou gyroteodolitovou. Výhodou této metody bude především možnost rozvíjet SPGS na velké vzdálenosti při relativně menším počtu specialistů.

Podobný význam by mohla mít také metoda radioteodolitová. Na rozdíl od metody předcházející není tato metoda používána podle dostupných pramenů ani na západě, ačkoli na vývoj radioteodolitu jsou vynakládány velké finanční prostředky. V socialistickém táboře pracuje na vývoji radioteodolitu MLR a SSSR.

U radioteodolitů je třeba rozeznávat dva typy, a to :

- pro normální měření úhlů,
- pro určování směrů pomocí Slunce, Měsíce nebo radiomajáků za všech povětrnostních podmínek.

Tvarové uspořádání speciálních geodetických sítí má z hlediska použitelnosti na území protivníka již své specifické vyjádření, které v míru přichází v úvahu velmi zřídka.

Většina z uvedených metod je již dobře teoreticky i prakticky propracována. Zde se proto podrobněji zmíníme pouze o dvou : o trilateraci leteckými prostředky a o metodě topografického připojovače.

1.3.1. Trilaterace leteckými prostředky

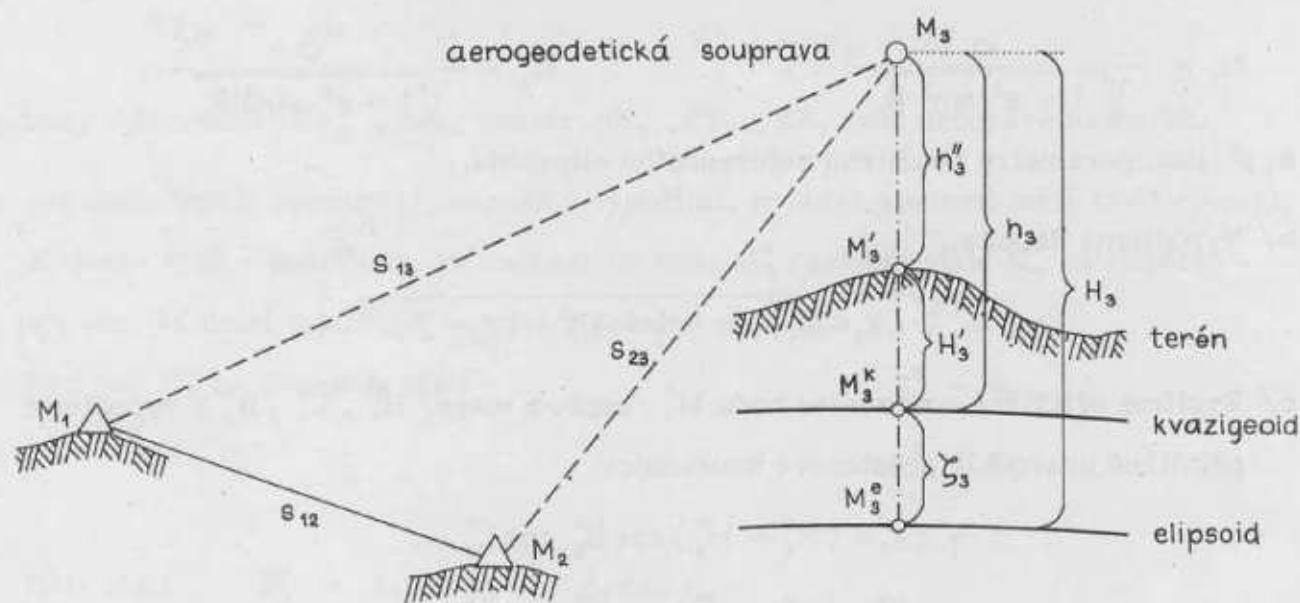
Rozdíl mezi řetězcem měřeným pozemními a leteckými prostředky je pouze v délce stran a způsobu jejich určení. Vzhledem k menší absolutní přesnosti leteckých radiogeodetických přístrojů je třeba k dosažení stejné relativní přesnosti provádět měření větších délek.

Za války však tuto podmínku většinou nebude možno splnit; proto je nutno v bojových situacích počítat vždy s nižší přesností.

Podle typu aerogeodetické soupravy půjde ve frontové operaci pravděpodobně o zaměření pouze jednoho jednoduchého řetězce. Velmi často se budou zaměřovat jednotlivé body v celé šířce frontového pásma, a to

- kontrolní a srovnávací body,
- body určené k následnému připojení různých bojových sestav.

Zde budeme řešit pouze případ, kdy se zaměřuje z jednoduché základny /např. M_1, M_2 - viz obr. 1/; tento případ bude přicházet v úvahu převážně v bojových situacích.



Obr. 1

Dáno : $M_1 / B_1, L_1, H_1 /,$

$M_2 / B_2, L_2, H_2 /,$

$S_{12}, S_{23},$

$$H_3 = h_3 + \zeta_3,$$

$$h_3 = H_3' + h_3'',$$

kde značí B, L - geodetické souřadnice

H_3 - výška bodu M_3 nad elipsoidem

h_3 - nadmořská výška bodu M_3 /normální/

ζ_3 - výška kvazigeoidu nad elipsoidem

H_3' - nadmořská výška /normální/ průmětu bodu M_3 na terén / M_3' /

h_3'' - výška bodu M_3 nad terénem /určená radiovýškoměrem/
 s_{13} , s_{23} - šikmé vzdálenosti bodu M_3 od M_1 a M_2 /určené aerogeodetickou
souvpravou/.

Postup výpočtu :

a/ Vypočteme pravoúhlé prostorové souřadnice koncových bodů základny
/stanovišť M_1 a M_2 /

$$\begin{aligned} X_1 &= (N_1 + H_1) \cos B_1 \cos L_1, & X_2 &= (N_2 + H_2) \cos B_2 \cos L_2, \\ Y_1 &= (N_1 + H_1) \cos B_1 \sin L_1, & Y_2 &= (N_2 + H_2) \cos B_2 \sin L_2, \\ Z_1 &= [N_1(1 - e^2) + H_1] \sin B_1, & Z_2 &= [N_2(1 - e^2) + H_2] \sin B_2, \end{aligned} \quad (1)$$

kde

$$N_1 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_1}}, \quad N_2 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_2}};$$

a , e^2 jsou parametry použitého referenčního elipsoidu.

b/ Vypočteme délku s_{12}

$$s_{12} = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2}. \quad (2)$$

c/ Zvolíme přibližné souřadnice bodu M_3^0 /např. z mapy/ B_3^0 , L_3^0 , H_3^0 a vypočteme
přibližné pravoúhlé prostorové souřadnice

$$\begin{aligned} X_3^0 &= (N_3^0 + H_3^0) \cos B_3^0 \cos L_3^0, \\ Y_3^0 &= (N_3^0 + H_3^0) \cos B_3^0 \sin L_3^0, \\ Z_3^0 &= [N_3^0(1 - e^2) + H_3^0] \sin B_3^0, \end{aligned} \quad (3)$$

a přibližné vzdálenosti

$$\begin{aligned} s_{13}^0 &= \sqrt{(X_3^0 - X_1)^2 + (Y_3^0 - Y_1)^2 + (Z_3^0 - Z_1)^2}, \\ s_{23}^0 &= \sqrt{(X_3^0 - X_2)^2 + (Y_3^0 - Y_2)^2 + (Z_3^0 - Z_2)^2}; \end{aligned} \quad (4)$$

přičemž

$$H_3^0 = H_3^{(0)} + h_3'' + \zeta_3 = h_3^0 + \zeta_3. \quad (5)$$

d/ Ze zřejmých rovnic

$$\begin{aligned} s_{13}^2 &= (X_3 - X_1)^2 + (Y_3 - Y_1)^2 + (Z_3 - Z_1)^2, \\ s_{23}^2 &= (X_3 - X_2)^2 + (Y_3 - Y_2)^2 + (Z_3 - Z_2)^2, \end{aligned} \quad (6)$$

dostaneme derivací vztahy

$$\begin{aligned} s_{13}^o ds_{13} &= (X_3^o - X_1) dX_3 + (Y_3^o - Y_1) dY_3 + (Z_3^o - Z_1) dZ_3, \\ s_{23}^o ds_{23} &= (X_3^o - X_2) dX_3 + (Y_3^o - Y_2) dY_3 + (Z_3^o - Z_2) dZ_3, \end{aligned} \quad (7)$$

čili

$$\begin{aligned} \frac{X_3^o - X_1}{s_{13}^o} dX_3 + \frac{Y_3^o - Y_1}{s_{13}^o} dY_3 + \frac{Z_3^o - Z_1}{s_{13}^o} dZ_3 + (s_{13}^o - s_{13}) &= 0, \\ \frac{X_3^o - X_2}{s_{23}^o} dX_3 + \frac{Y_3^o - Y_2}{s_{23}^o} dY_3 + \frac{Z_3^o - Z_2}{s_{23}^o} dZ_3 + (s_{23}^o - s_{23}) &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

přičemž

$$\begin{aligned} dX_3 &= X_3 - X_3^o, \\ ds_{13} &= s_{13} - s_{13}^o, & dY_3 &= Y_3 - Y_3^o, \\ ds_{23} &= s_{23} - s_{23}^o, & dZ_3 &= Z_3 - Z_3^o. \end{aligned} \quad (9)$$

Hodnoty diferenciálů ds_{13} , ds_{23} známe; dX_3 , dY_3 , dZ_3 jsou určované neznámé.

e/ Abychom mohli všechny tři neznámé vypočítat, je nutno sestavit ještě třetí rovnici.

Můžeme vyjít z podmínky, že souřadnice bodu M_3^e /průmět bodu M_3 na elipsoid - viz obr. 1/ musí vyhovovat rovnici rotačního elipsoidu.

Pro bod M_3^e na elipsoidu platí

$$\begin{aligned} B_3^e &= B_3, \\ L_3^e &= L_3, \\ H_3^e &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Dále platí $X_3^e = X_3 - H_3 \cos B_3 \cos L_3$,

$$Y_3^e = Y_3 - H_3 \cos B_3 \sin L_3, \quad (11)$$

$$Z_3^e = Z_3 - H_3 \sin B_3,$$

a rovněž /použijeme-li veličiny ζ_3 , h_3'' za bezchybné/

$$\begin{aligned} dX_3^e &= dX_3, \\ dY_3^e &= dY_3, \\ dZ_3^e &= dZ_3. \end{aligned} \quad (12)$$

Podmínka zní

$$\frac{(X_3^e)^2}{a^2} + \frac{(Y_3^e)^2}{a^2} + \frac{(Z_3^e)^2}{b^2} = 1 \quad (13)$$

neboli

$$[(X_3^e)^2 + (Y_3^e)^2] (1 - e^2) + (Z_3^e)^2 = a^2 (1 - e^2).$$

Po derivaci dostaneme

$$\text{a poněvadž} \quad X_3^{oe} (1-e^2) dX_3 - Y_3^{oe} (1-e^2) dY_3 - Z_3^{oe} dZ_3 = 0 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} X_3^{oe} &= X_3^o - H_3^o \cos B_3^o \cos L_3^o \quad , \\ Y_3^{oe} &= Y_3^o - H_3^o \cos B_3^o \sin L_3^o \quad , \\ Z_3^{oe} &= Z_3^o - H_3^o \sin B_3^o \quad , \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \text{bude} \quad & (X_3^o - H_3^o \cos B_3^o \cos L_3^o) (1-e^2) dX_3 + (Y_3^o - H_3^o \cos B_3^o \sin L_3^o) (1-e^2) dY_3 + \\ & + (Z_3^o - H_3^o \sin B_3^o) dZ_3 = 0 \quad . \end{aligned} \quad (16)$$

f/ Řešením rovnic /8/ a /16/ určíme neznámé dX_3 , dY_3 , dZ_3

$$\begin{aligned} \text{a} \quad X_3 &= X_3^o + dX_3 \quad , \\ Y_3 &= Y_3^o + dY_3 \quad , \\ Z_3 &= Z_3^o + dZ_3 \quad . \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{g/ Určíme geodetickou délku bodu } M_3 \quad \text{tg } L_3 = \frac{Y_3}{X_3} \quad (18)$$

$$\text{h/ Určíme geodetickou šířku bodu } M_3 \quad \text{tg } B_3 = \frac{Z_3 (N_3 + H_3)}{\sqrt{X_3^2 + Y_3^2} [N_3 (1-e^2) + H_3]} \quad (19)$$

$$\text{přičemž} \quad H_3 = h_3'' + H_3' + \zeta_3 \quad (20)$$

Nadmořskou výšku H_3' určíme z mapy pro bod $/B_3, L_3/$. Zde vzhledem k přibližnosti řešení nerozlišujeme směr normály od směru tížnice ani od směru $\overline{M_3 M_3'}$.

Výpočet B_3 nutno provést postupnými aproximacemi.

i/ Výpočty uvedené v bodě g/ a h/ můžeme provést i jiným způsobem.

Derivací základních rovnic pro výpočet pravoúhlých prostorových souřadnic X, Y, Z ze souřadnic B, L, H dostaneme tyto výchozí rovnice :

$$\begin{aligned} dX &= -(M+H) \sin B \cos L dB - (N+H) \cos B \sin L dL + \cos B \cos L dH \quad , \\ dY &= -(M+H) \sin B \sin L dB - (N+H) \cos B \cos L dL + \cos B \sin L dH \quad , \\ dZ &= (M+H) \cos B dB + \sin B dH \quad . \end{aligned} \quad (21)$$

Tuto soustavu rovnic řešíme vzhledem k dB, dL, dH , čímž pro výpočet hledaných posunů dB_3, dL_3 dostaneme v naší symbolice známé diferenciální vzorce

$$\begin{aligned} dB_3 &= -\frac{1}{M_3 + H_3^o} (\sin B_3^o \cos L_3^o dX_3 + \sin B_3^o \sin L_3^o dY_3 - \cos B_3^o dZ_3) \quad , \\ dL_3 &= -\frac{1}{(N_3 + H_3^o) \cos B_3^o} (\sin L_3^o dX_3 - \cos L_3^o dY_3) \quad , \end{aligned} \quad (22)$$

kde

$$M_3 = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 B_3^0)^{3/2}}, \quad N_3 = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 B_3^0)^{1/2}}$$

Potom hledané geodetické souřadnice B_3, L_3 budou

$$\begin{aligned} B_3 &= B_3^0 + dB_3, \\ L_3 &= L_3^0 + dL_3. \end{aligned} \quad (23)$$

j/ Je-li terén značně členitý, celý výpočet znovu opakujeme, přičemž za hodnoty X_3^0, Y_3^0, Z_3^0 použijeme právě vypočtené hodnoty X_3, Y_3, Z_3 , nově určíme hodnoty H_3' a ζ_3 a z nich pak hodnotu $H_3 = h_3'' + H_3' + \zeta_3$.

Tento druhý výpočet by měl již pro běžnou potřebu dostačovat.

1.3.2. Metoda topografického připojovače

Jak známo, topografický připojovač /dále TP/ vybavený přístroji pozemní navigace neustále a automaticky určuje souřadnice své polohy.

Polohovou přesnost měření topografickým připojovačem charakterizuje tabulka 1.

Tabulka 1

Vzdálenost připojovacího bodu od počátečního bodu	Střední kvadratická chyba v určení souřadnic	
	v rovinatém terénu	v kopcovitém terénu
do 3 km	± 15 m	± 20 m
od 3 do 5 km	20 m	30 m
od 5 do 7 km	30 m	45 m
od 7 do 10 km	40 m	60 m

U novějších typů TP může být přesnost poněkud větší. Přesto z tabulky 1 je jasné, že použití tohoto prostředku pro rozvíjení speciálních polohových geodetických sítí /SPGS/ i na malém území je za uvedených podmínek přesnosti nereálné.

Z konstrukce TP však víme, že jeho navigační ústrojí se skládá ze dvou zá-

kladních integrátorů, a to integrátoru směrů a integrátoru vzdáleností.

Z teorie těchto dvou zařízení je zřejmé, že hlavním zdrojem nepřesností při určování souřadnicových rozdílů je integrátor vzdáleností. Naskytá se tedy otázka, zda by za určitých předpokladů bylo možno využít tohoto přístroje s relativně vyšší přesností pro určování jen veličin směrových.

Určování souřadnic bodů pomocí TP se děje podle těchto rovnic :

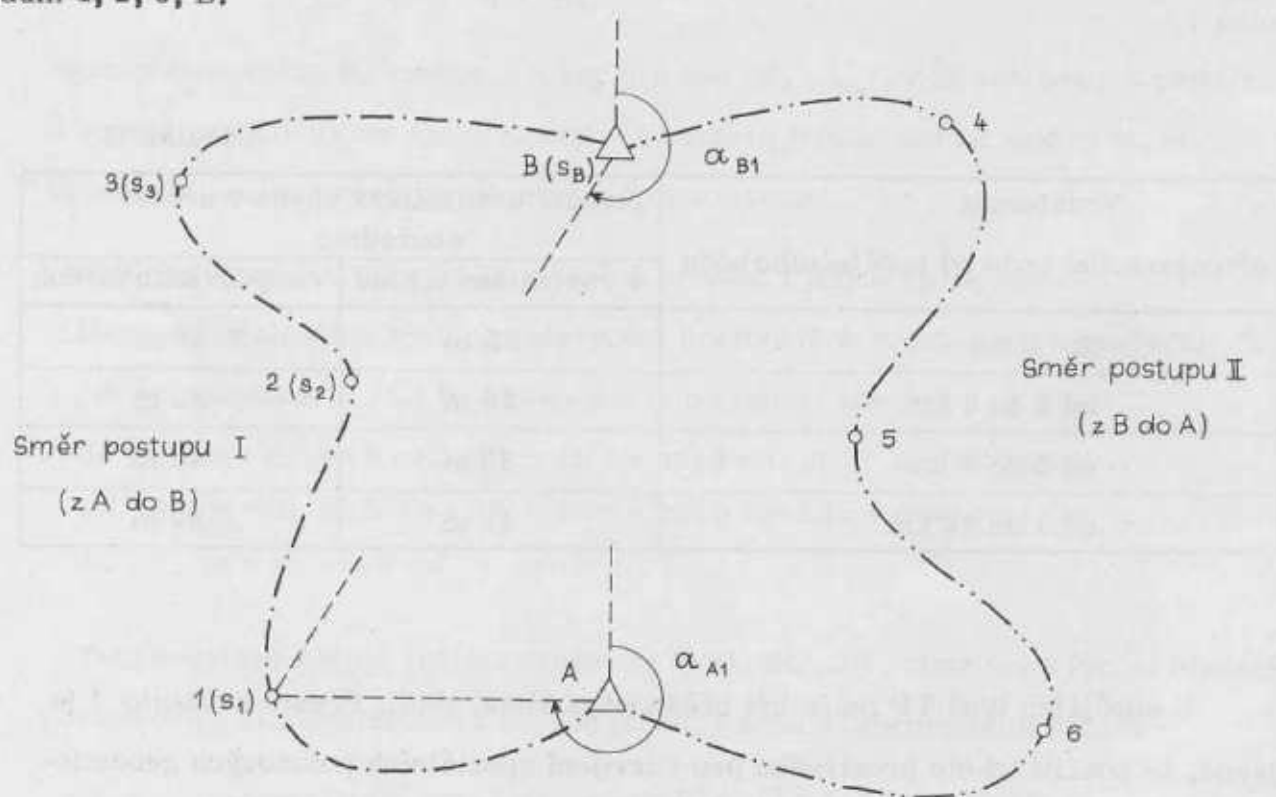
$$\begin{aligned} X &= x_0 + \int_0^s \cos \alpha \, ds \quad , \\ Y &= y_0 + \int_0^s \sin \alpha \, ds \quad , \end{aligned} \quad (24)$$

kde x_0, y_0 jsou souřadnice výchozího bodu,

α - směrník podélné osy TP /přesněji nulového směru úhlového měřicího zařízení/ v daném okamžiku,

ds - nekonečně malá vzdálenost ve směru pohybu TP.

Úloha, kterou jsme si vytkli, je řešitelná za předpokladu, že měřický pořad ukončíme na bodě polohově určeném. Schéma takového pořadu je na obr. 2, kde s_1, s_2, s_3, s_B jsou vzdálenosti ujeté topografickým připojovačem z bodu A k bodům 1, 2, 3, B.



Obr. 2

Vycházejíce z rovnic (24) dostaneme pro jednotlivé polohy tyto určující vzta-
hy / pro směr postupu I z bodu A do B /:

$$\begin{aligned} X_1 &= x_A + \int_0^{s_1} \cos \alpha \, ds, & Y_1 &= y_A + \int_0^{s_1} \sin \alpha \, ds, \\ X_2 &= x_A + \int_0^{s_2} \cos \alpha \, ds, & Y_2 &= y_A + \int_0^{s_2} \sin \alpha \, ds, \\ X_3 &= x_A + \int_0^{s_3} \cos \alpha \, ds, & Y_3 &= y_A + \int_0^{s_3} \sin \alpha \, ds, \\ X_B &= x_A + \int_0^{s_B} \cos \alpha \, ds, & Y_B &= y_A + \int_0^{s_B} \sin \alpha \, ds, \end{aligned} \quad (25)$$

čili

$$\begin{aligned} X_1 - x_A &= \Delta X_{1A} = \int_0^{s_1} \cos \alpha \, ds, & Y_1 - y_A &= \Delta Y_{1A} = \int_0^{s_1} \sin \alpha \, ds, \\ \vdots & & \vdots & \\ \vdots & & \vdots & \\ X_B - x_A &= \Delta X_{BA} = \int_0^{s_B} \cos \alpha \, ds, & Y_B - y_A &= \Delta Y_{BA} = \int_0^{s_B} \sin \alpha \, ds \end{aligned} \quad (26)$$

Vlivem měřických a přístrojových chyb nebudou se integrály v rovnicích (26),
vztahující se k bodu B, rovnat skutečným rozdílům ΔX_{BA} a ΔY_{BA} , nýbrž hod-
notám odlišným, které označíme $\Delta X'_{BA}$ a $\Delta Y'_{BA}$.

Podobně tomu bude i u integrálů ostatních /pro body pořadu 1, 2, 3/.

Vypočteme-li nyní na základě předchozích úvah z naměřených souřadnicových
rozdílů $\Delta X'_{BA}$, $\Delta Y'_{BA}$ směrnic z bodu A na bod B, nedostaneme jeho správnou
hodnotu α_{AB} , ale hodnotu poněkud odlišnou, kterou označíme α'_{AB} . Podobně
u ostatních bodů pořadu dostaneme směrníky α'_{A1} , α'_{A2} , α'_{A3} .

Směrníky α_{A1} , α_{A2} , α_{A3} pak vypočteme ze vztahu

$$\alpha_{Ai} = \alpha'_{Ai} + \frac{\alpha_{AB} - \alpha'_{AB}}{(t_B - t_A)} (t_i - t_A) \quad (27)$$

kde $(t_B - t_A)$ je čas mezi staničením na bodech A a B,

$(t_i - t_A)$ je čas mezi staničením na bodech A a i.

Na bodě B se měří nakonec tzv. směrníkový uzávěr. Jeho hodnota by měla být
přibližně rovna hodnotě $(\alpha_{AB} - \alpha'_{AB})$.

Analogicky vypočítáme směrníky na bodě B.

Následující tabulky 2 a, b ilustrují celý praktický postup řešení.

Tabulka 2a

1	2		3	4	5	6	7	8
Bod	$\Delta X'_{iA}$	$\Delta Y'_{iA}$	t_i	$\text{tg } \alpha'_{Ai} =$ $= \frac{\Delta Y'_{iA}}{\Delta X'_{iA}}$	α'_{Ai}	$\Delta t_{iA} =$ $= t_i - t_A$	$\Delta \alpha_{Ai} =$ $= \Delta \alpha_{AB} \frac{\Delta t_{iA}}{\Delta t_{BA}}$	$\alpha_{Ai} =$ $= \alpha'_{Ai} + \Delta \alpha_{Ai}$
	naměřené TP		hod min					
A	0,0	0,0	t_A	-	-	-	-	-
1	$\Delta X'_{1A}$	$\Delta Y'_{1A}$	t_1	$\text{tg } \alpha'_{A1}$	α'_{A1}	Δt_{1A}	$\Delta \alpha_{A1}$	α_{A1}
2	$\Delta X'_{2A}$	$\Delta Y'_{2A}$	t_2	$\text{tg } \alpha'_{A2}$	α'_{A2}	Δt_{2A}	$\Delta \alpha_{A2}$	α_{A2}
3	$\Delta X'_{3A}$	$\Delta Y'_{3A}$	t_3	$\text{tg } \alpha'_{A3}$	α'_{A3}	Δt_{3A}	$\Delta \alpha_{A3}$	α_{A3}
B	$\Delta X'_{BA}$	$\Delta Y'_{BA}$	t_B	$\text{tg } \alpha'_{AB}$	α'_{AB}	Δt_{BA}	-	-
	ΔX_{BA}	ΔY_{BA}	$t_B - t_A$	$\text{tg } \alpha_{AB}$	α_{AB}	$\Delta \alpha_{AB} =$ $= \alpha_{AB} - \alpha'_{AB}$	-	-

Tabulka 2b

1	9	10	11	12	13	14	15
Bod	$\Delta X'_{iB} =$ $= \Delta X'_{iA} - \Delta X'_{BA}$	$\Delta Y'_{iB} =$ $= \Delta Y'_{iA} - \Delta Y'_{BA}$	$\text{tg } \alpha'_{Bi} =$ $= \frac{\Delta Y'_{iB}}{\Delta X'_{iB}}$	α'_{Bi}	$\Delta t_{Bi} =$ $= t_B - t_i$	$\Delta \alpha_{Bi} =$ $= \Delta \alpha_{BA} \frac{\Delta t_{Bi}}{\Delta t_{BA}}$	$\alpha_{Bi} =$ $= \alpha'_{Bi} + \Delta \alpha_{Bi}$
A	$\Delta X'_{AB}$	$\Delta Y'_{AB}$	$\text{tg } \alpha'_{BA}$	α'_{BA}	Δt_{BA}	-	-
1	$\Delta X'_{1B}$	$\Delta Y'_{1B}$	$\text{tg } \alpha'_{B1}$	α'_{B1}	Δt_{B1}	$\Delta \alpha_{B1}$	α_{B1}
2	$\Delta X'_{2B}$	$\Delta Y'_{2B}$	$\text{tg } \alpha'_{B2}$	α'_{B2}	Δt_{B2}	$\Delta \alpha_{B2}$	α_{B2}
3	$\Delta X'_{3B}$	$\Delta Y'_{3B}$	$\text{tg } \alpha'_{B3}$	α'_{B3}	Δt_{B3}	$\Delta \alpha_{B3}$	α_{B3}
B	0,0	0,0	-	-	-	-	-
	ΔX_{AB}	ΔY_{AB}	$\text{tg } \alpha_{BA}$	α_{BA}	$\Delta \alpha_{BA} =$ $= \alpha_{BA} - \alpha'_{BA}$	-	-

V tabulce značí

$\Delta X'_{iA}$, $\Delta Y'_{iA}$ - topografickým připojovačem naměřené hodnoty souřadnicových rozdílů jednotlivých bodů sítě od počátečního bodu A,

t_i - střed časového intervalu pro staničení na jednotlivých bodech sítě.

Souřadnice bodů sítě vypočteme podle rovnic

$$X_i = \frac{(Y_A - Y_B) - (X_A - X_B) \operatorname{tg} \alpha_{Ai} + X_B (\operatorname{tg} \alpha_{Bi} - \operatorname{tg} \alpha_{Ai})}{\operatorname{tg} \alpha_{Bi} - \operatorname{tg} \alpha_{Ai}} \quad (28)$$

$$Y_i = \frac{(X_A - X_B) - (Y_A - Y_B) \operatorname{cotg} \alpha_{Ai} + Y_B (\operatorname{cotg} \alpha_{Bi} - \operatorname{cotg} \alpha_{Ai})}{\operatorname{cotg} \alpha_{Bi} - \operatorname{cotg} \alpha_{Ai}}$$

Zcela analogicky se zpracuje i druhá větev pořadu /při směru postupu II - viz obr. 2/. Výchozím bodem však bude bod B a přípojovacím /uzávěrovým/ bodem bod A; ve výpočtu dojde jen k záměně indexů /A ↔ B/.

Pro dosažení přesnějších výsledků je vhodné, dovolí-li to bojové podmínky, opakovat celé měření při opačném směru postupu.

2. Transformace používané při řešení speciálních polohových geodetických sítí (SPGS)

Při výpočtu SPGS používáme v konečné fázi transformací; druh transformace volíme podle počtu připojovacích /výchozích/ bodů, které jsou souřadnicově určeny.

Zpravidla používáme

transformace kolineární - při čtyřech připojovacích /daných/ bodech,

transformace afinní - při třech připojovacích bodech,

transformace podobnostní - při dvou nebo více než čtyřech připojovacích bodech.

Volba druhu transformace není obecně jednoznačná, zejména při některých způsobech budování sítí.

2.1. Transformace kolineární

Pro kolineární transformaci platí

$$\begin{aligned} X &= \frac{a_1 x + b_1 y + c_1}{a_3 x + b_3 y + 1} , \\ Y &= \frac{a_2 x + b_2 y + c_2}{a_3 x + b_3 y + 1} , \end{aligned} \quad (29)$$

kde X, Y jsou souřadnice výsledné, anebo souřadnice v systému, do něhož chceme transformovat,

x, y jsou souřadnice bodů, přibližně vypočtených, anebo souřadnice v systému, z něhož chceme transformovat.

Této symboliky použijeme i ve všech dalších druzích transformací. Při použití samočinných počítačů je vhodné koeficienty počítat metodou iterace.

Potom lze použít takto upravených rovnic :

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{X_1}{x_1} - b_1 \frac{y_1}{x_1} + a_3 X_1 + b_3 X_1 \frac{y_1}{x_1} - c_1 \frac{1}{x_1} , \\ b_1 &= \frac{X_2}{y_2} - a_1 \frac{x_2}{y_2} + a_3 X_2 \frac{x_2}{y_2} + b_3 X_2 - c_1 \frac{1}{y_2} , \end{aligned} \quad (30)$$

$$a_2 = \frac{Y_1}{x_1} - b_2 \frac{y_1}{x_1} - a_3 Y_1 + b_3 Y_1 \frac{y_1}{x_1} - \frac{c_2}{x_1} ,$$

$$b_2 = \frac{Y_2}{y_2} - a_2 \frac{x_2}{y_2} + a_3 Y_2 \frac{x_2}{y_2} + b_3 Y_2 - \frac{c_2}{y_2} ,$$

$$a_3 = -\frac{1}{x_3} + a_1 \frac{1}{x_3} + b_1 \frac{y_3}{x_3 x_3} - b_3 \frac{y_3}{x_3} + \frac{c_1}{x_3 x_3} ,$$

$$b_3 = -\frac{1}{y_3} + a_2 \frac{x_3}{y_3 y_3} + b_2 \frac{1}{y_3} - a_3 \frac{x_3}{y_3} + \frac{c_2}{y_3 y_3} ,$$

$$c_1 = X_4 - a_1 x_4 - b_1 y_4 + a_3 x_4 x_4 + b_3 x_4 y_4 ,$$

$$c_2 = Y_4 - a_2 x_4 - b_2 y_4 + a_3 Y_4 x_4 + b_3 Y_4 y_4 .$$

Řešení je možno provést iterační metodou, např. Gaussovou-Seidlovou.

Počáteční nultá aproximace :

$$a_1^{(0)} = \frac{x_1}{x_1} ,$$

$$b_1^{(0)} , a_2^{(0)} , b_2^{(0)} , \dots = 0 .$$

Aproximace první :

$$a_1^{(1)} = \frac{x_1}{x_1} ,$$

$$b_1^{(1)} = \frac{x_2}{y_2} - a_1^{(1)} \frac{x_2}{y_2} ,$$

$$a_2^{(1)} = \frac{Y_1}{x_1} ,$$

$$b_2^{(1)} = \frac{Y_2}{y_2} - a_2^{(1)} \frac{x_2}{y_2} ,$$

$$a_3^{(1)} = -\frac{1}{x_3} + a_1^{(1)} \frac{1}{x_3} + b_1^{(1)} \frac{y_3}{x_3 x_3} ,$$

$$b_3^{(1)} = -\frac{1}{y_3} + a_2^{(1)} \frac{x_3}{y_3 y_3} + b_2^{(1)} \frac{1}{y_3} - a_3^{(1)} \frac{x_3}{y_3} ,$$

$$c_1^{(1)} = X_4 - a_1^{(1)}x_4 - b_1^{(1)}y_4 + a_3^{(1)}X_4x_4 + b_3^{(1)}X_4y_4 ,$$

$$c_2^{(1)} = Y_4 - a_2^{(1)}x_4 - b_2^{(1)}y_4 + a_3^{(1)}Y_4x_4 + b_3^{(1)}Y_4y_4 .$$

Aproximace druhá :

$$a_1^{(2)} = \frac{X_1}{x_1} - b_1^{(1)}\frac{y_1}{x_1} + a_3^{(1)}X_1 + b_3^{(1)}X_1\frac{y_1}{x_1} - c_1^{(1)}\frac{1}{x_1} ,$$

$$b_1^{(2)} = \frac{X_2}{y_2} - a_1^{(2)}\frac{x_2}{y_2} + a_3^{(1)}X_2\frac{x_2}{y_2} + b_3^{(1)}X_2 - c_1^{(1)}\frac{1}{y_2} ,$$

$$a_2^{(2)} = \frac{Y_1}{x_1} - b_2^{(1)}\frac{y_1}{x_1} - a_3^{(1)}Y_1 + b_3^{(1)}Y_1\frac{y_1}{x_1} - c_2^{(1)}\frac{1}{x_1} ,$$

$$b_2^{(2)} = \frac{Y_2}{y_2} - a_2^{(2)}\frac{x_2}{y_2} + a_3^{(1)}Y_2\frac{x_2}{y_2} + b_3^{(1)}Y_2 - c_2^{(1)}\frac{1}{y_2} ,$$

$$a_3^{(2)} = -\frac{1}{x_3} + a_1^{(2)}\frac{1}{x_3} + b_1^{(2)}\frac{y_3}{x_3x_3} - b_3^{(1)}\frac{y_3}{x_3} + c_1^{(1)}\frac{1}{x_3x_3} ,$$

$$b_3^{(2)} = -\frac{1}{y_3} + a_2^{(2)}\frac{x_3}{y_3y_3} + b_2^{(2)}\frac{1}{y_3} - a_3^{(2)}\frac{x_3}{y_3} + c_2^{(1)}\frac{1}{y_3y_3} ,$$

$$c_1^{(2)} = X_4 - a_1^{(2)}x_4 - b_1^{(2)}y_4 + a_3^{(2)}X_4x_4 + b_3^{(2)}X_4y_4 ,$$

$$c_2^{(2)} = Y_4 - a_2^{(2)}x_4 - b_2^{(2)}y_4 + a_3^{(2)}Y_4x_4 + b_3^{(2)}Y_4y_4 .$$

Aproximace další jsou obdobné. Obecně pro k-tou aproximaci můžeme psát :

$$a_1^{(k)} = \frac{X_1}{x_1} - b_1^{(k-1)}\frac{y_1}{x_1} + a_3^{(k-1)}X_1 + b_3^{(k-1)}X_1\frac{y_1}{x_1} - c_1^{(k-1)}\frac{1}{x_1} ,$$

$$b_1^{(k)} = \frac{X_2}{y_2} - a_1^{(k)}\frac{x_2}{y_2} + a_3^{(k-1)}X_2\frac{x_2}{y_2} + b_3^{(k-1)}X_2 - c_1^{(k-1)}\frac{1}{y_2} ,$$

$$a_2^{(k)} = \frac{Y_1}{x_1} - b_2^{(k-1)}\frac{y_1}{x_1} - a_3^{(k-1)}Y_1 + b_3^{(k-1)}Y_1\frac{y_1}{x_1} - c_2^{(k-1)}\frac{1}{x_1} , \quad (31)$$

$$b_2^{(k)} = \frac{Y_2}{y_2} - a_2^{(k)} \frac{x_2}{y_2} + a_3^{(k-1)} Y_2 \frac{x_2}{y_2} + b_3^{(k-1)} Y_2 - c_2^{(k-1)} \frac{1}{y_2} ,$$

$$a_3^{(k)} = -\frac{1}{x_3} + a_1^{(k)} \frac{1}{x_3} + b_1^{(k)} \frac{y_3}{x_3 x_3} - b_3^{(k-1)} \frac{y_3}{x_3} + c_1^{(k-1)} \frac{1}{x_3 x_3} ,$$

$$b_3^{(k)} = -\frac{1}{y_3} + a_2^{(k)} \frac{x_3}{Y_3 y_3} + b_2^{(k)} \frac{1}{Y_3} - a_3^{(k)} \frac{x_3}{y_3} + c_2^{(k-1)} \frac{1}{Y_3 y_3} ,$$

$$c_1^{(k)} = X_4 - a_1^{(k)} x_4 - b_1^{(k)} y_4 + a_3^{(k)} X_4 x_4 + b_3^{(k)} X_4 y_4 ,$$

$$c_2^{(k)} = Y_4 - a_2^{(k)} x_4 - b_2^{(k)} y_4 + a_3^{(k)} Y_4 x_4 + b_3^{(k)} Y_4 y_4 .$$

Je-li požadována menší přesnost transformace, anebo jsou-li transformační rozdíly ($\Delta X = X - x$, $\Delta Y = Y - y$) malé, pak celé řešení je možno provést výlučně graficky. /Podobně i u dalších druhů transformací/.

2. 2. Transformace afinni

Afinní transformace je dána vztahy

$$\begin{aligned} X &= a_1 x + b_1 y + c_1 , \\ Y &= a_2 x + b_2 y + c_2 . \end{aligned} \tag{32}$$

Pro výpočet koeficientů je možno použít takto upravených rovnic :

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{X_1}{x_1} - b_1 \frac{y_1}{x_1} - c_1 \frac{1}{x_1} , \\ b_1 &= \frac{X_2}{y_2} - a_1 \frac{x_2}{y_2} - c_1 \frac{1}{y_2} , \\ c_1 &= X_3 - a_1 x_3 - b_1 y_3 , \\ a_2 &= \frac{Y_1}{x_1} - b_2 \frac{y_1}{x_1} - c_2 \frac{1}{x_1} , \\ b_2 &= \frac{Y_2}{y_2} - a_2 \frac{x_2}{y_2} - c_2 \frac{1}{y_2} , \\ c_2 &= Y_3 - a_2 x_3 - b_2 y_3 . \end{aligned} \tag{33}$$

K řešení je možno použít rovněž Gaussovy-Seidlový aproximační metody.

Nultá aproximace :

$$\begin{aligned} a_1^{(0)} &= \frac{X_1}{x_1} \quad , & a_2^{(0)} &= \frac{Y_1}{x_1} \quad , \\ b_1^{(0)} &= 0 \quad , & b_2^{(0)} &= 0 \quad , \\ c_1^{(0)} &= 0 \quad , & c_2^{(0)} &= 0 \quad . \end{aligned}$$

První aproximace :

$$\begin{aligned} a_1^{(1)} &= \frac{X_1}{x_1} \quad , & a_2^{(1)} &= \frac{Y_1}{x_1} \quad , \\ b_1^{(1)} &= \frac{X_2}{y_2} - a_1^{(1)} \frac{x_2}{y_2} \quad , & b_2^{(1)} &= \frac{Y_2}{y_2} - a_2^{(1)} \frac{x_2}{y_2} \quad , \\ c_1^{(1)} &= X_3 - a_1^{(1)} x_3 - b_1^{(1)} y_3 \quad , & c_2^{(1)} &= Y_3 - a_2^{(1)} x_3 - b_2^{(1)} y_3 \quad . \end{aligned}$$

Druhá aproximace :

$$\begin{aligned} a_1^{(2)} &= \frac{X_1}{x_1} - b_1^{(1)} \frac{y_1}{x_1} - c_1^{(1)} \frac{1}{x_1} \quad , & a_2^{(2)} &= \frac{Y_1}{x_1} - b_2^{(1)} \frac{y_1}{x_1} - c_2^{(1)} \frac{1}{x_1} \quad , \\ b_1^{(2)} &= \frac{X_2}{y_2} - a_1^{(2)} \frac{x_2}{y_2} - c_1^{(1)} \frac{1}{y_2} \quad , & b_2^{(2)} &= \frac{Y_2}{y_2} - a_2^{(2)} \frac{x_2}{y_2} - c_2^{(1)} \frac{1}{y_2} \quad , \\ c_1^{(2)} &= X_3 - a_1^{(2)} x_3 - b_1^{(2)} y_3 \quad , & c_2^{(2)} &= Y_3 - a_2^{(2)} x_3 - b_2^{(2)} y_3 \quad . \end{aligned}$$

Obecné vyjádření aproximace :

$$\begin{aligned} a_1^{(k)} &= \frac{X_1}{x_1} - b_1^{(k-1)} \frac{y_1}{x_1} - c_1^{(k-1)} \frac{1}{x_1} \quad , & a_2^{(k)} &= \frac{Y_1}{x_1} - b_2^{(k-1)} \frac{y_1}{x_1} - c_2^{(k-1)} \frac{1}{x_1} \quad , \\ b_1^{(k)} &= \frac{X_2}{y_2} - a_1^{(k)} \frac{x_2}{y_2} - c_1^{(k-1)} \frac{1}{y_2} \quad , & b_2^{(k)} &= \frac{Y_2}{y_2} - a_2^{(k)} \frac{x_2}{y_2} - c_2^{(k-1)} \frac{1}{y_2} \quad , (34) \\ c_1^{(k)} &= X_3 - a_1^{(k)} x_3 - b_1^{(k)} y_3 \quad , & c_2^{(k)} &= Y_3 - a_2^{(k)} x_3 - b_2^{(k)} y_3 \quad . \end{aligned}$$

2.3. Transformace podobnosti

2.3.1. Jednoduchá transformace podobnosti

Při dvou přípojovacích /identických/ bodech pro podobnostní transformaci platí

$$\begin{aligned} X &= ax - by + c, \\ Y &= bx + ay + d. \end{aligned} \quad (35)$$

Pro výpočet koeficientů je možno vyjít z takto upravených rovnic :

$$\begin{aligned} a &= \frac{X_1}{x_1} + b \frac{y_1}{x_1} - c \frac{1}{x_1}, \\ b &= \frac{Y_1}{x_1} - a \frac{y_1}{x_1} - d \frac{1}{x_1}, \\ c &= X_2 - ax_2 + by_2, \\ d &= Y_2 - ay_2 - bx_2. \end{aligned} \quad (36)$$

Použijeme opět Gaussovy-Seidlový aproximační metody.

Nultá aproximace :

$$a^{(0)} = \frac{X_1}{x_1}, \quad b^{(0)} = c^{(0)} = d^{(0)} = 0$$

První aproximace :

$$\begin{aligned} a^{(1)} &= \frac{X_1}{x_1}, \\ b^{(1)} &= \frac{Y_1}{x_1} - a^{(1)} \frac{y_1}{x_1}, \\ c^{(1)} &= X_2 - a^{(1)} x_2 + b^{(1)} y_2, \\ d^{(1)} &= Y_2 - a^{(1)} y_2 - b^{(1)} x_2. \end{aligned}$$

Druhá aproximace :

$$\begin{aligned} a^{(2)} &= \frac{X_1}{x_1} + b^{(1)} \frac{y_1}{x_1} - c^{(1)} \frac{1}{x_1}, \\ b^{(2)} &= \frac{Y_1}{x_1} - a^{(2)} \frac{y_1}{x_1} - d^{(1)} \frac{1}{x_1}. \end{aligned}$$

$$c^{(2)} = X_2 - a^{(2)}x_2 + b^{(2)}y_2 \quad ,$$

$$d^{(2)} = Y_2 - a^{(2)}y_2 - b^{(2)}x_2 \quad .$$

Obecné vyjádření aproximace :

$$\begin{aligned} a^{(k)} &= \frac{X_1}{x_1} + b^{(k-1)} \frac{y_1}{x_1} - c^{(k-1)} \frac{1}{x_1} \quad , \\ b^{(k)} &= \frac{Y_1}{x_1} - a^{(k)} \frac{y_1}{x_1} - d^{(k-1)} \frac{1}{x_1} \quad , \\ c^{(k)} &= X_2 - a^{(k)}x_2 + b^{(k)}y_2 \quad , \\ d^{(k)} &= Y_2 - a^{(k)}y_2 - b^{(k)}x_2 \quad . \end{aligned} \tag{37}$$

I toto třetí řešení transformace - stejně jako obě předchozí - patří do kategorie výpočtů, při nichž máme k dispozici pouze nezbytný počet rovnic, takže vyrovnání v tomto případě nepřichází v úvahu.

2.3.2. Helmertova transformace podobnostní

Při více než dvou připojovacích nebo identických bodech používáme podobnostní transformace již s vyrovnáním, poněvadž počet rovnic je nadbytečný.

Při budování nových sítí v bojových podmínkách bude tato metoda méně používána; častěji půjde o její aplikaci na převod sítí z jednoho systému do druhého.

Tato transformace se obvykle nazývá Helmertovou transformací podobnostní.

Kromě označení uvedených v podkapitole 2.1 je ještě použito označení

X', Y' pro souřadnice výsledné, anebo souřadnice systému, do něhož transformujeme a lišící se od souřadnic X, Y o hodnoty oprav z vyrovnání,

X_r, Y_r, x_r, y_r pro souřadnice bodů v obou systémech redukované na těžiště identických bodů,

X_o, Y_o, x_o, y_o pro souřadnice těžiště bodů identických v obou systémech.

Pro Helmertovu podobnostní transformaci platí

$$\begin{aligned} X' &= ax - by + c \quad , \\ Y' &= bx + ay + d \quad . \end{aligned} \tag{38}$$

Koeficienty a, b, c, d vypočteme ze souřadnic identických bodů podle následujících rovnic :

$$a = \frac{[X_r x_r] + [Y_r y_r]}{[x_r^2] + [y_r^2]} ,$$

$$b = \frac{[Y_r x_r] - [X_r y_r]}{[x_r^2] + [y_r^2]} ,$$

(39)

$$X_r = X - X_0 , \quad x_r = x - x_0 ,$$

$$Y_r = Y - Y_0 , \quad y_r = y - y_0 ,$$

$$X_0 = \frac{[X]}{n} , \quad x_0 = \frac{[x]}{n} ,$$

$$Y_0 = \frac{[Y]}{n} , \quad y_0 = \frac{[y]}{n} ,$$

$$c = -ax_0 + by_0 + X_0 .$$

$$d = -ay_0 - bx_0 + Y_0 .$$

Závěr

Ze široké škály budování SPGS uvedených v kapitole 1 byly podrobněji probrány pouze některé. Jednou z velmi používaných metod - metodou polygonových pořadů - se autor v tomto příspěvku nezabývá, protože její problematika byla již podrobně zpracována, např. v [9].

Podobné stanovisko bylo zaujato i k transformacím. V kapitole 2 byly řešeny pouze ty, které nejvíce přicházejí v úvahu při budování SPGS. Transformace vyššího řádu, vhodné především pro transformace sítí velkých rozsahů, nejsou v této studii rozebírány; jejich použití by v praxi bylo ve většině případů omezeno menším počtem identických bodů, které bývají obvykle k dispozici.

L I T E R A T U R A

- [1] V. VAHALA : Geodetické sítě malého rozsahu, jejich transformace a transformace světových referenčních geodetických systémů, 1971, Praha.
- [2] Rukovodstvo po geodezičeskim rabotam, 1961, Moskva.
- [3] Topo-1-2 : Topografické zabezpečení bojové činnosti vojsk, 1962, Praha.
- [4] M. VEPŘEK : Topografické zabezpečení raketového vojska a dělostřelectva v předpokládaném prostoru operací vojsk ČSLA v počátečním období války, 1966, Brno.
- [5] Topo-52-3 : Zpracování výsledků radiogeodetických měření, 1965, Praha.
- [6] S. S. URALOV : Razvitie opornych geodezičeskich setěj, 1963, Moskva.
- [7] Topografický připojovač, 1961, MNO-Praha.
- [8] E. A. KOVALENKO, V.V. KUKLIN : Techničeskije sredstva i metodika vypolněnija polevyh geodezičeskich rabot, 1965, Monino.
- [9] Z. NEVOSÁD : Vyrovnání a rozbor přesnosti polygonových pořadů se stranami, měřenými radiovými a světelnými dálkoměry, Brno, 1964.

Došlo dne 27. 7. 1971

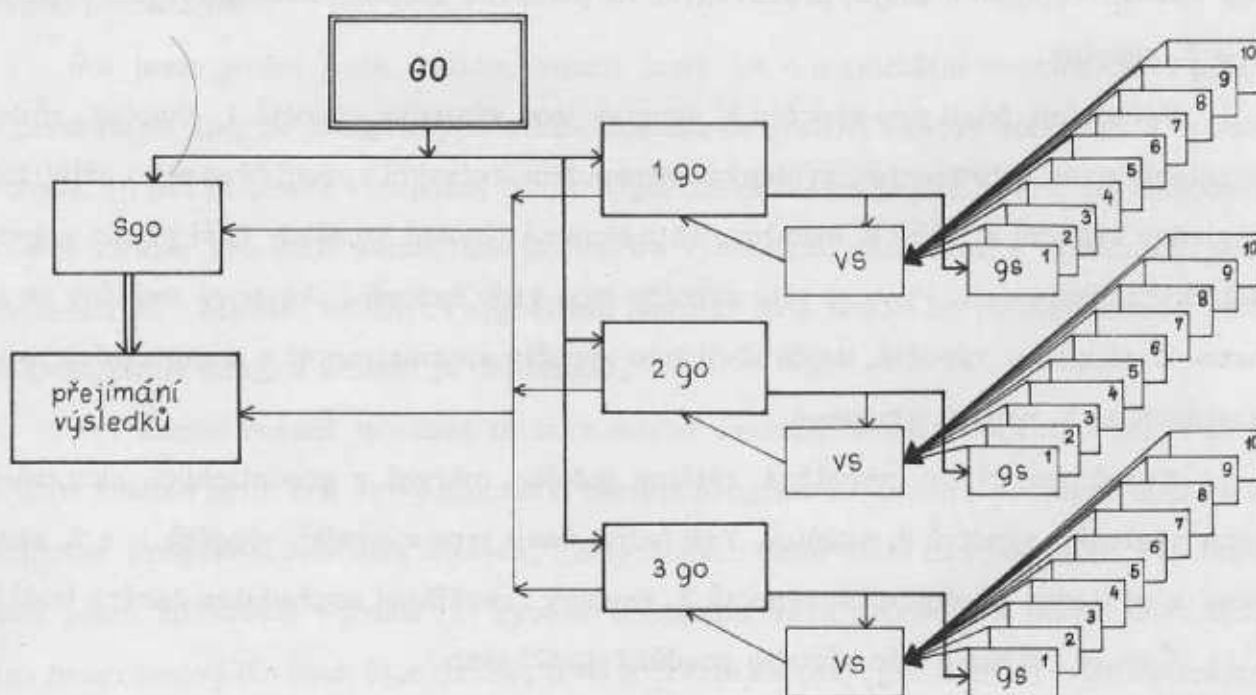
Automatické programování výpočtů u polních geodetických útvarů

(Referát byl přednesen na geodetickém semináři katedry geodézie a kartografie VAAZ v Brně dne 11. listopadu 1970)

Důležitou součástí prací při geodetickém zabezpečení vojsk jsou výpočty u polních geodetických útvarů. Tvoří konečnou fázi většiny odborných úkolů. Dobrá organizace práce a automatizace těchto výpočtů může podstatně zkrátit čas, potřebný k jejich plnění.

Důležitým úkolem je stanovit optimální stupeň mechanizace nebo automatizace výpočetních prací. K tomu je nutné výpočty rozdělit na skupiny podle druhu, místa vzniku a charakteru vstupních údajů a pak si ujasnit charakter, rozsah, místo a dosavadní metody výpočtů.

Uvážíme-li typický geodetický odřad, organizují výpočty ve větší nebo menší míře všechny jeho výkonné složky. Znázorníme to na schématu :



Obr. 1

Ve všech těchto složkách probíhají některé skupiny výpočtů podle druhu, místa vzniku a charakteru vstupních údajů a charakteru výpočtů, tj. :

1. výpočet a vyrovnání měřených prvků;
2. převod měřených prvků do zobrazovací roviny;
3. souřadnicové výpočty v rovině;
4. výpočty z oboru vyšší geodézie /matematické kartografie/.

Pro výpočty 1. skupiny vznikají vstupní údaje přímo v terénu při měření geodetickými skupinami a také je provádí zapisovatel přímo v době měření v terénu. Rozborem výpočtů této skupiny /viz [1]/ jsem došel k závěru, že při současném přístrojovém vybavení nemůže automatizace těchto výpočtů přinést výraznější úsporu času nebo sil. Všechny tyto jednoduché výpočty je schopen zvládnout zapisovatel přímo při měření. V této skupině je důležitější se zaměřit na zdokonalování přístrojové techniky a organizace práce, což může později, v určité etapě, přinést možnost zlepšení předpokladů pro automatizaci výpočtů zejména tím, že výstupní údaje měřické techniky se formálně přizpůsobí samočinnému počítači /například automatickým děrováním měřených prvků na dérnou pásku/. Těmito otázkami jsem se v práci [1] nezabýval. Doporučuji, aby při použití dnes dostupné přístrojové techniky řešil tyto výpočty zapisovatel dále přímo při měření v terénu i v tom případě, že další skupiny výpočtů budou automatizovány na samočinných počítačích. Sníží se tím mimo jiné též rozsah vstupních údajů, předávaných na poměrně značné vzdálenosti pro výpočty 2. a 3. skupiny.

Vstupními údaji pro výpočty 2. skupiny jsou výsledky výpočtů 1. skupiny, různé konstanty dané zobrazením, zvoleným elipsoidem, refrakcí a předběžné nebo přibližné výsledky výpočtů 3. nebo 4. skupiny. Tato skupina výpočtů se někdy řeší přímo v geodetických skupinách. Protože tyto výpočty jsou vždy časově i obsahově svázány se 3. nebo 4. skupinou výpočtů, doporučuji tyto výpočty automatizovat v komplexních programech se 3. nebo 4. skupinou.

Konečným cílem převážné většiny polního měření v geodetických skupinách jsou výsledky výpočtů 3. skupiny. Vstupními údaji jsou výsledky výpočtů 1. a 2. skupiny a výsledky předchozích výpočtů 3. skupiny /například souřadnice daných bodů/.

Časově můžeme tyto výpočty rozdělit do tří etap :

1. určení typu úlohy a postupu výpočtu;

2. příprava vstupních údajů;

3. vlastní výpočet.

Do stejných etap můžeme členit i výpočty 4. skupiny, rozdíl je jen v charakteru vstupních údajů.

Pro výsledný efekt, tzn. zkrácení potřebného času a snížení nákladů, je důležitý stupeň mechanizace, automatizace nebo racionalizace jednotlivých etap.

Velmi snadno je možné automatizovat třetí etapu. Jde o typické vědeckotechnické výpočty poměrně malého rozsahu /vzhledem k možnostem samočinných počítačů/. Logická struktura těchto výpočtů bývá jednoduchá. Tyto výpočty lze dobře automatizovat i na jednodušších typech malých samočinných počítačů /například Cellatron SER-2, Zuse Z-11, Olivetti a další/. Použití výkonnějších počítačů nemusí být efektivní pro poměrnou pracnost první a druhé etapy.

První etapa má poměrně složitou logickou stavbu. Je to dáno zejména různorodostí metod určení bodů při polních geodetických pracích. Chceme-li současně maximálně omezit práce v druhé etapě, tj. přípravu vstupních údajů, logická stavba se dále zkomplikuje. Takový univerzální program pro automatizaci první i třetí etapy by byl velmi složitý s vysokými nároky na operační rychlost a zejména na kapacitu paměti samočinného počítače /musel by to být střední samočinný počítač a je to pro nás zatím nedostupné/.

Šel jsem proto jinou cestou. Snažil jsem se o maximální racionalizaci práce v první etapě tím, že předpis výpočetního postupu se stanoví časově současně s druhou etapou, tj. při přípravě vstupních údajů. Algoritmus řešení je pak podstatně jednodušší a je vhodný pro malé samočinné počítače s výkonnými vstupními a výstupními jednotkami. Při hledání vhodných algoritmů jsem se dále snažil co nejvíce omezit rozsah vstupních údajů a vhodně je uspořádat.

Při tomto řešení je důležité maximálně racionalizovat programování. Pak je možné snadno připravit velké množství variant programů výpočtů a postupně doplňovat komplex programů řešením dalších, i netypických nebo málo častých úloh. Pro tento úkol jsem zpracoval v práci [1] systém nestandardních procedur v jazyku MALGOL pro programování všech úloh druhé, třetí a čtvrté skupiny, počítaných v geodetických odřadech. Navržený systém procedur zkrátí zpracování konkrétních programů těchto

úloh pro počítač Minsk-22 z týdnů na dny nebo hodiny, v naléhavých případech dokonce na zlomky hodin. Navržený systém je možno použít též pro jiný samočinný počítač, vybavený překladačem pro některý dialekt mezinárodního programovacího jazyka Algol-60. Nestandardní procedury by se samozřejmě musely přeložit do příslušného jazyka.

Navržený systém obsahuje nestandardní procedury; stručně je popíši /jejich podrobný popis viz [1]/.

1. Procedury pro vstup a výstup úhlů

Úhel zapsaný ve stupních, minutách a vteřinách nebo v grádech se převede do obloukové míry nebo naopak, úhel v obloukové míře se tiskne jako stupně, minuty a vteřiny nebo jako grády.

Úhel α děrujeme jako číslo s desetinnou čárkou za hodnotu α :

$$\alpha = a,bc,$$

kde a jsou celé stupně, b jsou celé minuty, c jsou vteřiny.

Příklad : $\alpha = 125^{\circ} 13' 16,7''$ se zapíše jako 125,13167.

Pro takto zapsané číslo platí transformační rovnice :

$$\widehat{\alpha} = \frac{\pi}{180} \left[a + \frac{100}{60} \cdot \left(b + \frac{100}{60} \cdot c \right) \right] \quad (1)$$

Označíme-li $b' = b \cdot 10^2$ a $c' = c \cdot 10^2$, dostaneme :

$$\widehat{\alpha} = \frac{\pi}{180} \left[a + \frac{1}{60} \left(b' + \frac{c'}{0,6} \right) \right] \quad (2)$$

Při transformaci úhlu daného v grádech na obloukovou míru vyjdeme ze zápisu úhlu α ve tvaru čísla s desetinnou čárkou za celými grády. Pro takto zapsaný úhel platí transformační rovnice :

$$\widehat{\alpha} = \frac{\alpha}{400} \cdot 2\pi = \frac{\alpha}{200} \pi \quad (3)$$

Pro výstup úhlů ve stupních využijeme standardní procedury PRINT, která umož-

ňuje děrování čísel v kódu CCIT na děrovači č. 2. Je-li dán úhel $\widehat{\alpha}$ v obloukové míře, převedeme jej na úhel ve stupních podle rovnice :

$$\alpha^{\circ} = \widehat{\alpha} \cdot \frac{360}{2\pi} + \gamma = \widehat{\alpha} \cdot \frac{180}{\pi} + \gamma, \quad (4)$$

kde γ je 0,5 jednotky posledního tištěného místa ve vteřinách, převedené na zlomek stupňů. Plní funkci zaokrouhlování.

Dále použijeme stejné označení jako ve vzorci (1). Zřejmě platí

$$\begin{aligned} a &= \text{Entier } \alpha^{\circ}, \\ b^* &= 60 \cdot \text{Frac } \alpha^{\circ}, \\ b &= \text{Entier } b^*, \\ c &= 60 \cdot \text{Frac } b^*. \end{aligned} \quad (5)$$

Čísla a, b a c pak tiskneme vedle sebe v řádku, a to stupně a minuty jako čísla celá, vteřiny se zvoleným počtem desetinných míst.

Pro transformaci úhlu v obloukové míře na úhel v grádech použijeme vzorce :

$$\alpha^g = \widehat{\alpha} \cdot \frac{400}{2\pi} + \gamma = \widehat{\alpha} \cdot \frac{200}{\pi} + \gamma \quad (6)$$

a tiskneme jej přímo s desetinnou čárkou za celými grády.

Transformace a tisky podle rovnic (2), (3), (4), (5) a (6) řeší procedury STUP, TISKSTUP, GRAD a TISKGRAD.

2. Procedury pro zápis a vyhledání souřadnic bodů

Katalog souřadnic bodů se touto procedurou převede do vnitřní paměti stroje. Podle daného čísla bodu se pak souřadnice v tomto katalogu vyhledávají.

Pro uložení katalogu do pole proměnných $K_{i,j}$ zvolme toto standardní pořadí údajů :

- $K_{i,1}$ číslo bodu,
- $K_{i,2}$ souřadnice x ,
- $K_{i,3}$ souřadnice y ,
- $K_{i,4}$ souřadnice z /nadmořská výška/. Pro katalog bodů bez výšek nemusí být tato místa v poli deklarována.

Pro vstup katalogu, děrovaného v jedné zóně děrné pásky je určena procedura

CTI4. Pro hledání souřadnic v katalogu jsem sestavil proceduru HLEDEJ. Spočívá v testování shody daného čísla bodu s číslem uloženým v místech $K_{i,1}$. Při nalezené identitě se souřadnice X, Y a případně Z přiřadí skutečným parametrům procedury. Jestliže v celém poli nedojde k očekávané identitě, vyděruje se příslušná textová informace na děrovači č. 2.

3. Procedury pro řešení hlavních geodetických úloh v rovině

Pomocí těchto procedur se vypočtou souřadnice bodu určeného rajónem nebo naopak se vypočte směrník a vzdálenost mezi dvěma body. Úhly a délky se přitom podle potřeby převádějí z přímé spojnice v rovině Gaussova zobrazení na geodetickou křivku a naopak.

Pro výpočet souřadnic ze směrniku a délky v rovině použijeme známých vzorců rovinné trigonometrie :

$$\begin{aligned}x_2 &= x_1 + s \cdot \cos \alpha_{12} \quad , \\y_2 &= y_1 + s \cdot \sin \alpha_{12} \quad .\end{aligned}\quad (7)$$

Pro redukci délek do roviny Gaussova zobrazení použijeme podle [9] při zanedbání členů 3. a vyšších řádů rovnici :

$$s = s' \left[1 + \frac{1}{6R^2} (y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2) \right] \quad .\quad (8)$$

V této rovnici značí :

- s délku v rovině Gaussova zobrazení;
- s' délku na referenčním elipsoidu;
- R střední poloměr křivosti referenčního elipsoidu;
- y_1, y_2 y -ové souřadnice koncových bodů, vztahené k základnímu poledníku příslušného pásu Gaussova zobrazení.

Pro délku asi 280 km dosahuje chyba ze zanedbání členů 3. řádu asi 5 mm, což je hodnota zanedbatelná.

Pro redukci směrů na přímou spojnici v rovině Gaussova zobrazení použijeme vzorec /viz [9]/:

$$\alpha = \alpha' - \frac{1}{6R^2} (x_2 - x_1) (2y_1 + y_2) \quad .\quad (9)$$

V této rovnici značí :

α směrnik přímé spojnice v rovině Gaussova zobrazení,

α směrnik geodetické křivky.

Zanedbány jsou opět členy 3. a vyšších řádů. Zanedbaný člen 3. řádu má v extrémním případě hodnotu 0,03", což je hodnota zanedbatelná.

Pro výpočet směrniku a vzdálenosti mezi dvěma danými body použijeme známé vzorce :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{nebo} \quad \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} \quad (10)$$

Výpočet probíhá podle prvního nebo druhého vzorce tak, aby vypočtený podíl byl menší nebo roven 1. Určení kvadrantu úhlu α je vyřešeno výhybkou v závislosti na znaménku souřadnicových rozdílů. Délka se vypočte z Pythagorovy věty :

$$s = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (11)$$

Pro výpočet korekcí délky a směrniku z přímé spojnice v Gaussově zobrazení na geodetickou křivku použijeme vzorců (8) a (9).

Výpočty podle těchto vzorců jsou sestaveny v procedurách, označených RAYON, RAYONR, SMER, SMERR.

4. Procedura pro orientaci směrů

řeší orientaci směru na stanovišti. Jako vstupní údaje se zadávají jen čísla bodů a měřené směry /v libovolné úhlové míře/. Procedura neřeší obecný případ orientace směrů, je sestavena jen pro orientaci polygonových pořadů a vnějších směrů při vyrovnání jednoho bodu protínáním vpřed.

Výpočet daných směrniků pro orientaci na stanovišti se řeší procedurou SMERR, to znamená, že dané směrniky se převádějí z přímé spojnice bodů na směrnik geodetické křivky. Ze všech daných směrniků a měřených směrů se pak vypočtou orientované směrniky a aritmetickým průměrem hledaný orientovaný směrnik /směrnik geodetické křivky/.

Ke zjištění hrubých chyb vstupních údajů se v proceduře testují rozdíly orientovaných směrniků, vypočtených ze dvou po sobě jdoucích měřených směrů. Jestliže jejich rozdíl je větší než přípustný, děruje se potřebná textová informace na výstup-

5. Procedury pro řešení úloh protínáním

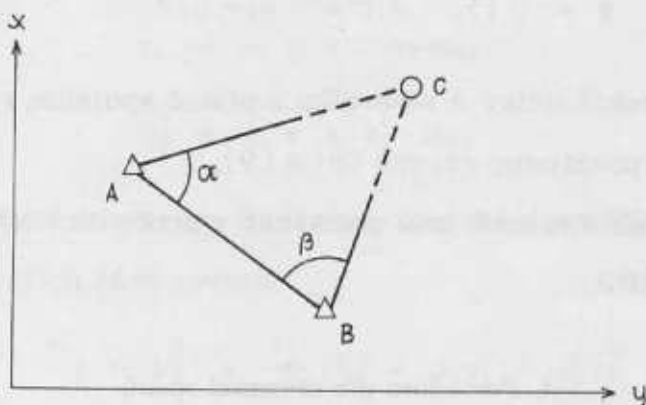
řeší úlohy protínání vpřed, zpět a protínání z délek. Procedury pro první dvě úlohy jsou určeny pro výpočet přibližných souřadnic při vyrovnání jednoho bodu. Jsou proto řešeny v rovině, nezavádějí převod měřených úhlů do roviny Gaussova zobrazení.

Souřadnice bodu C, určeného protínáním vpřed vypočteme ze známých vzorců /viz obr. 2/ :

$$y_c = y_A + \frac{\Delta y \cotg \alpha - \Delta x}{\cotg \alpha + \cotg \beta} ,$$

$$x_c = x_A + \frac{\Delta x \cotg \alpha + \Delta y}{\cotg \alpha + \cotg \beta} , \quad (12)$$

kde $\Delta y = y_2 - y_1$, $\Delta x = x_2 - x_1$.



Obr. 2

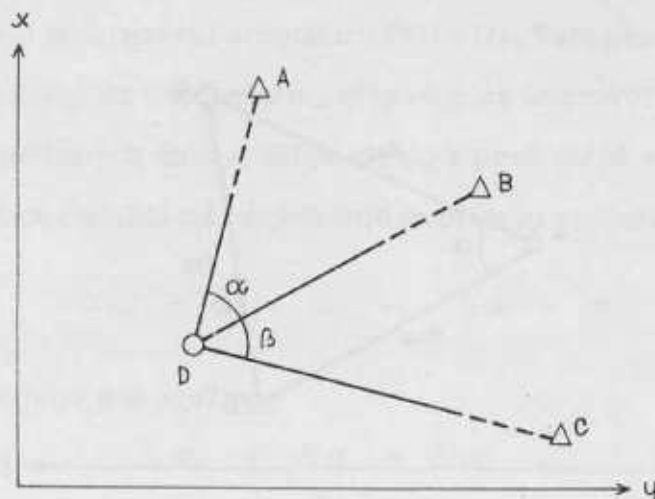
Potřebné úhly α a β se vypočtou ze směrníků stran AC a BC a vypočteného směrníku strany AB. Podle rovnic [12] je sestavena procedura VPRED1.

Pro protínání zpět použijeme vzorce, vycházející z Jordanova řešení a Cassiniho konstrukce. Pro sestavení procedury ZPET1 upravíme Jordanovo řešení /viz [8]/ tak, že do vzorců dosadíme původní dané nebo měřené veličiny /označení veličin viz obr. 3/.

$$\Delta x_{BD} = \frac{(\Delta x_{AB} \cotg \alpha - \Delta y_{AB}) k - \Delta y_{AB} \cotg \alpha - \Delta x_{AB}}{k^2 + 1} , \quad (13)$$

kde k /směrnice středního směru/ je rovna :

$$k = \frac{-\Delta y_{AB} \cotg \alpha - \Delta x_{AB} - \Delta y_{CB} \cotg \beta + \Delta x_{CB}}{-\Delta x_{CB} \cotg \beta - \Delta y_{CB} - \Delta x_{AB} \cotg \alpha + \Delta y_{AB}} . \quad (14)$$



Obr. 3

Pro rozdíly souřadnic obecně platí :

$$\Delta x_{ij} = x_j - x_i \quad .$$

Výsledné souřadnice pak jsou :

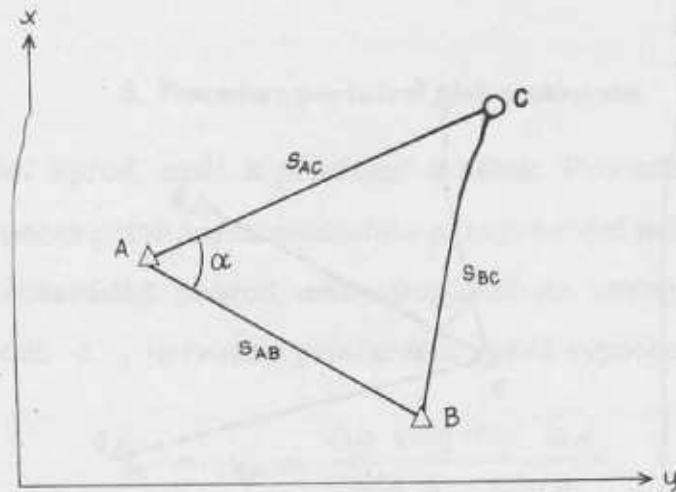
$$x_D = x_B + \Delta x_{BD} \quad , \quad y_D = y_B + \Delta x_{BD} k \quad . \quad (15)$$

Řešení se stane neurčitým, je-li směrník středního směru 90° nebo 270° . Abychom tento případ mohli řešit, porovnáme absolutní hodnoty jmenovatele a čitatele směrnice k . Je-li absolutní hodnota jmenovatele menší než absolutní hodnota čitatele, potočíme souřadnicovou soustavu o 90° a výpočet opakujeme v transformované soustavě. Po ukončení výpočtu pak výsledek transformujeme zpět do původní soustavy.

Transformační rovnice pro pootočení o 90° jsou :

$$y' = x \quad , \quad x' = -y \quad . \quad (16)$$

Při řešení úlohy protínání z délek vyjdeme z předpokladu, že délky jsou měřeny rádiovými nebo světelnými dálkoměry. Tyto prostředky umožňují měřit poměrně značné délky /až 50 km/ s relativně vysokou přesností. Redukce měřených délek ze zobrazení nabývají tedy značných hodnot /v našich zeměpisných šířkách až 28 m pro délku 50 km/. Abychom se vyhnuli výpočtu přibližných souřadnic určovaného bodu, potřebných pro redukci délek, zvolíme pro proceduru PROTDEL tento postup /viz obr. 4/ :



Obr. 4

- pomocí procedury SMERR vypočteme z daných souřadnic bodů A a B délku a směrnik geodetické křivky s_{AB} /na povrchu ref. elipsoidu/;
- vypočteme sférický exces ε trojúhelníka ze vzorce :

$$\varepsilon = \frac{P}{R^2} \quad (17)$$

kde plocha trojúhelníka P podle Heronova vzorce je :

$$P = \sqrt{s(s - s_{AB})(s - s_{AC})(s - s_{BC})} ;$$

$$s = \frac{s_{AB} + s_{AC} + s_{BC}}{2} \quad (18)$$

- vypočteme úhel α' v rovině ABC ze vzorce :

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha'}{2} = \frac{P}{s(s - s_{BC})} \quad (19)$$

Přičtením 1/3 sférického excesu k úhlu α' dostaneme úhel α na povrchu referenčního elipsoidu ;

- odečtením úhlu α od směrniku geodetické křivky dostáváme směrnik geodetické křivky s_{AC} ;
- pomocí procedury RAYONR vypočteme souřadnice bodu C včetně redukci délky a směrniku do zobrazovací roviny.

6. Procedury pro výpočet polygonových pořadů

řeší výpočet základních typů polygonových pořadů, tj. oboustranně orientovaný, jedno-

stranně orientovaný a volný pořad.

Pro obecné řešení jsem navrhl proceduru POLYG1. Tato procedura vychází z daných souřadnic a směrníku na počátečním, případně na koncovém bodě a z řádkových matic levostranných měřených úhlů a délek stran. V první etapě se vypočtou směrníky všech stran se současnou redukcí měřených úhlů na přímou spojnicí v Gaussově zobrazení podle vzorce :

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i + \omega_i - \Delta\alpha + \pi \quad (20)$$

Redukce $\Delta\alpha$ obsahuje dvě složky :

$$\Delta\alpha = \Delta'\alpha + \Delta''\alpha \quad (21)$$

kde $\Delta'\alpha$ je redukce směrníku strany P_i, P_{i+1} na přímou spojnicí, $\Delta''\alpha$ je redukce obráceného směrníku strany P_{i+1}, P_i .

Sečtením obou oprav a nahrazením :

$$\Delta x_{i+1,i} = -\Delta x_{i,i+1}$$

dostaneme :

$$\Delta\alpha = \frac{1}{2R^2} (\Delta x_{i,i+1}) (y_i + y_{i+1}) \quad (22)$$

Souřadnice y musí být samozřejmě redukovány k základnímu poledníku.

Všechny směrníky vypočtené podle vzorce (20) jsou tedy stále směrníkem geodetické křivky. Musíme ovšem navíc počítat předběžné hodnoty Δx a y již při výpočtu směrníků.

Při výpočtu posledního směrníku se testuje, zda má pořad orientaci na konci. Jestliže ne, přejde se k výpočtu souřadnic. Jestliže ano, vypočte se rozdíl mezi daným a vypočteným směrníkem. Jestliže je absolutní hodnota rozdílu větší než přípustná, vyděruje se informace o překročení povolené odchylky. Výpočet pokračuje rovnoměrným rozdělením odchylky na všechny měřené úhly. Z takto vyrovnaných směrníků a z délek jednotlivých stran se postupně vypočtou souřadnice všech vrcholů polygonového pořadu pomocí procedury RAYONR, to znamená včetně redukcí směrů a délek do roviny Gaussova zobrazení. Pokud nejsou zadány souřadnice koncového bodu pořadu, výpočet tím končí. V opačném případě se vypočtou rozdíly Δx a Δy mezi danými a vypočtenými souřadnicemi koncového bodu a celkový rozdíl :

$$\Delta D = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \quad (23)$$

Dále se vypočte maximálně přípustný rozdíl :

$$\Delta D_{\max} = \frac{1}{100} \sqrt{[s]} \quad (24)$$

Všechny údaje s rozměrem délek ve vzorcích (23) a (24) jsou v metrech. Vzorec (24) odpovídá přibližně maximálně povolené odchylce podle katastrální instrukce A.

Jestliže rozdíl ΔD je větší než ΔD_{\max} , vyděruje se opět na výstupním děrovači informace o překročení povolené odchylky. V každém případě se výpočet dokončí rovnoměrným rozdělením odchylky a děrováním všech výstupních údajů ve formě tabulky.

Pro organizaci čtení vstupních údajů, jejich překladu a přípravy pro proceduru POLYGI jsem zpracoval proceduru POLYGON. Tato procedura řeší též orientace na počátečním, případně koncovém bodě podle zadaného typu polygonového pořadu.

7. Procedura pro určení souřadnic jednoho bodu vyrovnáním

Pro určení souřadnic bodu protínáním vpřed nebo zpět jsou vždy měřeny nadbytečné prvky. Při budování sítí OGSS a při zhušťovacích pracích se obvykle postupuje tak, že se souřadnice bodu vypočtou z několika pokud možno nezávislých kombinací. Tento postup je pro programování méně vhodný. Museli bychom totiž řešit poměrně komplikovaný algoritmus výběru optimálních kombinací, nebo by vhodné kombinace musel předepsat počítač jako vstupní údaj. Tato druhá cesta je náročná na přípravu vstupních údajů. Zvolíme proto vždy raději běžný postup vyrovnání jednoho bodu kombinovaným protínáním /viz např. [8], tj. sestavení rovnic oprav, normálních rovnic a výpočet neznámých oprav určovaných souřadnic. Operační rychlost samočinného počítače Minsk-22 tento postup umožňuje bez výrazného prodloužení času, potřebného pro výpočet. Pro tento účel jsem navrhl proceduru VYR1BODU, která řeší tuto úlohu v obecném případě, to znamená pro protínání vpřed, zpět i kombinované. Kromě toho tato procedura plní řadu dalších funkcí, zejména čtení potřebných vstupních údajů, vyhledávání souřadnic daných bodů, orientaci pro vnější směry /pokud jsou zadány/ a výpočet přibližných souřadnic určovaného bodu. Dále se testují hrubé chyby a opravy v průběhu výpočtů. Při zjištění hrubé chyby se výpočet ukončí a vyděruje se příslušná textová informace. Je-li některá oprava větší než stanovená mez, vyděruje se příslušná textová informace, výpočet se však dokončí. Na závěr se vypočtou charak-

teristiky přesnosti, a to střední chyba měřeného směru a celková polohová střední chyba.

Pro orientace vnějších směrů a pro výpočet přibližných směrniců se v této proceduře používá procedura SMERR, jejímž výsledkem je směrnic geodetické křivky /nikoli přímá spojnice/. Tento postup je ekvivalentní redukci všech měřených směrů na přímou spojnic v Gaussově zobrazení.

Navrženou proceduru je možno využít také v triangulaci pro výpočet a vyrovnání trigonometrických bodů nižšího řádu.

8. Procedury pro lineární a kvadratickou transformaci souřadnic

umožňují vypočíst vyrovnáním klíč pro lineární nebo kvadratickou transformaci a pomocí tohoto klíče transformovat katalog souřadnic z původní do nové soustavy.

Kvadratická konformní transformace má v obecné formě zobrazovací rovnice /viz [2]/:

$$\begin{aligned} Y &= y_0 + ay + bx + c \cdot 2xy + d(x^2 - y^2) \quad , \\ X &= x_0 + ax - by + c(x^2 - y^2) - d \cdot 2xy \quad . \end{aligned} \quad (25)$$

Pro výpočet neznámých x_0, y_0, a, b, c, d musíme znát souřadnice nejméně tří bodů v obou souřadnicových soustavách. Při větším počtu identických bodů počítáme neznámé vyrovnáním podle metody nejmenších čtverců. Souřadnice identických bodů redukuje pro zvýšení přesnosti k těžišti soustavy. Tím transformační rovnice (25) přejdou do tvaru :

$$\begin{aligned} Y_r &= y'_0 + ay_r + bx_r + c \cdot 2x_r y_r + d(x_r^2 - y_r^2) \quad , \\ X_r &= x'_0 + ax_r - by_r + c(x_r^2 - y_r^2) - d \cdot 2x_r y_r \quad , \end{aligned} \quad (26)$$

kde

$$\begin{aligned} Y_r &= Y - Y_t \quad , & X_r &= X - X_t \quad , \\ y_r &= y - y_t \quad , & x_r &= x - x_t \quad , \end{aligned} \quad (27)$$

Indexem t jsou označeny souřadnice těžiště soustavy v příslušném souřadnicovém systému. Dosadíme-li dále :

$$y_0 = y'_0 + Y_t \quad , \quad x_0 = x'_0 + X_t \quad , \quad (28)$$

dostaneme rovnice :

$$Y = y_0 + ay_r + bx_r + c \cdot 2x_r y_r + d \cdot (x_r^2 - y_r^2) ;$$

$$X = x_0 + ax_r - by_r + c \cdot (x_r^2 - y_r^2) - d \cdot 2x_r y_r . \quad (29)$$

Dosazením souřadnic identických bodů do rovnic (27), (28) a (29) dostaneme koeficienty a prosté členy rovnic oprav a běžným postupem /například podle [12]/ přejdeme k sestavení a řešení normálních rovnic, v nichž neznámé jsou koeficienty transformačních rovnic. Vlastní výpočet klíče podle uvedeného postupu jsem uspořádal v proceduře QKLIC, transformaci katalogu souřadnic podle tohoto klíče v proceduře QTRANSF.

Pro lineární konformní transformaci vypustíme v rovnicích (29) členy 2. řádu. Dostaneme tím rovnice :

$$Y = y_0 + ay_r + bx_r ;$$

$$X = x_0 + ax_r - by_r . \quad (30)$$

Pro výpočet klíče dále platí, že /viz [2]/:

$$y_0 = Y_t ; \quad x_0 = X_t . \quad (31)$$

Tím se počet normálních rovnic redukuje na 2. Vlastní výpočet klíče dosazením souřadnic identických bodů do rovnic (27), (30) a (31) jsem uspořádal v proceduře KLIC, transformaci katalogu bodů v proceduře TRANSF.

Jako charakteristiku přesnosti transformace zvolme střední hodnotu odchylky daných a transformovaných souřadnic identických bodů:

$$m_x = \pm \sqrt{\frac{[v_x^2]}{n}} ; \quad m_y = \pm \sqrt{\frac{[v_y^2]}{n}} . \quad (32)$$

Tyto hodnoty sice necharakterizují přesnost transformace konkrétního bodu, zejména nerozlišují rozdílnou přesnost transformace v různých částech plochy transformačního klíče, přesto však dávají dostatečný názor na přibližnou přesnost transformačního klíče, zejména při větším počtu identických bodů.

9. Procedury pro výpočet astronomické orientace z měření na Slunce nebo Polárku

umožní výpočet orientace podle metody měření, používané v geodetickém zabezpečení vojsk.

Výpočet astronomické orientace vychází z azimutu nebeského tělesa, vypočteného řešením nautického trojúhelníku /viz [11]/:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin t}{\sin \varphi \cos t - \cos \varphi \operatorname{tg} \delta} \quad (33)$$

kde φ je zeměpisná šířka stanoviště;

δ je deklinace nebeského tělesa;

t je hodinový úhel nebeského tělesa.

Hodinový úhel t pro Slunce se vypočte ze vzorce :

$$t = S\check{c} + \lambda + E \quad (34)$$

kde $S\check{c}$ je světový čas okamžiku pozorování;

E je časová rovnice Slunce pro okamžik pozorování;

λ je zeměpisná délka stanoviště.

Hodinový úhel pro Polárku se vypočte :

$$t = S\check{c} + \Theta_0^p + \lambda - \alpha \quad (35)$$

kde $S\check{c}$ je světový čas v jednotkách hvězdného času;

Θ_0^p je hvězdný čas v 0 hod. světového času;

α je rektascenze Polárky.

Dvoznačnost azimutu vypočteného podle vzorce (33) vyloučíme stejně jako v proceduře SMERNIK. Vlastní výpočet podle uvedených vzorců jsem uspořádal v proceduře SLUN /z měření na Slunce/ a POL /z měření na Polárku/.

Pro přípravu a transformaci vstupních a výstupních údajů a pro vyrovnání výsledků z měření několika skupin jsou sestaveny procedury SLUNCE a POLÁRKA. Tyto procedury čtou efemeridy nebeského tělesa, údaje o stanovišti, měřených směrech a čase. Potřebné údaje převádějí do obloukové míry. Dále vypočtou azimut cíle ze všech měření, vyrovnanou hodnotu aritmetickým průměrem a střední chybu jednoho měření. Nakonec testují střední chybu měření /je-li větší než přípustná mez, vyděrují příslušnou textovou informaci/ a vypočtou meridiánovou konvergenci a výsledný směrník.

10. Procedury pro převod zeměpisných souřadnic na rovinné pravouhlé a naopak

řeší přímou metodou, tj. řadou s konečným počtem členů převod zeměpisných souřad-

nic na rovinné pravoúhlé v Gaussově zobrazení. Obrácená úloha se řeší aproximativně. Podle přibližného vzorce se nejprve vypočtou k rovinným souřadnicím souřadnice zeměpisné, z nich s použitím předcházející procedury souřadnice rovinné. Z rozdílu daných a vypočtených souřadnic se vypočte oprava zeměpisných souřadnic. Výpočet se opakuje tak dlouho, až je oprava dostatečně malá.

Kromě těchto dvou základních úloh umožňují tyto procedury též výpočet meridiánové konvergence a převod rovinných souřadnic do sousedního pásu Gaussova zobrazení pro libovolnou šířku pásu.

Pro výpočet Gaussových rovinných souřadnic k daným zeměpisným vyjdeme ze vzorců /viz [9]/:

$$x = D + \frac{N}{2} \sin \varphi \cos \varphi \Delta \lambda^2 + \frac{N}{24} \sin \varphi \cos^3 \varphi (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) \cdot \Delta \lambda^4 + \frac{N}{720} \sin \varphi \cos^5 \varphi (61 - 58t^2 + t^4) \Delta \lambda^6 ; \quad (36)$$

$$y = N \cos \varphi \Delta \lambda + \frac{N}{6} \cos^3 \varphi (1 - t^2 + \eta^2) \Delta \lambda^3 + \frac{N}{120} \cos^5 \varphi (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58\eta^2 t^2) \Delta \lambda^5, \quad (37)$$

kde značí :

$$t = \operatorname{tg} \varphi ;$$

$$\eta^2 = e'^2 \cos^2 \varphi .$$

Oblouk meridiánu D vypočteme podle [3] s koeficienty pro Krasovského elipsoid :

$$D = 6\,377\,558,48 \varphi - 16\,036,48 \sin 2\varphi + 16,83 \sin 4\varphi . \quad (38)$$

První zanedbaný člen vyššího řádu v této řadě dosahuje hodnoty 2 cm, což je pro nás zanedbatelné.

Příčný poloměr křivosti N vypočteme ze vzorce :

$$N = 6\,388\,958,44 - 10\,726,93 \cos 2\varphi + 13,51 \cos 4\varphi . \quad (39)$$

První zanedbaný člen této řady dosahuje asi 2 cm, což je pro nás rovněž zanedbatelné.

Vzorce (36) a (37) upravíme dosazením koeficientů :

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{1}{2} \cos^2 \varphi t \quad ; \\ A_3 &= \frac{1}{6} \cos^3 \varphi (1 - t^2 + \eta^2) \quad ; \\ A_4 &= \frac{1}{24} \cos^4 \varphi t (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) \quad ; \\ A_5 &= \frac{1}{120} \cos^5 \varphi (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58t^2\eta^2) \quad . \end{aligned} \quad (40)$$

Dále v těchto vzorcích zanedbáme členy 6. a vyšších řádů. Zanedbaný člen v našich zeměpisných šířkách dosahuje hodnotu 2 mm.

Po dosazení a úpravách dostaneme vzorce :

$$\begin{aligned} x &= D + N \Delta \lambda^2 (A_2 + A_4 \Delta \lambda^2) \quad ; \\ y &= N \Delta \lambda [\cos \varphi + \Delta \lambda^2 (A_3 + A_5 \Delta \lambda)] \quad . \end{aligned} \quad (41)$$

Výpočtu podle vzorce (41) předchází výpočet D a N a koeficientů A_2 , A_3 , A_4 , A_5 .

Přesnost výpočtů je omezena zejména přesností zobrazení úhlů v počítači Minsk-22. Úhly do 90° můžeme zapsat jen na $0,01''$, což omezuje přesnost transformace asi na ± 15 cm v rovinných souřadnicích. Vlastní výpočetní přesnost podle transformačních rovnic je vyšší a tuto hodnotu již neovlivní. Výpočet je uspořádán v proceduře ZEMROV.

Pro výpočet meridiánové konvergence použijeme vzorec /viz [13]/:

$$\gamma = \Delta \lambda \sin \varphi + \frac{1}{3} \sin \varphi \cos^2 \varphi \Delta \lambda^3 \quad . \quad (42)$$

Zanedbaná část členů 3. řádu se členem 5. řádu dosahuje v našich zem. šířkách v šestistupňových pásech hodnoty $0,08''$, což je veličina dostatečně malá.

Výpočet podle vzorce (42) je uspořádán v proceduře GAMA1. Výpočet meridiánové konvergence z daných rovinných souřadnic je uspořádán v proceduře GAMA2. Postupujeme tak, že nejprve pomocí procedury ROVZEM /procedura pro výpočet zeměpisných souřadnic z rovinných/ vypočteme zeměpisné souřadnice bodu a pak přejdeme k proceduře GAMA1.

11. Procedury pro řešení hlavních geodetických úloh v zeměpisných souřadnicích

umožňují řešení těchto úloh pro prakticky libovolně dlouhé křivky s přesností potřebnou pro geodetické zabezpečení vojsk. Dosažitelná přesnost je opět omezena přesností zobrazení úhlů v počítači, což je $0,01''$ pro úhly do 90° /zem. souřadnice/ a $0,1''$ pro úhly do 360° /azimuty/.

Pro řešení první hlavní geodetické úlohy jsem použil metodu numerické integrace diferenciálních rovnic geodetické křivky metodou Runge-Kutte /viz [6]/. Pro hodnotu funkce $F = \varphi, \lambda, \alpha$ pro $i+1$ iterační krok platí podle této metody vzorec :

$$F_{i+1} = F_i + \frac{1}{6}(F_1' h + 2F_2' h + 2F_3' h + F_4' h), \quad (43)$$

kde h je integrační krok, F je postupně funkce φ, λ, α , index označuje argument, pro nějž se počítá příslušná derivace funkce F podle s :

pro index 1 je argument F_1 ,

$$" \quad 2 \quad " \quad F_i + \frac{1}{2} F_1' h,$$

$$" \quad 3 \quad " \quad F_i + \frac{1}{2} F_2' h,$$

$$" \quad 4 \quad " \quad F_i + F_3' h,$$

Potřebné hodnoty derivací těchto funkcí jsou :

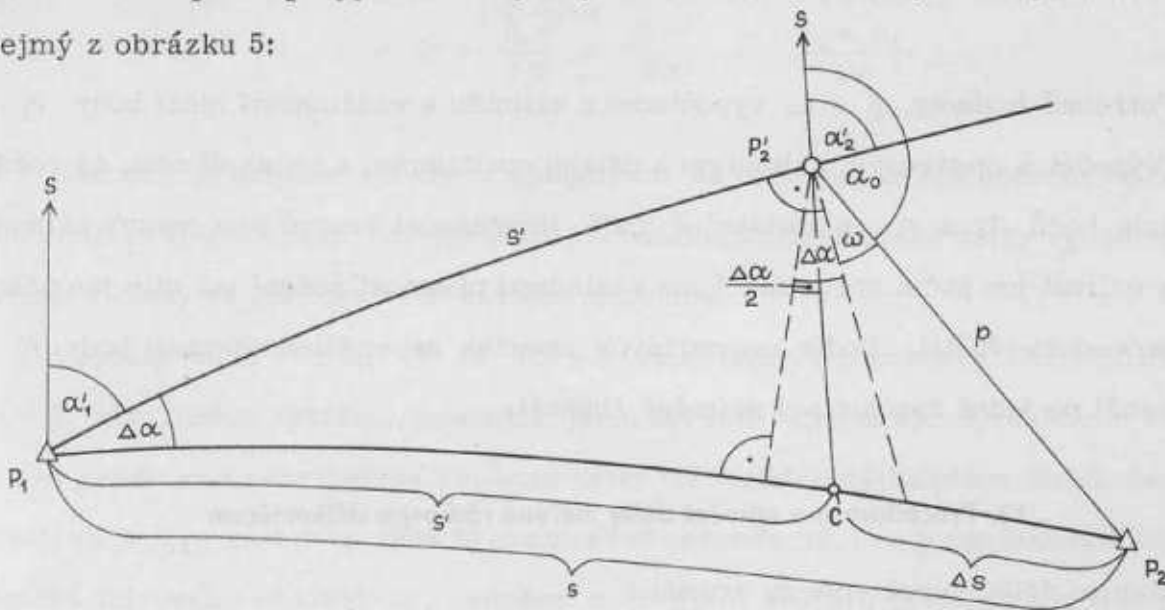
$$\begin{aligned} \varphi' &= \frac{\cos \alpha \cdot V^3}{c} ; & \text{pro : } c &= \frac{a^2}{b} ; \\ \lambda' &= \frac{\sin \alpha \cdot V}{c \cos \varphi} ; & V &= \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 \varphi} \quad (44) \\ \alpha' &= \frac{\sin \varphi \cdot \sin \alpha \cdot V}{c \cos \varphi} ; \end{aligned}$$

Pro přesnost výpočtů je důležitá volba integračního kroku. Zkouškami jsme zjistil, že pro krok $h=200$ km je stále ještě přesnost výpočtů dána jen přesností zobrazení úhlů v počítači. Volil jsem proto krok h menší než 100 km tak, aby počet integračních kroků bylo číslo celé.

Výpočet podle vzorců (43) a (44) je uspořádán v proceduře HGU1.

Pro výpočet druhé hlavní geodetické úlohy vyjdeme ze zpracované procedury pro první hlavní geodetickou úlohu. Ze zeměpisných souřadnic bodů P_1 a P_2 vypočteme řešením na kouli přibližné hodnoty směrníku α' a délky s' mezi danými body. Z daných

souřadnic bodu P_1 a přibližných hodnot α'_1 a s' vypočteme zeměpisné souřadnice bodu P'_2 /viz obr. 5/ s použitím předcházející procedury. Z rozdílů zeměpisných souřadnic bodů P_2 a P'_2 vypočteme opravy směrníku α'_1 a délky s' . Výpočet oprav je zřejmý z obrázku 5:



Obr. 5

Trojúhelník $CP_2P'_2$ je malý, můžeme jej proto považovat za rovinný. Pomocí sinové věty dostaneme :

$$\Delta s = \frac{p \sin(\omega + \frac{\Delta\alpha}{2})}{\cos \frac{\Delta\alpha'}{2}} \doteq p \sin(\omega + \frac{\Delta\alpha}{2}) \quad (45)$$

Potřebnou hodnotu $\Delta\alpha$ získáme řešením sférického trojúhelníka $P_1 P_2 P'_2$:

$$\sin \Delta\alpha = \sin p \frac{\sin(90^\circ + \omega)}{\sin s}$$

Siny malých úhlů v tomto vzorci nahradíme jejich argumenty a za neznámou hodnotu s v úhlové míře dosadíme :

$$s = \frac{s'}{R} + \Delta s$$

Potom platí :

$$\Delta\alpha = \frac{p \cdot \cos \omega}{\sin(\frac{s'}{R} + \Delta s)} \quad (46)$$

a v prvním přiblížení :

$$\Delta \alpha_0 = \frac{\rho \cdot \cos \omega}{\sin \left(\frac{s'}{R} \right)} \quad (47)$$

Potřebné hodnoty ρ a ω vypočteme z azimutu a vzdálenosti mezi body P'_2 a P_2 . Výpočet s opraveným azimutem a délkou opakujeme, a to tak dlouho, až rozdíl souřadnic bodů P'_2 a P_2 je dostatečně malý. Nepřesnost vzorců pro opravy azimutu a délky ovlivní jen počet aproximací, na výslednou přesnost řešení má vliv jen přesnost procedury HGUI. Podle provedených zkoušek se vzdálenost mezi body P'_2 a P_2 zmenší po jedné aproximaci nejméně 100krát.

12. Procedura pro výpočet délky měřené rádiovým dálkoměrem

Šikmou délku vypočteme ze vzorce :

$$D' = \frac{v}{2} \cdot T_{\xi} \quad (48)$$

kde T_{ξ} je tranzitní čas, poloviční rychlost světla v daném prostředí je dána empirickým vzorcem /viz [10]/:

$$\frac{v}{2} = \frac{c}{2} \left(1 - \frac{2,07b + e \left(\frac{9916}{T} - 0,345 \right)}{20\,000 T} \right) \quad (49)$$

Ve vzorci značí :

- c rychlost světla ve vakuu;
- T absolutní teplota;
- b barometrický tlak v torrech;

Tlak vodních par e vypočteme ze vzorce :

$$e = e' - 0,000\,569\,5 \, b \, (T_s - T_m) \quad \text{pro led;} \quad (50)$$

$$e = e' - 0,000\,662\,3 \, b \, (T_s - T_m) \quad \text{pro vodu,}$$

kde T_s je suchá teplota, T_m je mokrá teplota na psychrometru. Tlak nasycených vodních par e' je dán vzorcem :

$$\ln e' = 1,53 + \frac{21,9 \, T_m}{T_m + 265,5} \quad \text{pro led;} \quad (51)$$

$$\ln e' = 1,53 + \frac{17,3 \, T_m}{T_m + 237,3} \quad \text{pro vodu,}$$

Šikmou délkou převedeme na vodorovnou a na hladinu referenčního elipsoidu podle známých vzorců :

$$D = D' + \frac{\Delta H^2}{2D'} + \frac{\Delta H^4}{8D'^3} - \frac{H_1 + H_2}{2R} \quad (52)$$

Nakonec připojíme opravy z excentricit na obou koncových bodech. Opravy ze zobrazení není potřeba zavádět, protože procedury, kde se měřené délky využívají, vycházejí z délky na povrchu referenčního elipsoidu.

Výpočty podle vzorců (48) až (52) jsou uspořádány v proceduře TELLURUMETR.

V navrženém systému procedur jsem neřešil výpočet výšek vzhledem k tomu, že pro geodetické zabezpečení vojsk za války jde vcelku o výjimečnou úlohu. Sestavení potřebných procedur by však bylo poměrně jednoduché. Pro programování běžných výpočtů mírového charakteru, zejména v civilním sektoru by bylo vhodné navržený systém takto rozšířit.

Nakonec bych rád zdůraznil, že zpracování konkrétních programů pomocí navrženého systému je velmi snadné. Spočívá jen v zapsání potřebných přípravných instrukcí, organizace potřebných vstupů a výstupů v jazyce MALGOL a vyvolání potřebných procedur. Například pro výpočet polygonového pořadu ve stupních můžeme sestavit takový program :

```
ZACATEK : READ1/N/ ARRAY'KAT./1:N,1:4/ READARRAY'/KAT./
```

```
DALSI : POLYGON/T,N,KAT.,STUP//, TISKSTUP///
```

```
KONEC : STOP'GOTO'DALSI START'ZACATEK FINISH'
```

Program se vyděruje na děrnou pásku v dálnopisném kódu. Při překladu programu počítačem se před hlavní program zařadí děrná páska, která musí obsahovat všechny použité nestandardní procedury. Překlad programu do strojového kódu počítače trvá podle délky programu 5 až 10 minut. Přeložený program ve strojovém kódu je možno uchovat na děrné pásce nebo na magnetické pásce hotových programů překladače MALGOL pod kódovým číslem.

Pro prověření funkce všech procedur jsem sestavil zkušební programy, které využívají postupně jednotlivé procedury. Tyto zkušební příklady jsou přiloženy k práci [1].

Při provozních zkouškách navrženého systému jsme s programátorem výpočet-

ního střediska VTOPÚ sestavili s využitím všech procedur programy pro nejpoužívanější úkoly v geodetickém zabezpečení vojsk i pro některé mírové úkoly VTOPÚ. Tyto programy jsou archivovány na magnetických páskách. Jejich zpracování /bylo jich celkem 10/ trvalo 5 dní, a to včetně ladění a výpočtu kontrolních příkladů při běžném provozu střediska.

Závěr

Navržený systém procedur v jazyku MALGOL tvoří vzájemně se doplňující systém, umožňující rychlé a snadné zpracování konkrétních programů na samočinném počítači Minsk-22 pro všechny výpočty v geodetickém zabezpečení vojsk. Je nutné též zdůraznit, že nejde o uzavřený systém, ale že je možné jej podle potřeby doplnit o další potřebné procedury, případně navrhované procedury vhodně upravit.

Vzhledem k charakteru řešených úloh je možné uvedený systém využít též ke zpracování některých výpočtů pro mírové úkoly vojenské topografické služby a civilní geodetické ústavy a závody, například pro výpočty ve zhušťovací a trigonometrické síti, transformace souřadnic, výpočty dlouhých křivek a další.

Rozsáhlejší zobecnění navrženého systému by umožnil samočinný počítač, který by měl vhodnější parametry, než počítač Minsk-22, zejména :

- větší kapacitu paměti /alespoň 16 000 slov/;
- větší operační rychlost /alespoň 20 000 op./sec./;
- větší přesnost zobrazení čísla v pohyblivé řádové čárce /alespoň 2^{-32} /.

Větší kapacita paměti a operační rychlost by usnadnila a zrychlila zejména práci s katalogem souřadnic daných bodů; větší přesnost zobrazení čísel by umožnila použít tento systém v triangulaci vyšších řádů a v základní astronomicko-geodetické síti.

Využití navrženého systému pro výpočty v geodetických odřadech za války je závislé na zavedení vhodného typu mobilního samočinného počítače.

LITERATURA

- [1] Pavlica, V. : Automatické programování výpočtů v polních útvarech vojenské topografické služby. Disertační práce, Brno 1969.
- [2] Böhm, J. : Transformace souřadnic v geodesii. Praha 1958.
- [3] Cimbálník, M. : Tabulky základních geodetických veličin pro elipsoid Krasovského, Praha 1960.
- [4] Charamza, F. : Automatické programování výpočtů v geodézii. GKO 6/1968.
- [5] Charamza, F. : Systém procedur laboratoře pro geodetické výpočty v Delftu, určený pro výpočty v rovině. Výzkumná zpráva VÚGTK 1968.
- [6] Charamza, F. : Výpočet obou hlavních geodetických úloh na samočinném počítači Ural-1. GKO 1/1961.
- [7] Kotli-Chamko : Návod k algoritmickému jazyku MALGOL. Překlad, VAAZ 1967
- [8] Krajčí, J. : Lokální geodetické sítě. Bratislava 1963.
- [9] Krasovskij, F. N. : Rukovodstvo po vyššej geodesii. Díl I. a II. Moskva 1942.
- [10] Nevosád, Z. : Tabulky a nomogramy k redukci délek, měřených radiovými dálkoměry. VAAZ 1968.
- [11] Procházka, J. : Sférická astronomie. Naše vojsko 1953.
- [12] Vykutíl, J. : Vyrovnávací počet. VAAZ 1965.
- [13] Tabulky pro výpočet Gauss-Krügerových souřadnic. Naše vojsko 1953.

Zkušenosti z ověřovacích zkoušek přenosu dat rádiovým dálkopisem stanice R-118 BM u geodetického odřadu

1. Úvod

Vedení soudobých operací se vyznačuje velkou manévrovostí, dynamičností a náhlými změnami bojové situace. Za těchto podmínek se značně zvyšují nároky na geodetické zabezpečení bojové činnosti vojsk. Jednotky TS-ČSLA musí v poměrně krátkém časovém období provést měřické práce v terénu a jako výsledek své činnosti odevzdat souřadnice bodů, směrníky na orientační body, případně i jiné údaje zabezpečovaným útvarům armády. V souladu s požadavky soudobého boje musíme hledat způsoby, jak celý proces od zadání úkolu až po jeho splnění co nejvíce zracionalizovat.

Při hledání časových rezerv je neoptimálnější soustředit se na fázi předávání výsledků, neboť právě zde je možno dosáhnout časových úspor. Dosavadní předávání výsledků měření spočívalo v osobním styku náčelníka měřické skupiny s náčelníkem výpočetní skupiny. Protože měřické skupiny plní často úkol samostatně a oddělení je rozmístěno na poměrně velkém území, dochází při tomto způsobu předávání výsledků měření ke značným časovým ztrátám. V bojové činnosti by časové ztráty ještě více narůstaly v důsledku zničených a přeplněných komunikací, na nichž bude přesun řízen regulační službou podle předem naplánovaných grafikonů.

Problematikou přenosu jsem se zabýval při řešení výzkumného úkolu X - D - 2. Úkol jsem řešil pomocí radiotechnických prostředků R-108 a R-118 BM.

Článek se zabývá výsledky ověřovacích zkoušek v letech 1968 - 1970.

2. Ověřovací zkoušky přenosu dat

2.1. Organizace experimentu

Při ověřovacích zkouškách bylo použito dvou rádiových stanic R-118 BM. Jedna rádiová stanice byla v prostoru cvičící jednotky /měřických skupin/ a druhá s počítačem CELLATRON. Zkoušky byly provedeny při vzdálenostech 35, 50, 320 km.

Přenos naměřených hodnot byl zdvojen přenosem v rádiové síti R-108 s využitím retranslace pro vzdálenosti 25 a 50 km.

Ověřovací zkoušky proběhly v různé denní a roční dobu /v dubnu, červnu a v listopadu/ s nepřetržitým provozem ve středně těžkém a zalesněném terénu s relativním převýšením 220 m.

Pro zpracování zpráv bylo použito kódového klíče a tabulek pro předávání dat uvedených v [1].

Přijaté zprávy byly ihned zpracovány výpočetní skupinou sgv v terénu ve speciálním vozidle "POČTÁŘ" a současně i výpočetní jednotkou CELLATRON.

2.2. Výsledky ověřovacích zkoušek

Celkem bylo vysláno řídicí radiodálnopisnou stanicí 16 441 znaků. S opakováním zpráv bylo vysláno 23 716 znaků. Bez opakování zpráv bylo vysláno 5 262 znaků.

Při první ověřovací zkoušce bylo předáno celkem 5262 znaků bez opakování v různé denní době při vysílací vzdálenosti 50 km. Počet chyb, jak je uvedeno v tabulce 1, se pohybuje okolo 1 %. Do počtu chyb v tabulce byly započítány všechny vyskytnuvší se chyby, tj. i takové, které pro jejich charakter bylo možno vyloučit. Podle stejných kritérií byly chyby započítávány i při ostatních ověřovacích zkouškách. Rychlost přenosu u radiodálnopisu R-118 BM byla 20 znaků za minutu, rychlost přenosu u R-108 19 znaků za minutu. Uvedené rychlosti jsou včetně ověření, tzn. zpráva přijatá přijímací stanicí byla vysílána zpět vysílacímu řídicímu radiodálnopisu pro kontrolu. Tato metoda kontroly umožňuje vylučovat chyby.

Z výsledků dvojího vysílání je patrná nerovnoměrnost počtu chyb. Projevuje se to menším počtem chyb přijatých, než bylo uvedeno na výstupní pásce u vysílacího radiodálnopisu /viz srovnání v tabulce 1, 2, poř. č. 2/. Je to snadno vysvětlitelné. Vysílací řídicí radiodálnopis výstup na vlastní pásku zkresloval /šifroval/, ale správně vysílal. To se potvrzuje i při zpětném předávání, kdy má opět řídicí radiodálnopis větší procento chyb. Oba radiodálnopisy pracovaly přibližně 3000 hodin. K přesnému potvrzení podstaty chyb proběhlo další ověřovací cvičení. Pro tuto ověřovací zkoušku byl použit radiodálnopis s poměrně nízkým počtem /75/ provozních hodin.

Pořadí ověřovací zkoušky	Doba zkoušky	Vzdálenost přenosu v km	Počet znaků	Celkový počet chyb	% chyb	Poznámka
1	20.-22.5. 1969	50	5 262	48	0,91	bez opakování
2	16.-18.6. 1969	35	2 071	4	0,19	vysílání
		35	2 071	13	0,63	zpětný příjem
3	17.-18.11. 1969	35	5 204	12	0,23	vysílání
		35	5 204	43	0,83	zpětný příjem
4	14.-16.4. 1970	320	3 904	3	0,08	vysílání
		320	3 904	67	1,72	zpětný příjem

Pořadí ověřovací zkoušky	Doba zkoušky	Vzdálenost přenosu v km	Počet znaků	Celkový počet chyb	% chyb	Poznámka
1	20.-22.5. 1969	50	5 262	54	1,03	bez opakování
2	16.-18.6. 1969	35	2 071	1	0,05	příjem
		35	2 071	9	0,44	zpětné vysílání
3	17.-18.11. 1969	35	5 204	5	0,10	příjem
		35	5 204	10	0,19	zpětné vysílání
4	14.-16.4. 1970	320	3 904	65	1,67	příjem
		320	3 904	71	1,84	zpětné vysílání

Při této ověřovací zkoušce se potvrdil předpoklad o vzniku chyb. Jak je vidět v tabulce 1, poř. č. 3, vznikaly chyby pouze u řídicího vysílacího radiodálnopisu; byl přibližně 3 000 hodin v provozu. Vysílání do éteru bylo s menším procentem chyb, než zaznamenal vysílací /řídicí/ radiodálnopis na výstupní pásce. Příjem u radiodálnopisné stanice se 75 provozními hodinami byl téměř bez chyb.

Z uvedených chyb a rozborů jednotlivých zpráv je zřejmé, že zdrojem chyb byl vysílací /řídicí/ radiodálnopis. Vysílané zprávy zkresloval /šifroval/ na výstupní pásce, ale správně předával přijímacímu radiodálnopisu u výpočetní jednotky CELLATRON. Při zpětném ověření byly zprávy vysílané radiodálnopisem u výpočetní jednotky CELLATRON správně vysílány i zaznamenány na vlastní výstupní pásce. Větší procento chyb se projevilo opět při příjmu u vysílacího /řídicího/ radiodálnopisu. Lze tedy označit tyto chyby za strojové chyby vysílacího /řídicího/ radiodálnopisu.

Ke zjištění závislosti výskytu chyb na přibývání vzdálenosti byla provedena ověřovací zkouška na vzdálenost 320 km /při zkoušce se pracovalo s původními radiodálnopisy/.

Z výsledků v tabulce 1 a 2, poř. č. 4 je zřejmé, že radiodálnopis s větším počtem provozních hodin /3 000/ byl použit jako přijímací radiodálnopis u výpočetní jednotky CELLATRON. Vysílací /řídicí/ radiodálnopis vyslal 3 904 znaků s 3 chybnými znaky. Přijímací radiodálnopis přijal tyto zprávy již se 65 chybami. Při zpětné kontrole byl z přijímacího radiodálnopisu vyslán tentýž počet znaků s 71 chybami, ale na výstupní pásce řídicího /vysílacího/ radiodálnopisu bylo zaznamenáno pouze 67 chyb. Z výsledků je možno udělat obdobný závěr, který byl uveden u ověřovací zkoušky pod poř. č. 3. Přijímací radiodálnopis správně vysílal, ale zkresleně zaznamenával zprávy na vlastní výstupní pásce. Rozdíl 62 chyb při prvním přenosu, tj. mezi řídicím /vysílacím/ radiodálnopisem a přijímacím radiodálnopisem, prudce kontrastuje s velmi nízkým rozdílem 4 chyb mezi zprávami vyslanými přijímacím radiodálnopisem a přijatými řídicím /vysílacím/ radiodálnopisem při zpětné kontrole.

Z toho je možno udělat závěr, že počet chyb ovlivňoval přijímací radiodálnopis s větším počtem provozních hodin /3 000/.

Po rozboru charakteru a četnosti chyb lze některé chyby označit jako chyby systematické.

Uvedu příklad :

Např. číslice "4" byla zašifrována znakem "≡". Tato chyba se vyskytovala systematicky jen tehdy, jestliže číslici "4" předcházela číslice "1", tj. v tomto sledu čísel :

CHYBNĚ	SPRÁVNĚ
11 ≡	114
1 ≡ 5	145

V jiných případech se tato chyba nevyskytovala. Průběh zkoušek prokázal, že optimální vysílání zpráv je asi 30 minut. Při delším vysílání dochází k přehřátí stanice a tím i k narůstání počtu chyb. Vliv má i pokles napětí. Při tomto poklesu dochází k vypnutí radiodálnopisu, čímž hlava zaskočí do polohy pro psaní písmen. Tuto záměnu číslic za písmena je možno vyloučit, jelikož klíč záměny známe.

Písmena odpovídají těmto číslicím :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Q	W	L	R	T	Y	U	I	O	P

Další známé záměny :

-	/	:	=	?	,	.
A	X	C	V	P	N	M

K odstranění této závady postačí stlačit tlačítko pro psaní číslic.

Systematické chyby i záměna písmen za číslice jsou chyby, které známe a je snadné je vyloučit. Tyto systematické chyby se vyskytovaly nejčastěji. Ostatní /nahodilé/chyby, jakož i chyby obsluhy můžeme vyloučit metodou přenosu, a to buď :

- metodou opakované zprávy,
- metodou zpětné kontroly.

Československé řády nám ukládají povinnost spojení zdvojit. U geodetických odřadů druhým pojítkem je rádiová stanice R-108. Vzhledem k dosahu této stanice bude nutno organizovat retranslaci. Nevýhodou tohoto zdvojení je malý donos stanice. Retranslaci můžeme organizovat pro vzdálenost do 50 km. Východiskem ze situace /s vyloučením požadavku přezbrojení na dokonalejší spojovací techniku/, je volba vhodné varianty systému velení a řízení /bojové sestavy/.

Z výsledků ověřovacích zkoušek fonického přenosu stanicemi R-108 je zřejmé, že nejde o chyby strojové, ale o chyby obsluhy, které jsou závislé na vycvičenosti obsluhy. Ty je možno vyloučit metodou přenosu.

3. Závěr

Průběh ověřovacích zkoušek dálkového přenosu potvrdil, že přenos naměřených hodnot je realizovatelný. Výsledky jsou do značné míry závislé na vycvičenosti obsluh a použití vhodných metod přenosu. Radiodálnopisné spojení vyžaduje stálou úroveň signálu v místě příjmu. Proto zabezpečení spolehlivého radiodálnopisného provozu je podmíněno správným rozmístěním rádiových stanic, vhodnou volbou kmitočtů a odpovídajících druhů antén. Před vlastním přenosem je nutno změřit zkreslení dál-nopisného signálu pomocí měřiče zkreslení dál-nopisného signálu, tzv. s t r o b o s k o p u. Při překročení technické normy je nutno provést důsledné seřazení a sladění stanic na sebe.

Dekódování zpráv bude zpravidla provádět náčelník výpočetní skupiny, který musí zvládnout technické možnosti radiodálnopisného přenosu, poznat vyskytující se systematické chyby a chyby strojové, které lze vyloučit.

Ověřovací zkoušky proběhly za běžných podmínek. Přenos se uskutečnil bez vzájemného sladění stanic a také bez stroboskopu, který nebyl k dispozici.

Charakter jednotlivých zkreslených znaků při ověřovacích zkouškách je podrobně uveden v [1].

L I T E R A T U R A

- [1] Kadlec : Výzkumný úkol X-D-2, "Mechanizace a automatizace velení a řízení polní geodeticko-topografické činnosti ". /Dílčí zprávy z r. 1967, 1968, 1969, Závěrečná zpráva z roku 1970/; VZÚ Praha.
- [2] Spoj-21-1, Rádiové stanice R-103, R-118 B a R-118 BM, stručný popis a použití.
- [3] Popis a návod k obsluze rádiové stanice R-118 BM.

Došlo dne 5. 3. 1971

Příspěvek ke zpracování jednotné astronomicko-geodetické sítě a základny kosmické triangulace

(Referát byl přednesen na geodetickém semináři katedry geodézie
a kartografie VAAZ v Brně dne 11. listopadu 1970)

1. Úvod

Terestrické astronomicko-geodetické sítě jsou zpravidla dílem několika desetiletí a počátky budování těchto sítí, dnes zpracovávaných, spadají do doby, kdy se dnešní možnosti komplexního řešení mohly pouze v nezřetelných obrysech tušit. Bouřlivý rozvoj družicové geodézie s sebou přinesl spolu s obrovskými možnostmi též některé nesnáze, neboť terestrické sítě zdaleka nebyly budovány tak, aby se snadno daly spojit se sítěmi družicovými, a vůbec už ne tak, aby z družicových bodů vycházely jakožto ze základních. Vezmeme-li dále v úvahu rozdělení sítí podle států a dosud trvající nedostatek koordinace mezi terestrickými sítěmi a sítěmi družicovými, vidíme, že bude dosti nesnadné přizpůsobit teoretické řešení konkrétnímu stavu a nejbližšímu vývoji obou složek.

V článku jsem se pokusil ukázat současný stav této problematiky s konkrétní aplikací na naše geodetické základy a ukázat některé možnosti komplexního řešení.

2. Současný stav geodetických základů

2. 1. Astronomicko-geodetická síť

Některé základní informace o astronomicko-geodetické síti /AGS/, zejména o její části na čs. státním území, jsou uvedeny v [5] a [7]. V letech 1956-58 byla AGS ČSSR vyrovnána v rámci mezinárodního souboru sítí, z nichž však pouze česko-

slovenská část byla plošná, zatímco v ostatních státech to byly trojúhelníkové řetězce. Výsledkem tohoto mezinárodního vyrovnání byla dosti rozsáhlá a poměrně přesná síť, jejíž některé nedostatky však byly známy již v době jejího zpracování. Od té doby bylo, zejména v ostatních státech, uskutečněno mnoho měření úhlů, délek a astronomických veličin, takže dnes je téměř celé území, o které jde, pokryto plošnou sítí, spojenou /rovněž plošně/ na hranicích států.

Na území ČSSR se od té doby pouze doplnilo měření některých trojúhelníků na hranicích a doplnila se některá měření astronomická. Střední chyby v úhlu pro dosavadní AGS v ČSSR jsou :

$$m_F = \pm 0,38'' \dots \text{ z Ferrerova vzorce,}$$

$$m_T = \pm 0,42'' \dots \text{ z tvarového /geometrického/ vyrovnání sítě,}$$

$$m_A = \pm 0,47'' \dots \text{ z tvarového vyrovnání s azimutálními podmínkami,}$$

$$m_S = \pm 0,54'' \dots \text{ ze samostatného vyrovnání AGS ČSSR, se všemi podmínkami,}$$

$$m_M = \pm 0,59'' \dots \text{ z mezinárodního vyrovnání /1956-58/.$$

Rozbory /viz [5]/ ukázaly, že čs. plošná síť si při společném mezinárodním vyrovnání, kde obdržela nejvyšší váhu, podržela svoji vysokou vnitřní relativní přesnost, takže po této stránce nelze od jejího nového zpracování očekávat podstatné zlepšení. K částečnému zlepšení však může dojít při pečlivějším výběru azimutů a při vhodné volbě vah pro spojovací pohraniční trojúhelníky.

Poznámka : Naopak by mohlo dojít k deformaci sítě při příliš těsném spojení na hranicích států. Po této stránce byla naše síť ve výhodnějším postavení při posledním mezinárodním vyrovnání, kde nemohly prakticky řetězce sousedních států ovlivnit nepříznivě tvar a vnitřní relativní přesnost naší sítě /viz [5]/.

Ke zpřesnění rozměru sítě však dojde zřejmě při použití délek, měřených pro základnu kosmické triangulace /viz dále/.

2.2. Základna kosmické triangulace

Měření směřů na umělé družice Země ve známém čase získáváme podklady pro výpočet orientovaných směřů mezi body tzv. družicové sítě. Po zpracování sítě, složené z těchto směřů, známe tvar a polohu v prostoru polyedru, jehož body odpovídají bodům na povrchu zemském.

Polyedr má tyto vlastnosti /podle [9]/.

1. Jeho absolutní poloha v systému, definovaném osou rotace Země, greenwichským meridiánem a rovníkem je známa a je vyjádřena prostorovými souřadnicemi.

2. Měřítko polyedru je přibližně známo. Polyedr je proto v mezích své přesnosti geometricky podobným modelem skutečné sítě.

3. Poloha těžiště Země k polyedru je známa pouze přibližně.

4. K určení polyedru nebyly nutné žádné předpoklady o rozdělení tíže, hmoty zemského tělesa a tížnic. Polyedr je výsledkem pouze geometrických údajů geodetických a astronomických.

Určení měřítka tohoto polyedru je jedním ze základních úkolů družicové geodézie.

V současné době již existují a dále se rychle rozvíjejí metody přímého měření vzdáleností několika tisíc kilometrů s vysokou přesností, která podle vnitřní shody výsledků dosahuje řádů 10^{-5} až 10^{-6} . Přes tyto výsledky, u kterých lze v budoucnu očekávat ještě další pokrok, se ve světě buduje několik tzv. základů kosmické triangulace /ZKT/ na povrchu zemském. U těchto základů má být především určena geodetickými metodami vzdálenost přímé spojnice koncových bodů, a tím má být dáno měřítko světové družicové sítě.

Již z těchto kusých poznámek je zřejmé, že ZKT je pouze jednou z možností - a to dosti nákladnou - jak dát družicové síti rozměr. Zatím však je to zřejmě jediná možnost, jak konfrontovat ostatní metody /např. laserová měření vzdálenosti Země-UDZ/ s dosavadními geodetickými a jak vlastně ve velkém určit s dosti vysokou přesností vztah mezi délkami, vázanými geodetickými přístroji a metodami na dosavadní definici metru a délkami měřenými - a tedy v podstatě též vyjádřenými - na základě jiných fyzikálních principů a měřických metod.

V podstatě tedy půjde o prostorovou síť, ve které budou měřeny geodetické a astronomické veličiny. Nejjednodušším útvarem bude pak prostorový polygon, poněkud složitější budou prostorové řetězce, z nichž prakticky připadá v úvahu jednoduchý nebo zdvojený trojúhelníkový řetězec podél prostorového polygonu, spojujícího oba koncové body ZKT.

Do komplexu měřických prací na základně se zahrnují :

a/ délková měření,

b/ úhlová měření,

c/ astronomická měření,

d/ určení absolutních výšek bodů.

2.2.1. Délková měření

Měření délek se provádí /podle technických pokynů [10]/elektrooptickými dálkoměry EOD, NASM-2A a jinými dálkoměry, zajišťujícími relativní chybu v určení délky úseku minimálně 1:500 000.

Měří se pouze základní polygon; pouze výjimečně známe délky jiných stran přilehlého trigonometrického řetězce, jestliže jde o strany odvozené z geodetických základů /měř. invarovými dráty/.

Celková délka základny je asi 1970 km, průměrná délka strany je 25 km.

Na území ČSSR připadá úsek základny asi 450 km; celková délka měřených stran polygonu je 480 km, průměrná délka strany je 40 km /max. 52 km, min. 25 km/. Dvě strany odvozené z geodetických základů mají jeden z koncových bodů ve vrcholu polygonu.

Všechny strany /v ČSSR/ jsou měřeny ve 2 až 3 dílech, jejich průměrná délka je 15 km /max. 20 km, min. 11 km/.

Další podrobnosti a podmínky pro měření délek viz [10].

2.2.2. Úhlová měření

Vodorovné úhly polygonu se měří /podle technických pokynů [10]/se střední kvadratickou chybou nepřevyšující $\pm 1,0''$

Po celé délce polygonu jsou dále k dispozici úhly státních trigonometrických sítí. V úseku na území ČSSR je to státní trigonometrická síť 1. řádu / AGS/, ve které je /pro celé státní území/ střední chyba v měřeném úhlu podle Ferrera

$$m_F = \pm 0,38''.$$

Pro zdvojený trojúhelníkový řetězec, jehož osou je základní polygon je

$$m_F = \pm 0,34''.$$

Střední chyby úhlů z vyrovnání jsou /viz [5] a stať 2.1/

$$m_T = \pm 0,42''; \quad m_A = \pm 0,47''; \quad m_S = \pm 0,54''; \quad m_M = \pm 0,59''.$$

Střední opravy úhlů $m^v = \pm \sqrt{[vv] / n_v}$ jsou pro celou síť 1. řádu.

$$m_{\gamma}^v = \pm 0,32''; \quad m_{\lambda}^v = \pm 0,36''; \quad m_{\beta}^v = \pm 0,42''; \quad m_{\mu}^v = \pm 0,45''$$

a pro zdvojený řetězec

$$m_{\gamma}^v = \pm 0,28''; \quad m_{\lambda}^v = \pm 0,34''; \quad m_{\beta}^v = \pm 0,31''; \quad m_{\mu}^v = \pm 0,50''.$$

Střední opravy m^{ω} vrcholových úhlů základního polygonu z těchto variant vyrovnání plošné sítě jsou

$$m_{\gamma}^{\omega} = \pm 0,38''; \quad m_{\lambda}^{\omega} = \pm 0,38''; \quad m_{\beta}^{\omega} = \pm 0,31''; \quad m_{\mu}^{\omega} = \pm 0,55''.$$

Z toho vyplývá, že i bez nového měření úhlů máme na našem území k dispozici poměrně velmi přesné hodnoty úhlů, které byly nadto ověřeny v souvislosti s dalšími úhly v plošné síti. Je tedy vůbec otázka, kterých úhlů máme pro výpočet základny použít: starých úhlů plošné sítě nebo nově měřených vrcholových úhlů spolu se starými hodnotami úhlů v trojúhelnících zdvojeného řetězce. Odpověď na tuto otázku budeme moci dát až po rozboru nově měřených úhlů a po jejich konfrontaci s dříve naměřenými úhly plošné sítě.

Bude-li k výpočtu základny použito zdvojeného řetězce, pak prověřená homogenita a vysoká přesnost starých úhlů plošné sítě patrně převáží skutečnost, že vrcholové úhly základního polygonu byly měřeny v současné době.

V každém případě budou úhly zdvojeného řetězce patrně prakticky jediným měřicím materiálem, jehož vnější přesnost bude objektivně určena. Pro volbu vah je to skutečnost základní důležitosti.

2.2.3. Astronomická měření

Podle technických pokynů [10] nesmějí na Laplaceově bodech střední kvadratické chyby převyšovat hodnoty

$$0,3'' \text{ v šířce, } 0,03'' \text{ v délce a } 0,5'' \text{ v azimutu.}$$

Chyby se počítají z výsledků na stanici.

V ČSSR budou /podle projektu GÚ Praha/ astronomická měření na tzv. úsekových bodech probíhat jako měření fundamentálních bodů astronomických. Azimuty budou měřeny jednostranně, ve dvou ze tří případů budou navíc použity ke kontrole výsledky z dřívějších měření.

Dále jsou popsány a rozebrány některé metody pro řešení celé úlohy. Ze všech metod vyplývá velká důležitost přesných astronomických měření, která nám nezprostředkují pouze orientaci měřeného útvaru v prostoru, ale mají přímý - a to dosti značný - vliv na tvar prostorové sítě.

Proto je nutno věnovat astronomickým měřením velkou pozornost a dosáhnout co nejvyšší přesnosti. Zatímni výsledky všech prací /i v zahraničí/ ukazují, že astronomické veličiny jsou nejslabším článkem komplexu hodnot, měřených v trigonometrických sítích. Např. dosažení reálné vnější přesnosti $\pm 0,5''$ v azimutu je v současné době velmi obtížný problém.

Zatím chybějí objektivní kriteria vnější přesnosti astronomických měření. Při určování vah pro vyrovnání je proto třeba vnitřní přesnost, vypočtenou z měření na stanici, považovat pouze za orientační údaj, a snažit se dalšími metodami získat co nejlepší odhad vnější přesnosti astronomických měření.

2.2.4. Určování absolutních výšek bodů

Použití přímo měřených zenitových vzdáleností pro tyto účely bude zřejmě prakticky vyloučeno; proto budou použity k výpočtu zenitových vzdáleností tyto hodnoty :

- a/ normální výšky H bodů sítě,
- b/ převýšení N' kvazigeoidu v těchto bodech,
- c/ tížnicové odchylky ξ , η v těchto bodech.

Způsob výpočtu viz např. v [9].

Normální výšky bodů sítě na území ČSSR budou nebo již byly určeny geometrickou nivelací nebo tzv. trigonometrickou nivelací na krátké vzdálenosti. Vzhledem k tomu, že čs. státní trig. síť je plošná a dostatečně hustá /1 trig. bod na $2,8 \text{ km}^2$ /, nebude se ve většině případů provádět nové měření výšek. Použité výšky budou kontrolovány novým výpočtem s použitím všech dosavadních měření a bude zajišťována přesnost v určení výšky.

Tížnicové odchylky mohou být v současné době zjištěny interpolací s přesností kolem $1''$ a nebo vypočteny přímo pro jednotlivé body sítě s vyšší přesností

$$m_{\xi} = m_{\eta} = \pm 0,5''.$$

Přesnost výšky kvazigeoidu je závislá na přesnosti tížnicových odchylek určených známým způsobem.

Na hranicích států bude nutno v dosti rozsáhlém prostoru provést porovnání a sladění těchto hodnot. Dále bude nutno uvážit rozdílnou přesnost těchto veličin v jednotlivých státech.

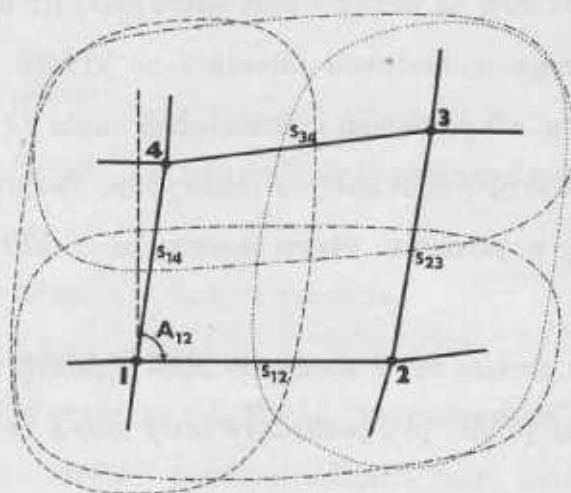
3. Zpracování astronomicko-geodetické sítě

Zatím je znám pouze neoficiální návrh na nové mezinárodní vyrovnání jednotné astronomicko-geodetické sítě /JAGS/ jehož podstatu lze velmi zhruba a s jistým zjednodušením vyložit takto :

Existují plošné astronomicko-geodetické sítě na území států východní Evropy. Tyto sítě jsou na hranicích států souvislé, tj. plošně spojeny. Existuje dostatečně hustá síť bodů, zaměřených astronomicky. Jsou dále k dispozici délky některých trigonometrických stran, buď získané z rozvinovací sítě z přímo měřené základny, a nebo měřené elektrooptickým dálkoměrem.

V této síti se vyberou uzlové body, vzdálené od sebe zhruba 200 km; spojnice těchto uzlových bodů tvoří čtyřúhelníkovou souvislou síť. Uzlové body jsou též astronomicky zaměřeny a v jejich bezprostřední blízkosti je známa délka některé trigonometrické strany.

Vždy kolem jedné spojnice dvou uzlových bodů se vymezí způsobem, dosud blíže neurčeným, z plošné AGS oblast, která zahrnuje oba body a příslušnou spojnici /viz obr. 1./.



Obr. 1

Tato oblast, např. /1-2/ na obr. 1 se vyrovná jako volná plošná síť. Přitom se použijí všechny měřené veličiny, které se v oblasti /1-2/ vyskytují. Z vyrovnané sítě se potom vypočte délka spojnice s_{12} a azimutu této spojnice A_{12} . Tyto veličiny budou použity jakožto měřené prvky pro souborné vyrovnání celé JAGS.

Po vyrovnání celé JAGS se pak do vyrovnaných, tedy nyní již daných uzlových bodů vyrovnají dílčí plošné sítě způsobem, který dosud není stanoven.

Protože zřejmě bude tento návrh ještě předmětem diskuse, přičemž se z tohoto návrhu bude zásadně vycházet, pokusím se v krátkosti upozornit na některé nedořešené otázky, související s tímto vyrovnáním, které se má v nejbližší budoucnosti uskutečnit.

Především zůstává zatím nevyřešen problém, jak do vyrovnání JAGS zapojit základnu kosmické triangulace. Jde o otázku zásadní, protože podmínka pevné vzdálenosti koncových bodů ZKT by fakticky určovala měřítko sítě. S tím bezprostředně souvisí problém, jak do vyrovnání JAGS zahrnout měřené délky základního polygonu ZKT: jestliže je použijeme k dílčím vyrovnáním jednotlivých oblastí a tím více méně k určení vzdálenosti mezi uzlovými body /alespoň mezi některými/, pak bychom je vlastně použili dvakrát. Jestliže je k vyrovnání oblastí nepoužijeme, setkáme se pak po vyrovnání se značnými rozdíly v délkách vypočtených z vyrovnaných souřadnic a délkách měřených přímo. A protože se přímo měřené délky budou vyznačovat poměrně vysokou relativní přesností, kterou bychom těžko získali z vyrovnání navrhovaného typu, je nutno považovat tento konečný rozdíl v délkách za vážný problém, se kterým se ostatně setkáme téměř při jakékoli metodě použité pro vyrovnání JAGS.

Zůstává ovšem nevyřešena základní otázka, tj. jaký bude vztah JAGS k družicové síti vůbec /viz dále/.

Dále zde zatím zůstává nevyřešena řada praktických otázek. Není dosud určena konfigurace sítě, tj. nejsou dosud vybrány uzlové body. Tento výběr je nutno podle mého názoru udělat co nejdříve, a to v dohodě mezi sousedícími státy. Vzdálenost mezi uzlovými body je totiž taková, že např. pro ČSSR je zcela zbytečné uvažovat o konfiguraci sítě na našem státním území bez dohody se sousedy. Jednání o volbě uzlových bodů přinese zcela jistě potíže, neboť např. astronomická měření nebyla, alespoň u nás, umísťována tak, aby této budoucí konfiguraci vyhovovala. Totéž se přirozeně týká délek měřených v blízkosti uzlových bodů.

Dílčí oblasti, zahrnující vždy dva sousední uzlové body, budou v mnoha případech

zasahovat do dvou a někdy i do tří států. Kromě složitých problémů praktické koordinace prací zde vyvstává starý problém nehomogenity měřených hodnot a zejména zhoršené kvality spojení sítí na hranicích států.

Nabízí se zde možnost spojit několik dílčích oblastí v souvislou plošnou síť. Při dnešních výpočetních možnostech není problém vyřešit dosti rozsáhlou síť, představující např. i spojené sítě dvou nebo tří států. Při úvahách o možnosti tohoto postupu je ovšem nutno si uvědomit, že by tím prakticky byla popřena metoda vyrovnání sítě pomocí uzlových bodů, protože by se celá JAGS rozpadla na několik poměrně velkých plošných celků a vznikl by pouze další problém jejich dokonalého spojení.

Poznámka : Osobně považuji vyrovnání těchto větších plošných celků za vhodnější metodu pro relativně malé státy východní Evropy.

Další praktická otázka, kterou se rovněž již nyní musíme zabývat, je způsob vyrovnání plošné AGS do vyrovnané sítě uzlových bodů. Pokud jde o AGS ČSSR, je zřejmé, že relativní vnitřní přesnost vyrovnané sítě uzlových bodů bude na území ČSSR menší než relativní vnitřní přesnost plošné AGS, vyrovnané v jednom celku.

4. Možnost společného zpracování astronomicko-geodetické a družicové sítě

Při zpracování astronomicko-geodetické sítě a základny kosmické triangulace se nabízí řešení komplexní, tj. společné vyrovnání terestrické astronomicko-geodetické sítě a družicové sítě včetně jedné nebo několika základen kosmické triangulace.

Řešení velkých systémů normálních rovnic je možné metodou Helmertovou nebo Pranisovou-Praněvičovou, která umožňuje jako mezistupeň analýzu a částečné odstranění systematických chyb, zejména změny měřítek a systematické vlivy Laplaceových azimutů. Podle [13] by v případě komplexního vyrovnání vedlo zanedbání tohoto mezistupně a vyloučení části systematických chyb k výsledkům, které by byly zcela bezcenné.

Uvedu zde základní myšlenky teoretického řešení tohoto komplexního problému a praktické možnosti podle [13].

A. Postup při teoreticky nejhodnějším řešení

1. Vyrovnání kombinované družicové sítě, tj. s měřenými směry a vzdálenostmi /Secor, Doppler, Laser/, s vahami podle přesnosti měřených veličin. Normální rovnice se pak řeší jen potud, že v nich zbudou spojovací /společné/ neznámé v redukovaných rovnicích. Jsou to souřadnice těch družicových stanic A, B, C ..., které jsou současně body AGS.

2. Vyrovnání AGS, zahrnující všechny Laplaceovy azimuty, základny, měřené vzdálenosti, zenitové vzdálenosti, jakož i difference ortometrických výšek, a to v tří-rozměrném prostoru. Váhy se zavedou podle přesnosti měřených veličin. Normální rovnice se řeší potud, až zbudou spojovací neznámé v redukovaných rovnicích, tj. souřadnice bodů A, B, C ..., které jsou současně družicovými stanicemi.

3. Po analýze chyb, zaměřené na vyloučení systematických chyb, se sumarizují oba redukované systémy poté, co byly normovány na disperzi 1. Vyřešení tohoto spojeného systému dá spojovací neznámé, z nichž se pak samostatně v obou dílčích systémech vypočtou další neznámé.

B. Postup při řešení nejhodnějším z praktického hlediska

Základní myšlenkou tohoto řešení jsou dvě aproximace, přičemž se v první aproximaci nepoužije družicových měření kurčení výšek družicových pozorovacích stanic. Výpočetní postup :

1. Vyrovnání terestrické AGS v elipsoidických souřadnicích B, L, vázaných s X, Y, Z těmito vztahy :

$$L = \arctg (Y/X) ,$$

$$B = \arccos (X/(N+h) \cos L) ,$$

kde h je elipsoidická výška.

Je zcela lhostejné, jestliže se tento krok uskuteční zcela klasickým způsobem na elipsoidu, jestliže se přitom použije tzv. projektivní metody, navržené Brunsem a Helmertem.

Řešení normálních rovnic se dovede do stadia, kdy v redukovaném systému zůstávají souřadnice B, L bodů, které jsou současně družicovými body.

2. Vyrovnání kombinované družicové sítě, a to s elipsoidickými souřadnicemi B, L. Toho se dá dosáhnout, jestliže dX, dY, dZ substituujeme dB, dL, dh ($dh=0$).

Opět se dovede řešení normálních rovnic do stadia, kdy v redukovaném systému zůstávají souřadnice družicových stanic, které jsou současně body AGS.

3. Po chybové analýze /k tomu účelu se dořeší oba systémy separátně/, při které se pokusíme odstranit systematické rozdíly mezi oběma systémy, spojíme podle Helmerta /resp. Pranise-Praněviče/ oba redukované systémy, které jsme před tím normovali na disperzi 1. Z těchto rovnic vyřešíme d_B, d_L /společných bodů/. Všechny ostatní neznámé obdržíme známým způsobem, tj. zpětným dosazením do obou dílčích systémů.

4. Potom se, zcela odděleně, řeší problém výšek, přičemž se použijí též všechna družicová pozorování, zejména laserová; tím se dosáhne jakéhosi "kombinovaného" určení výšek h .

5. Celý výpočet se potom opakuje s opravenými elipsoidickými výškami h .

5. Zpracování základny kosmické triangulace metodami třírozměrné geodézie

V současné době existuje více metod zpracování prostorového útvaru typu ZKT v třírozměrné geodézii; některé jsou uvedeny v [3]. Dále uvedu krátce návrh prof. H. Wolfa [14], jehož prvou variantu /A/ je možno upravit pro řešení naší ZKT :

5.1. Základní rovnice

Přechod $z(\varphi, \lambda, h)$ na (X, Y, Z) se počítá ze známých vzorců

$$\begin{aligned} X &= (N + h) \cos \varphi \cos \lambda \\ Y &= (N + h) \cos \varphi \sin \lambda \\ Z &= \{N(1 - e^2) + h\} \sin \varphi . \end{aligned} \tag{5,1}$$

Metody se rozdělují podle toho, ve které fázi řešení je přechod (5,1) realizován :

Řešení A - pozdější přechod k (X, Y, Z)

Řešení B - brzký přechod k (X, Y, Z)

Řešení A - pozdější přechod k (X, Y, Z)

Měřené veličiny :

1/ Horizontální směry r .

2/ Zenitové vzdálenosti z .

- 3/ Prostorové vzdálenosti s .
- 4/ Astronomické azimuty α^* .
- 5/ Astronomické šířky φ^* .
- 6/ Astronomické délky λ^* .
- 7/ Nivelované rozdíly výšek ΔH_{ik} .

Neznámé :

Přírůstky $\delta\varphi, \delta\lambda$ /ve vteřinách/, δh elipsoidických souřadnic φ, λ, h ve tvaru

$$\delta\bar{\varphi} = (M+h) \delta\varphi \sin 1'' ; \quad \delta\bar{\lambda} = (N+h) \cos\varphi \delta\lambda \sin 1'' \quad (5,2)$$

/ $\delta\bar{\varphi}, \delta\bar{\lambda}$ v metrech/, dále přírůstky $\delta\kappa$ refrakčních koeficientů, $\delta\varphi^*, \delta\lambda^*$ astronomických souřadnic a orientační přírůstky $\delta\sigma$ pozorovaných směrů. Přibližné hodnoty označíme indexem (0) , vyrovnané čárkou, takže

$$\begin{aligned} \varphi' &= \varphi^{(0)} + \delta\varphi ; & \lambda' &= \lambda^{(0)} + \delta\lambda ; & h' &= h^{(0)} + \delta h ; \\ \varphi^* &= \varphi^{*(0)} + \delta\varphi^* ; & \lambda^* &= \lambda^{*(0)} + \delta\lambda^* ; & & \\ \sigma &= \sigma^{(0)} + \delta\sigma ; & \kappa' &= \kappa^{(0)} + \delta\kappa . & & \end{aligned} \quad (5,3)$$

Dále značí A_i elipsoidický azimut.

Rovnice oprav /viz [14] a [11].

$$\begin{aligned} V_{r,i} &= -\delta\sigma_i + a_1 \delta\bar{\varphi}_i + a_2 \delta\bar{\lambda}_i + a_3 \delta h_i + a_4 \delta\bar{\varphi}_k + \\ &+ a_5 \delta\bar{\lambda}_k + a_6 \delta h_k + a_7 \delta\varphi_i^* + a_8 \delta\lambda_i^* + \\ &+ \left\{ A_i^{(0)} - \sigma_i^{(0)} - r_i \right\} \end{aligned} \quad (5,4)$$

$$\begin{aligned} V_{z,i} &= -s_{ik} \delta\kappa + b_1 \delta\bar{\varphi}_i + b_2 \delta\bar{\lambda}_i + b_3 \delta h_i + b_4 \delta\bar{\varphi}_k + \\ &+ b_5 \delta\bar{\lambda}_k + b_6 \delta h_k + b_7 \delta\varphi_i^* + b_8 \delta\lambda_i^* + \\ &+ \left\{ z_i^{(0)} - s_{ik}^{(0)} \kappa^{(0)} - z_k \right\} \end{aligned} \quad (5,5)$$

$$v_{s,ik} = c_1 \delta \bar{\varphi}_i + c_2 \delta \bar{\lambda}_i + c_3 \delta h_i + c_4 \delta \bar{\varphi}_k + c_5 \delta \bar{\lambda}_k + \\ + c_6 \delta h_k + \{ s_{ik}^{(0)} - s_{ik} \} \quad (5,6)$$

$$v_{a,i}^* = a_1 \delta \bar{\varphi}_i + a_2 \delta \bar{\lambda}_i + a_3 \delta h_i + a_4 \delta \bar{\varphi}_k + a_5 \delta \bar{\lambda}_k + \\ + a_6 \delta h_k + a_7 \delta \varphi_i^* + a_8 \delta \lambda_i^* + \{ A_i^{(0)} - \alpha_i^* \} \quad (5,7)$$

$$v_{\varphi,i}^* = \delta \varphi_i^* + \{ \varphi_i^{*(0)} - \varphi_i^* \} \quad (5,8)$$

$$v_{\lambda,i}^* = \delta \lambda_i^* + \{ \lambda_i^{*(0)} - \lambda_i^* \} \quad (5,9)$$

Koeficienty a_α , b_α , c_α rovnic oprav jsou /viz [14] a [11]/:

$$a_1 = + \sin \alpha_i / s_{ik} \sin z_i \sin 1''$$

$$a_2 = - \cos \alpha_i / s_{ik} \sin z_i \sin 1''$$

$$a_3 = 0$$

$$a_4 = -Q_{ik} \sin \alpha_i / s_{ik} \sin z_i \sin 1''$$

$$a_5 = + P_{ik} \cos \alpha_i / s_{ik} \sin z_i \sin 1''$$

$$a_6 = + R_{ik} \cos \alpha_i \cos \varphi_k / s_{ik} \sin z_i \sin 1''$$

$$a_7 = + \sin \alpha_i \cotg z_i$$

$$a_8 = + \sin \varphi_i - \cos \varphi_i \cotg z_i \cos \alpha_i ,$$

kde

$$Q_{ik} = + \cos (\varphi_k - \varphi_i) + \sin \varphi_k \sin (\lambda_k - \lambda_i) \cotg \alpha_i$$

$$P_{ik} = + \cos (\lambda_k - \lambda_i) - \sin \varphi_i \sin (\lambda_k - \lambda_i) \operatorname{tg} \alpha_i$$

$$R_{ik} = + \sin (\lambda_k - \lambda_i) + \left\{ \sin \varphi_i \cos (\lambda_k - \lambda_i) - \right. \\ \left. - \operatorname{tg} \varphi_k \cos \varphi_i \right\} \operatorname{tg} \alpha_i$$

$$b_1 = - \cos z_i \cos \alpha_i / s_{ik} \sin 1''$$

$$b_2 = - \cos z_i \sin \alpha_i / s_{ik} \sin 1''$$

$$b_3 = + \sin z_i / s_{ik} \sin 1''$$

$$b_4 = + \left\{ \cos \varphi_i \sin \varphi_k \cos (\lambda_k - \lambda_i) - \sin \varphi_i \cos \varphi_k - \cos z_i \sin z_k \cos \alpha_k \right\} / \\ / s_{ik} \sin z_i \sin 1''$$

$$b_5 = + \left\{ \cos \varphi_i \sin (\lambda_k - \lambda_i) - \cos z_i \sin z_k \sin \alpha_k \right\} / s_{ik} \sin z_i \sin 1''$$

$$b_6 = - \left\{ \cos z_i \cos z_k + \sin \varphi_i \sin \varphi_k + \cos \varphi_i \cos \varphi_k \cos (\lambda_k - \lambda_i) \right\} / \\ / s_{ik} \sin z_i \sin 1''$$

$$b_7 = - \cos \alpha_i$$

$$b_8 = - \cos \varphi_i \sin \alpha_i$$

$$c_1 = - \sin z_i \cos \alpha_i$$

$$c_2 = - \sin z_i \sin \alpha_i$$

$$c_3 = - \cos z_i$$

$$c_4 = - \sin z_k \cos \alpha_k$$

$$c_5 = -\sin Z_k \sin \alpha_k$$

$$c_6 = -\cos Z_k$$

Všechny neznámé sestavíme do vektoru

$$y = (\delta \bar{\varphi}_1, \delta \bar{\lambda}_1, \delta h_1, \delta \varphi_1^*, \delta \lambda_1^*, \delta \sigma_1, \delta \kappa_1; \quad (5,10) \\ \delta \bar{\varphi}_2, \delta \bar{\lambda}_2, \delta h_2, \delta \varphi_2^*, \delta \lambda_2^*, \delta \sigma_2 \dots)$$

Potom můžeme rovnice (5,4) až (5,9) přepsat ve tvaru

$$\underline{v} = \underline{A}y + \underline{l} \quad (5,11)$$

a normální rovnice ve tvaru

$$\underline{N}y + \underline{w} = \underline{0} \quad (5,12)$$

plynoucí z podmínky $\underline{v}^T \underline{P} \underline{v} = \min.$, kde $\underline{P} = \underline{Q}^{-1}$ je váhová matice a $\underline{0}$ je nulový vektor.

Řešením systému normálních rovnic (5,12) obdržíme všechny hledané neznámé a tedy i $\delta \varphi, \delta \lambda, \delta h$ pro koncové body P_1, P_n základny. Snadno pak vypočteme $X_1, Y_1, Z_1, X_n, Y_n, Z_n$ z rovnic (5,1) a délku přímé spojnice $\overline{P_1 P_n}$ z rovnice

$$b = \sqrt{(X_n - X_1)^2 + (Y_n - Y_1)^2 + (Z_n - Z_1)^2} \quad (5,13)$$

Poznámka : Při tomto postupu je možno řešit národní části základny odděleně a nakonec spojovací rovnice tvaru (5,12). Vyloučí se při tom rozdíly v orientaci národních sítí. Rovněž je možno řešit poměrně jednoduše tuto úlohu za předpokladu, že národní části základny jsou na různých elipsoidech /viz [14]/.

Řešení B - brzký přechod k (x, y, z)

Pro všechny body řetězce vypočteme z rovnic (5,1) souřadnice X_i, Y_i, Z_i . K tomu předem určíme výšky h nad referenčním elipsoidem /viz další odstavce/. Ze souřadnic X_i, Y_i, Z_i vypočteme přibližné hodnoty, a jako neznámé budeme počítat přírůstky těchto přibližných hodnot. Vektor neznámých tedy bude

$$\underline{x}^T = (\delta X_1, \delta Y_1, \delta Z_1, \delta \varphi_1^*, \delta \lambda_1^*, \delta \sigma_1, \delta \kappa_1; \quad (5,14) \\ \delta X_2, \delta Y_2, \delta Z_2, \delta \varphi_2^*, \delta \lambda_2^*, \delta \sigma_2 \dots)$$

Sestavíme rovnice oprav /srovnej s rovnicemi (5,4) až (5,9)/- viz [14] a [11]/.

$$\begin{aligned}
 v_{r,i} &= -\delta\sigma_i + A_1 (\delta X_k - \delta X_i) + A_2 (\delta Y_k - \delta Y_i) + \\
 &+ A_3 (\delta Z_k - \delta Z_i) + A_4 \delta\varphi_i^* + A_5 \delta\lambda_i^* + \\
 &+ \{ A_i^{(0)} - \sigma_i^{(0)} - r_i \} \quad (5,15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_{z,i} &= -s_{ik} \delta K + B_1 (\delta X_k - \delta X_i) + B_2 (\delta Y_k - \delta Y_i) + \\
 &+ B_3 (\delta Z_k - \delta Z_i) + B_4 \delta\varphi_i^* + B_5 \delta\lambda_i^* + \\
 &+ \{ z_i^{(0)} - s_{ik}^{(0)} K^{(0)} - z_i \} \quad (5,16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_{s,ik} &= C_1 (\delta X_k - \delta X_i) + C_2 (\delta Y_k - \delta Y_i) + \\
 &+ C_3 (\delta Z_k - \delta Z_i) + \{ s_{ik}^{(0)} - s_{ik} \} \quad (5,17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_{\alpha,i}^* &= A_1 (\delta X_k - \delta X_i) + A_2 (\delta Y_k - \delta Y_i) + \\
 &+ A_3 (\delta Z_k - \delta Z_i) + A_4 \delta\varphi_i^* + A_5 \delta\lambda_i^* + \\
 &+ \{ A_i^{(0)} - \sigma_i^{(0)} - \alpha_i^* \} \quad (5,18)
 \end{aligned}$$

$$v_{\varphi,i}^* = \delta\varphi_i^* + \{ \varphi_i^{*(0)} - \varphi_i^* \} \quad \dots \text{totožné s rov. (5,8) (5,19)}$$

$$v_{\lambda,i}^* = \delta\lambda_i^* + \{ \lambda_i^{*(0)} - \lambda_i^* \} \quad \dots \text{totožné s rov. (5,9) (5,20)}$$

Koeficienty A_α , B_α , C_α rovnic oprav jsou /viz [14] a [11]/:

$$A_1 = + (\sin\varphi_i \cos\lambda_i \sin\alpha_i - \sin\lambda_i \cos\alpha_i) / s_{ik} \sin z_i$$

$$A_2 = + (\sin\varphi_i \sin\lambda_i \sin\alpha_i + \cos\lambda_i \cos\alpha_i) / s_{ik} \sin z_i$$

$$A_3 = - \cos\varphi_i \sin\alpha_i / s_{ik} \sin z_i$$

$$A_4 = + \sin\alpha_i \cotg z_i$$

$$\begin{aligned}
A_5 &= + \sin \varphi_i - \cos \varphi_i \cotg z_i \cos \alpha_i \\
B_1 &= + \left\{ (X_k - X_i) \cos z_i - s_{ik} \cos \varphi_i \cos \lambda_i \right\} / s_{ik}^2 \sin z_i \\
B_2 &= + \left\{ (Y_k - Y_i) \cos z_i - s_{ik} \cos \varphi_i \sin \lambda_i \right\} / s_{ik}^2 \sin z_i \\
B_3 &= + \left\{ (Z_k - Z_i) \cos z_i - s_{ik} \sin \varphi_i \right\} / s_{ik}^2 \sin z_i \\
B_4 &= - \cos \alpha_i \\
B_5 &= - \cos \varphi_i \sin \alpha_i \\
C_1 &= + (X_k - X_i) / s_{ik} \\
C_2 &= + (Y_k - Y_i) / s_{ik} \\
C_3 &= + (Z_k - Z_i) / s_{ik}
\end{aligned}$$

Podobně jako při řešení "A" můžeme rovnice (5,15) až (5,20) přepsat ve tvaru

$$\underline{y} = \underline{Bx} + \underline{l} \quad (5,21)$$

a normální rovnice ve tvaru

$$\underline{Mx} + \underline{u} = \underline{0} \quad (5,22)$$

Řešením systému normálních rovnic (5,22) obdržíme všechny hledané neznámé, a tedy i $X_i, Y_i, Z_i, X_n, Y_n, Z_n$ pro koncové body P_i, P_n základny. Délku přímé spojnice $\overline{P_i P_n}$ vypočteme z rovnic (5,13).

Také pro toto řešení "B" platí poznámka uvedená na konci předchozího odstavce pro řešení "A".

5.2. Použití výšek náhradou za zenitové vzdálenosti

Určení vertikální refrakce, zejména v rovinatém území, je velmi nesnadné. Kromě toho nejsou v mnoha případech k dispozici zenitové vzdálenosti.

Proto je účelné /a nutné/ zavést do výpočtu další rovnici oprav [14] :

$$v_{\Delta H, ik} = \delta h_k - \delta h_i + \left\{ n_k^{(0)} - n_i^{(0)} - N'_k + N'_i - \Delta H_{ik} \right\} \quad (5,23)$$

kde ΔH_{ik} je rozdíl normálních výšek, získaný geometrickou nivelací nebo tzv. trigonometrickou nivelací /na krátké vzdálenosti/ a N' je výška kvazigeoidu nad referenčním elipsoidem.

5.3. Volba vah

Váhy použijeme při výpočtech známým způsobem. Důsledné zavedení vah $p_i = 1/m_i^2$ znamená, že podmínka minima platí pro normované opravy $v'_i = v_i / m_i$

Poznámka : Střední chyba musí být vyjádřena ve stejných jednotkách jako absolutní člen příslušné rovnice oprav.

K určení apriorní střední chyby doporučuje Wolf [7] použít těchto informací :

a/ pro horizontální směry : uzávěry trojúhelníků a uzávěry stranových rovnic,
b/ pro délky : rozptyl z opakovaných měření, případně uzávěry plynoucí z geometrických podmínek malých figur,

c/ pro Laplaceovy azimuty : difference dvou protiazimutů na dvou sousedících bodech,

d/ pro astronomické šířky a délky : rozptyl z opakovaných měření,

e/ pro zenitové vzdálenosti : rozdíly protisměrných zenitových vzdáleností na dvou sousedících bodech.

K tomu Wolf [14] poznamenává, že správnost volby vah lze /po vyrovnání ovšem/ ověřit a případně vyrovnání opakovat s novými vahami. Váhy stačí určit s přesností asi 20 %. Dále považuje Wolf za nesprávné odmítat přesná řešení proto, že existují překážky pro dostatečně přesné určení vah. Přibližná řešení totiž tuto nesnáz dovádějí k extrému, tj. přikládají některým veličinám nekonečně velikou váhu a některým váhu nulovou, a tím se prokazatelně ještě více vzdalují objektivní skutečnosti.

5.4. K volbě metody

Při volbě metody pro zpracování ZKT jsme nuceni na jedné straně vycházet z reálných možností, které nám dává naměřený materiál, a uvážit též ekonomická hlediska, avšak na druhé straně musíme klást maximalistické požadavky na přesnost výsledků, protože jedině tak budou moci být zdůvodněny poměrně vysoké náklady na vybudování ZKT, vysoké ve srovnání s náklady na určení měřítka sítě kosmické triangulace jinými metodami.

Technické pokyny [10] zabezpečují veškeré měřické podklady pro řešení prostorového polygonu promítací metodou. To je ovšem to minimum, se kterým bychom se neměli spokojit, zejména proto, že jsou zde - z jiných důvodů a tedy téměř bez dalších nákladů - k dispozici další naměřené veličiny podél tohoto základního prostorového polygonu.

Jsou to především horizontální směry nebo úhly trojúhelníků plošné astronomicko-geodetické sítě /AGS/, ze kterých je možno velmi snadno sestavit jednoduchý nebo zdvojený řetězec, jehož osou by byl základní prostorový polygon. Tyto směry nebo úhly jsou většinou měřeny v novější době a jejich přesnost je poměrně vysoká.

Astronomické veličiny přímo měřené se budou mimo body základního polygonu vyskytovat jen náhodně. Avšak podél celé ZKT je možno poměrně přesně určit na těchto bodech tížnicové odchylky ξ, η , které spolu s výškami těchto bodů umožňují řadu variant prostorového řešení řetězce.

Rovněž další měřené délky stran se budou vyskytovat pouze ojediněle.

Problém napojení řetězce na státních hranicích je rovněž prakticky vyřešen tím, že jsou nebo co nejdříve budou spojeny plošné AGS.

Nejsou tedy žádné zásadní praktické překážky proti použití prostorového řetězce pro řešení ZKT.

Výsledek jakékoli varianty řešení bude dosti ovlivněn volbou vah. Výše byly zhruba vyjmenovány některé základní zdroje informací pro výpočet vah, avšak tyto informace jsou - až na horizontální úhly - málo hodnotné proto, že jde o tzv. vnitřní přesnost. Bude proto určení vah velmi složité a podle dosavadních zkušeností povede zcela jistě ke střetávání názorů dosti odlišných.

I když bude určení vah do jisté míry ovlivněno též použitou metodou zpracování ZKT, pokusím se dále uvést poněkud podrobněji některé zdroje informací pro určení středních chyb měřených veličin jakožto východiska k určení vah.

U horizontálních směrů a úhlů je situace poměrně jednoduchá, protože zde máme objektivní kritéria, tj. uzávěry trojúhelníků a uzávěry stranových rovnic. Problém bude však v tom, jak sladit váhy vrcholových úhlů základního polygonu, které budou všechny nově změřeny, se starými hodnotami týchž úhlů a s hodnotami /rovněž starými/ dalších úhlů v trojúhelníkových řetězce. V ČSSR půjdeme dokonce tak daleko, že bude otázkou, zda vůbec nově měřených úhlů použít, když máme k dispozici sice sta-

ré, ale mnohokrát všestranně prověřené a velmi přesné hodnoty úhlů, měřené v naší AGS.

Přesnost délek měřených elektrooptickými dálkoměry lze velmi těžko objektivně určit /viz [2]/. Vnitřní přesnost určená z rozptylu měření samotného může snadno vést k neodůvodněnému optimismu. Uzávěry malých geometrických obrazců, i když o mnoho více neřeknou, nejsou zatím k dispozici. Přitom měřené délky základního polygonu rozhodujícím způsobem ovlivňují výslednou délkou ZKT. Bude proto nutno uvážit všechny možné chyby nahodilé, polosystematické a systematické, a dále též rozdíl mezi měřeními dvěma různými přístroji a stanovit relativní přesnost, která bude zřejmě různá pro každý stát a bude se pohybovat mezi hodnotami 1:500 000 až 1:300 000. Pokud jde o systematickou chybu c_0 v použité rychlosti světla, není nutné ji uvažovat při výpočtu vah pro vyrovnání, nýbrž bude možno respektovat ji až po vypočtení délky ZKT jako systematickou chybu měřítka ZKT /viz [4]/.

Dosavadní naše i zahraniční zkušenosti ukazují, že azimuty jsou zpravidla nejslabším článkem v komplexu měřených veličin. V naší AGS zatím nebyly v průměru lépe určeny než s chybou 1" /viz [5]/. Nové měření se v ČSSR realizuje v podstatě dosavadními metodami. Chybí objektivní kritérium a chybí prakticky jakákoli kontrola. Uzávěry azimutálních rovnic nám k tomu mnoho neřeknou, ty by spíše měly ukazovat přesnost ostatních veličin, zejména horizontálních směrů a úhlů.

Poznámka : V KGF Praha byla J. Šuráněm sestavena výzkumná zpráva k této problematice. Dosud však mi nejsou známy výsledky oponentního řízení k této zprávě a jejím závěrům .

Zatím je tedy možno využít pouze dosavadních výsledků a zkušeností s azimuty v astronomicko-geodetických sítích jednotlivých států a určit podle nich váhu měřených azimutů.

Totéž platí, včetně poznámky o výzkumné zprávě J. Šuráně, o zeměpisných šířkách a délkách.

Určení výšek h je samostatným problémem, dosud dosti opomíjeným. Přesnost výšek trigonometrických bodů nehrála při řešení většiny dosavadních úloh rozhodující roli. Zde však vystupují výšky do výpočtu jako rovnocenný partner s ostatními veličinami.

Chyba m_h má dvě nezávislé složky :

$m_{N'}$ střední chybu v určení výšky kvazigeoidu nebo lépe $m_{\Delta N'}$, tj. střední

chybu v rozdílu výšek kvazigeoidu ve dvou sousedících bodech, $m_{\Delta H} \dots$ střední chybu v nivelovaném převýšení.

Výšky kvazigeoidu /relativní převýšení/ na našem území jsou na základě výsledků prací M. Burši známy nebo je můžeme nyní poměrně snadno vypočítat s dosti vysokou přesností. V jiných státech je zatím - pokud je mi známo - situace horší, avšak přesto bude možno výšky kvazigeoidu podél celého řetězce určit.

Chyby v nivelovaném převýšení však budeme většinou dosti těžko určovat. U bodů určených geometrickou nivelací je přesnost pro tyto účely postačující, ale většina bodů je určena tzv. trigonometrickou nivelací, mnohdy vycházející z jiných bodů, rovněž takto určených, a tedy s velmi slabou vazbou na nivelační síť. Při novém výpočtu, popřípadě při novém měření bude nutno na tyto okolnosti pamatovat.

Poměrně přesně mohou být určeny výšky bodů základního polygonu, protože zde budou nově měřeny též zenitové vzdálenosti kurčení redukcí délek, měřených elektrooptickými dálkoměry.

Jak již bylo řečeno, technické pokyny [10] zajišťují podklady pro řešení prostorového polygonu projektivní metodou; zřejmě tedy jednou z metod bude některá ze známých variant užití projektivní metody.

Vzhledem k tomu však, že jsou všeobecně známy nedostatky projektivní metody, které se zejména projeví při úloze tohoto typu, bude účelné zpracovat ZKT též nejméně jednou z metod prostorové triangulace. Za nejvýhodnější považuji modifikaci metody H. Wolfa, variantu "A", tj. pozdější přechody na (x, y, z) . Jak bylo výše uvedeno, měřické podklady pro to jsou nebo budou k dispozici. Navíc máme proti obdobným projektům ve světě tu výhodu, že jde v našem případě o společný elipsoid a společný geodetický systém, dosti dobré spojení sítí na hranicích a je zde možnost co nejvíce sjednotit práce jak technicky, tak organizačně.

Nebylo by tedy správné těchto výhod nevyužít a spokojit se pouze s metodou používanou u plošných AGS, jejíž výsledky nebudou ekvivalentní možnostem, které v současné době a v nejbližší budoucnosti máme. Považuji proto za nezbytné zpracovat ZKT nejméně ještě jednou jinou metodou, moderní, principiálně odlišnou, a výsledky obou metod všestranně porovnat.

Pro posouzení vhodnosti a účinnosti metody a její praktické aplikace navrhuji zpracovat takto českou část ZKT a předložit teoretické studie i praktické výsledky k posouzení v době, kdy se bude rozhodovat o metodě zpracování ZKT.

6. Závěr

Ačkoli se může zdát předčasné činit závěry pro metodu zpracování JAGS a ZKT, je přesto nutné již v této době dohodnout hlavní zásady, podle kterých by se měly vyvíjet geodetické základy států východní Evropy. Geodetické služby socialistických zemí by tak mohly plně využít výhod, které plynou z možnosti jednotné organizace prací a důsledné koordinace mezi družicovou geodézií a geodézií terestrických astronomicko-geodetických sítí.

V tomto článku jsem se pokusil ukázat některé možnosti komplexního zpracování sítí. Chtěl bych závěrem znovu zdůraznit nutnost komplexního řešení JAGS a ZKT s tím, že jde o útvary v třírozměrném prostoru, s těsnou vazbou na družicovou síť, a že náklady a energie, které geodetické služby do díla vkládají, budou účelně vynaloženy jen tehdy, budou-li požadavky na přesnost řešení maximální.

LITERATURA

- [1] Böhm, J. : Vyrovňovací počet. SNTL, Praha, 1964.
- [2] Cimbálník, M. : K přesnosti měření vzdáleností pro zjišťování horizontálních recentních pohybů zemské kůry. Výzkumná zpráva VÚGTK č. 229/1967.
- [3] Cimbálník, M. : K základně kosmické triangulace. Výzkumná zpráva č. 315 VÚGTK, Praha, 1968.
- [4] Cimbálník, M. : On the calculation and accuracy of the length of a triangle chain with measured distances and angles. *Studia geoph. et geod.* 11 /1967/, 154-163, Praha.

- [5] Cimbálník, M.: Převod československých geodetických základů do "Souřadnicového systému 1942". Výzkumná zpráva č. 223, VÚGTK, Praha, 1966.
- [6] Cimbálník, M.: Studie o současném světovém stavu vyrovnání rozsáhlých astronomicko-geodetických sítí. Výzkumná zpráva č. 374, VÚGTK, Praha, 1970, č. 34 393.
- [7] Cimbálník, M.: Transformation des Tschechoslovakischen trigonometrischen Einheitsnetzes in das Internationale System. *Studia geoph. et geod.* 4 /1960/, 133-151, NČSAV, Praha.
- [8] Rinner, K., Killian, K., Meissel, P. : Beiträge zur Theorie der geodätischen Netze im Raum. DGK, BAW, Reihe A, Nr. 61, München, 1969.
- [9] Rinner, K. : Study on the determination of the European Base for the PAGEOS World Network. DGK, BAW, Reihe B, Nr. 143, 69-112, München, 1967.
- [10] Technické pokyny k měření výchozích základů kosmické triangulace. VÚGTK, č. 30.208, Praha, 1966.
- [11] Wolf, H. : Die Grundgleichungen der Dreidimensionalen Geodäsie in elementarer Darstellung. *ZfV*, 1963, 225-233.
- [12] Wolf, H.: Dreidimensionale Geodäsie - Herkunft, Methoden und Zielsetzung. *ZfV*, 1963, 109-116.
- [13] Wolf, H. : Possibilities for the joint adjustment of satellite and terrestrial triangulation and trilateration network. DGK, BAW, Reihe B, Nr. 153, 93-99, München, 1967.
- [14] Wolf, H. : Rigorous computation of the European Traverse including the accompanying strip of triangulation. DGK, BAW, Reihe B, Nr. 143, München, 1967.

Základna kosmické triangulace a její význam pro astronomicko-geodetickou síť

(Referát byl přednesen na geodetickém semináři katedry geodézie
a kartografie VAAZ v Brně dne 11. listopadu 1970)

1. Úvod

Astronomicko-geodetická síť vznikla z československé jednotné trigonometrické sítě, vybudované po první světové válce. O vybudování základní trigonometrické sítě bylo rozhodnuto již v roce 1931 [17]. Jak známo, trigonometrická síť I. řádu obsahovala celkem 268 bodů a 456 trojúhelníků. Původní síť I. řádu se neshoduje vzhledem ke značně rozdílné velikosti a nestejnorodosti trojúhelníků s astronomicko-geodetickou sítí, jak tomu bývá v řadě jiných států. Měřické práce na astronomicko-geodetické síti se skončily v roce 1955. Astronomicko-geodetická síť má jen 144 bodů a 227 trojúhelníků. V síti bylo zaměřeno šest geodetických základen a pro vyrovnání použito jen menšího počtu z 53 zaměřených Laplaceových bodů. K určení tížnicových odchylek bylo zaměřeno 108 bodů I. řádu, 499 bodů II. řádu v gravimetrické síti ČSSR a zhušťovací gravimetrické body v okolí 20 Laplaceových bodů. Astronomicko-geodetická síť byla také spojena se sítěmi sousedních socialistických států. Tato síť byla v letech 1956-57 vyrovnána jako součást mezinárodní astronomicko-geodetické sítě západní části SSSR a východoevropských socialistických států. Podrobnosti a rozbor astronomicko-geodetické sítě, zejména úhlových měření, uvádí Cimbálník ve výzkumných zprávách [2], [3]. Autor konstatuje, že pro astronomicko-geodetickou síť ČSSR bylo použito nestejnorodého měření úhlů. Úhly byly měřeny různými metodami a různými typy triangulačních teodolitů. Podle statistického rozboru se síť dělí na dvě základní části, méně přesnou západní a přesnější východní. Kromě toho byla zjištěna nižší přesnost trojúhelníků podél hranic západní části sítě a u spojova-

cích trojúhelníků se sousedními státy u východní části sítě [3]. Přesto lze považovat úhlová měření za dostatečně přesná. Hlavním nedostatkem mezinárodního vyrovnání je nesprávně stanovená přesnost astronomických azimutů. Astronomické azimuty vcházely do vyrovnání jako přesné. Z rozboru sítě vyplývá, že reálná přesnost astronomických azimutů je podstatně nižší než jejich udávaná přesnost z měřického materiálu. To dokazuje, že charakterizovala jen vnitřní přesnost.

Dosud nebyla v naší síti podrobně zkoumána celková přesnost geodetických základů a jejich vliv na přesnost rozměru sítě. Obdobně nebyla podrobně analyzována přesnost astronomických azimutů.

K podobným závěrům dospěli geodeti i v jiných socialistických zemích. Cimbalník uvádí [3], že první mezinárodní vyrovnání, které bylo třeba provést v poměrně krátké lhůtě, se vyznačuje některými znaky, které potvrzují nestejnou homogenitu mezinárodní sítě. Jde především o nestejnorodost konfigurace sítě a nestejnou přesnost úhlových, délkových, astronomických a gravimetrických měření.

Na konferenci geodetických služeb socialistických států byl vytyčen požadavek nového mezinárodního vyrovnání, které se má uskutečnit v příštích letech. I když ještě není rozhodnuto o konfiguraci mezinárodní sítě a způsobu vyrovnání, probíhají v současné době v socialistických státech rozsáhlé přípravné práce různého druhu na zajištění tohoto úkolu. Podle potřeby se zkvalitňují jednotlivé státní astronomicko-geodetické sítě doměřováním nebo novým měřením úhlů, geodetických základů, Laplaceových bodů, upřesňují se gravimetrické údaje a tížnicové odchylky. Jak známo, měří se v posledních dvou letech také délky základny kosmické triangulace v trojúhelníku Pulkovo - Sofia - Potsdam. Bude jistě výhodné použít této velké základny k upřesnění rozměru mezinárodní geodetické sítě při jejím vyrovnání. Lze očekávat, že výsledkem nového vyrovnání vznikne druhá, kvalitativně lepší jednotná astronomicko-geodetická síť, v níž budou odstraněny hlavní nedostatky zjištěné po prvním vyrovnání v r. 1956-57.

V ČSSR byla již zpracována řada teoretických vědeckých rozborů a studií a vykonány rozsáhlé měřické práce v astronomicko-geodetické síti. Tyto práce, jež mají vést ke zkvalitnění naší sítě a tím i sítě mezinárodní, nejsou ještě všechny dokončeny.

Značná pozornost byla věnována zlepšení spojení národní sítě se sítěmi okolních států. Na některých místech byla zvolena výhodnější konfigurace spojovacích

trojúhelníků a provedena nová měření /VTOPÚ, GÚ/. Pokud se týká geodetických základů, byly dosud přeměřeny přesným světelným dálkoměrem délky dvou výchozích trigonometrických stran a plánuje se zaměření i zbývajících čtyř výchozích stran, určených geodetickými základnami. Dále byla zaměřena řada Laplaceových bodů. GÚ v Praze plánuje zaměření minimálně 8 tzv. fundamentálních Laplaceových bodů, které se liší od dřívějších bodů větší vahou měřených veličin. Dosud bylo zaměřeno pět fundamentálních Laplaceových bodů. Rozsáhlé práce v astronomicko-geodetické síti vykonal VÚGTK. Týká se to jak vědeckých rozborů a studií československé astronomicko-geodetické sítě, především posouzení její kvality z hlediska měřených úhlů a astronomických azimutů, tak i zpracování gravimetrických podkladů a výpočtu tížnicových odchylek pro přípravu nového mezinárodního vyrovnání. Pro mezinárodní vyrovnání sítě budou k dispozici mnohem přesnější gravimetrické údaje a tížnicové odchylky.

I když již bylo mnoho vykonáno k přípravě nového mezinárodního vyrovnání astronomicko-geodetické sítě a pravděpodobně bude objem plánovaných měřických prací včas splněn, nemůžeme být se současným stavem zcela spokojeni. Jedním z nejdůležitějších požadavků při vyrovnání je určení co nejspolehlivější relace mezi vahami základních druhů měřených veličin, tj. úhlů, délek a astronomických azimutů. Jak je známo, při prvním mezinárodním vyrovnání nebyl poměr vah jednotlivých veličin zcela přesně stanoven, protože nebyly k dispozici spolehlivé odhady úplných chyb astronomických azimutů a částečně také výchozích trigonometrických stran. Podrobně je v astronomicko-geodetické síti ČSSR známa úhlová přesnost, jak vyplývá ze studií ing. Cimbálníka, CSc. [2], [3]. Zbývá však ještě důkladně analyzovat přesnost astronomických azimutů a délek výchozích trigonometrických stran. Na základě chybových rozborů bude třeba pečlivě vybrat vhodné astronomické azimuty a stanovit jejich váhu pro vyrovnání. Důležitým úkolem je také spolehlivé určení přesnosti délek výchozích trigonometrických stran, měřených buď světelnými dálkoměry, nebo odvozených z geodetických základů. Tento požadavek se stává významným zejména v souvislosti s rozhodnutím, jakým způsobem bude využito pro předběžné vyrovnání astronomicko-geodetické sítě ČSSR zaměřené části základny kosmické triangulace. Správný výpočet vah použitých délek bude mít značný vliv nejen na spolehlivost určení rozměrů vyrovnané sítě, ale společně s vahami astronomických azi-

mutů i na dosažení optimální tuhosti celé sítě na území ČSSR.

V mezinárodním vyrovnání astronomicko-geodetické sítě socialistických států bude mít velký význam stanovení společného jednotného rozměru jednotlivých státních sítí. K tomu účelu by bylo žádoucí, aby se geodetické služby dohodly buď na vhodné metodě dálkového porovnání používaných srovnávacích základů anebo na jiném způsobu určení měřítka státních sítí.

2. Měření základny kosmické triangulace

Zaměření základny kosmické triangulace v podobě trojúhelníku Pulkovo - Sofia - Potsdam bylo schváleno na VII. konferenci geodetických služeb socialistických států. Projekt části základny procházející územím ČSSR byl zpracován a schválen v r. 1967. Úsek základny má délku asi 450 km. K určení délky byl zvolen základní polygonový pořad o 12 stranách, který se dobře přimyká ke straně trojúhelníku Potsdam - Sofia a který navazuje na obdobné pořady v NDR a MLR. Strany základního pořadu jsou příliš dlouhé /30 km - 55 km/, takže je není možné určovat přímo, ale pomocí vložených polygonových pořadů o 2 až 3 stranách. Tímto způsobem vznikl pořad, který má celkem 32 stran o délkách 10 km - 25 km. V letech 1967 až 1969 zaměřil Geodetický ústav v Praze v základním pořadu tři Laplaceovy body : Veliš, Brdo a Velký Inovec. První dva Laplaceovy body navazují přímo na výchozí trigonometrické strany, jejichž délky byly odvozeny ze základnové sítě. Obě výchozí strany jsou také měřeny pomocí vložených pořadů, které mají celkem pět stran. Celkově je tedy měřeno na části kosmické základny 37 délek. Kromě délek se měří v polygonovém pořadu také všechny vrcholové úhly. Každá délka a úhel se měří dvakrát nezávisle různými přístroji a různými pozorovateli. Na měřických pracích se účastní VTOPÚ a GÚ v Praze a v Bratislavě. Měření bylo zahájeno v r. 1968 a předpokládá se jeho ukončení v první polovině r. 1971. V současné době je ukončeno měření úhlů triangulačními teodolity v laboratorních jednotkách a v příštím roce zbývá ještě zaměření několika délek. K měření délek se používá nebo používalo čtyř různých světelných dálkoměrů. VTOPÚ měřil nejprve několik délek dálkoměrem EOD 1 a nyní používá jako dálkoměru EOS. GÚ Praha zaměřuje délky převážně s geodimetrem NASM 2A. Kromě toho používá geodimetru modelu 6. GÚ Bratislava začal s měřením délek na Slovensku až na podzim roku 1970 a to s geodimetrem modelem 6. Předpokládá se, že GÚ v Praze zaměří

celou základnu v ČSSR. Druhé nezávislé měření základny uskuteční VTOPÚ a menší část na Slovensku GÚ v Bratislavě. Plánuje se také určitá časová rezerva k přeměření těch délek, které by při dvojnásobném měření vykazovaly nepřijatelné rozdíly, anebo u kterých bude při chybových rozborech zjištěna přítomnost větších systematických chyb. Podle přijatých zásad nemá relativní chyba jedné měřené délky překročit relativní chybu 1:350 000.

Základna kosmické triangulace představuje prakticky nejrozsáhlejší délková měření v trigonometrických sítích socialistických států. Proto bude výhodné ji zahrnout jak do mezinárodního, tak do státního vyrovnání astronomicko-geodetické sítě. Její význam bude především závislý na dosažené přesnosti měření délek.

3. Střední chyba a váha základny

Délky d měřené světelnými dálkoměry se obecně počítají pomocí základního vzorce

$$d = \frac{v\tau}{2} + k_a, \quad (1)$$

kde v je střední rychlost šíření světelných vln podél měřené délky, τ časový interval, za který projde světelný signál vzdálenost $2d$ /tam i zpět/ a k_a je adiční konstanta, zjištěná na srovnávací základně.

Podle zákona hromadění středních chyb je dána střední chyba m_d měřené délky vztahem

$$m_d^2 = \left(\frac{d}{v}\right)^2 m_v^2 + \left(\frac{v}{2}\right)^2 m_\tau^2 + m_k^2. \quad (2a)$$

Odpovídající váhu p_d měřené délky vyjadřuje známá rovnice [1], [18]

$$p_d = \frac{K}{m_d^2} \quad (2b)$$

V rovnicích značí m_v střední chybu v určení střední rychlosti šíření světla, m_τ střední chybu časového intervalu τ , m_k střední chybu adiční konstanty k_a a K zvolenou konstantu.

Se světelnými dálkoměry se obvykle měří časový interval τ nepřímou, pomocí fázového rozdílu vysílané a odražené modulační vlny, takže v rovnici (1) bude

$$v = \frac{c}{N} , \quad \tau = \frac{\Delta\varphi}{2\pi F} , \quad (3)$$

přičemž c je rychlost šíření elektromagnetických vln ve vakuu, N střední hodnota indexu lomu, $\Delta\varphi$ měřený fázový rozdíl a F je modulační frekvence. Pak střední chyby m_v a m_τ v rovnici (2) jsou dány rovnicemi

$$m_v^2 = m_c^2 + \frac{c^2}{N^2} m_N^2 , \quad m_\tau^2 = \left(\frac{1}{2\pi F}\right)^2 m_\varphi^2 + \left(\frac{\Delta\varphi}{2\pi F^2}\right)^2 m_F^2 , \quad (4)$$

kde m_c je střední chyba rychlosti šíření elektromagnetických vln ve vakuu c , m_N střední chyba indexu lomu N , m_φ střední chyba v určení fázového rozdílu $\Delta\varphi$ a m_F vyjadřuje střední chybu modulační frekvence F .

Dosadíme-li odvozené střední chyby do rovnice (2) a zahrneme-li do vzorce také střední chybu z centrace dálkoměru a odrazného systému m_e , dostaneme po úpravě a položení $N \doteq 1$, $v \doteq c$, teoretický vztah pro střední chybu m_d měřené délky d [14]

$$m_d^2 = d^2 \frac{m_c^2}{c^2} + d^2 m_N^2 + d^2 \frac{m_F^2}{F^2} + d^2 \frac{m_\varphi^2}{\Delta\varphi^2} + m_k^2 + m_e^2 . \quad (5)$$

Rychlost šíření elektromagnetických vln c je v současné době známa vysokou přesností. Prakticky se na celém světě používá rychlosti doporučené Mezinárodní unií geodetickou a geofyzikální / $c = 299\,792,5$ km/s/, která byla charakterizována střední chybou $m_c = \pm 0,4$ km/s, tj. relativní chybou $\frac{m_c}{c} = 1:750\,000$. Pokud jsou všechny délky měřeny elektronickými dálkoměry, má chyba z nepřesné znalosti rychlosti šíření elektromagnetických vln konstantní systematický charakter a působí změnu rozměru polygonového pořadu, řetězce nebo sítě.

Přesnost určení indexu lomu bývá obvykle charakterizována střední chybou $m_N = \pm 1 \cdot 10^{-6}$ až $\pm 2 \cdot 10^{-6}$. Odhad velikosti této chyby bývá obtížný. Podrobnější rozbor bude uveden dále.

Střední chyba m_F modulační frekvence F je poměrně nízká. Při dodržování předepsaných lhůt ke komparaci modulačních frekvencí s vhodným frekvenčním normá-

lem a při početních opravách z chodu frekvence nepřesáhne relativní chyba $\frac{m_f}{F}$ hodnotu několika desetimilióntin.

Také přesnost měřeného fázového rozdílu u přesných dálkoměrů se stabilními modulačními frekvencemi je značně vysoká a střední chyba m_φ je menší než $\pm 1^\circ$. Vliv této chyby na přesnost měřené délky klesá se zvyšující se modulační frekvencí.

Střední chyba adiční konstanty m_k závisí na přesnosti srovnávací základny a na přesnosti měření této základny dálkoměrem; prakticky dosahuje u kvalitních světelných dálkoměrů několika milimetrů.

Velikost střední chyby m_e , zahrnující nepřesnost centrace dálkoměru i odrazného systému, je charakterizována hodnotami 4 - 5 mm při měření délek ze stativu. Jsou-li dálkoměr a odrazový systém umístěny na vysokých věžích, může být centrační chyba m_e ještě o něco vyšší.

Prakticky je možno zahrnout všechny chyby vznikající při měření délek světelnými dálkoměry se stabilními modulačními frekvencemi do různých dílčích středních chyb m_i na pravé straně rovnice (5). Podrobně jsou různé složky chyb a jejich vliv na měřené délky popsány v diplomové práci kpt. Filipa [8]. Dílčí složky chyby m_d v rovnici (5) jsou buď konstantní pro libovolnou vzdálenost anebo jsou přímo úměrné vzdálenosti. Celou rovnici pro výpočet střední chyby m_d lze tedy zjednodušit na tvar

$$m_d = \pm (a^2 + b^2 d^2)^{1/2} . \quad (6)$$

Při empirickém stanovení přesnosti dálkoměrů a v prospektech těchto přístrojů se však vesměs setkáváme s rovnicí

$$m_d = \pm (a + b d) , \quad (7)$$

Na mezinárodním sympoziu o elektronických metodách měření vzdáleností, konaném v říjnu 1970 v Praze, se diskutovalo o obou tvarech vzorců pro určení střední chyby. Bylo konstatováno, že oba vzorce zůstávají nadále v platnosti. Přitom poslední vztah (7) by měl být používán zejména při ověřování přesnosti nových typů dálkoměrů, kdežto vzorec (5), samozřejmě v upraveném tvaru, je vhodný pro podrobný rozbor přesnosti těch dálkoměrů, u nichž známe nebo u nichž je dostatečně přesně odhadnuta

velikost jednotlivých dílčích chyb m_i . Tak např. pro výpočet střední chyby m_d u světelného dálkoměru EOS uvádí Zschiesche [19] vztah

$$m_d^2 = \frac{m_A^2}{i} + d^2 m_N + d^2 \frac{m_F^2}{F^2} + d^2 \frac{m_\varphi^2}{\Delta\varphi^2} + m_k^2 + m_e^2 \quad (8)$$

V rovnici je navíc uvedena střední chyba m_A v odečtení, způsobená fluktuací indexu lomu a šumy. Její vliv na přesnost měřené délky se snižuje s počtem měřických sérií i . Ve vzorci je vynechán vliv chyby m_c v určení rychlosti šíření elektromagnetických vln ve vakuu, protože je u všech délek relativně stejný. Jednotlivé chyby nebo jejich vliv na měřené délky dosahují podle Zschiescheho a Egera [19], [7] u dálkoměru EOS těchto hodnot :

$$\begin{aligned} m_A &= \pm 2 \text{ mm}, \\ m_N &= \pm 1,2 \cdot 10^6, \\ \frac{m_F}{F} &= \pm 0,15 \cdot 10^6 \quad \text{až } 1 \cdot 10^6, \\ d \frac{m_\varphi}{\Delta\varphi} &= \pm 4 \text{ mm}, \\ m_k &= \pm 4 \text{ mm}, \\ m_e &= \pm 4 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Pomocí obecného vzorce (5) nebo ze vzorců sestavených přímo pro určitý druh dálkoměrů (8) odvodíme očekávanou střední chybu m_p délky D trigonometrické strany /strany hlavního pořadu/ nebo střední chybu m_z části základny procházející územím ČSSR.

Pro výpočet úplné střední chyby je třeba zvážit, které dílčí střední chyby měřených délek mají v zaměřovaném polygonovém pořadu náhodný charakter a které jsou systematické. K náhodným středním chybám řadíme obvykle chybu modulační frekvence m_F , chybu fázového rozdílu m_φ , chybu z centrace dálkoměru a odrazného systému m_e a náhodnou složku chyby indexu lomu m_N . Jako konstantní systematická chyba v polygonovém pořadu se projevuje chyba v určení adiční konstanty a v délce srovnávací základny σ_k , chyba v určení rychlosti šíření elektromagnetických vln ve vakuu σ_c a systematická složka v určení indexu lomu σ_N . Vliv první chyby vzrůstá

úměrně počtu polygonových stran za předpokladu, že světelný dálkoměr nebyl během měření délek znovu komparován. Vliv druhé i třetí chyby roste úměrně délce polygonového pořadu. Rovnice pro výpočet úplné střední chyby m_D délky D /trigonometrické strany/ rozdělené na n úseků má obecný tvar, dosadíme-li opět $N \neq 1$ a $v \neq c$ [7], [13]

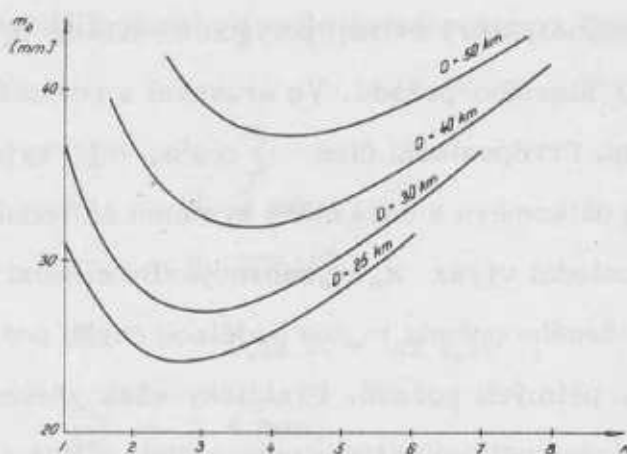
$$m_D^2 = D^2 \frac{\sigma_c^2}{c^2} + D^2 \sigma_N^2 + \left(\sum_1^n \cos \alpha_i \sigma_k \right)^2 + \frac{D^2}{n} m_N^2 + \frac{D^2}{n} \frac{m_F^2}{F} + \\ + \sum_1^n \left(\frac{d_i \cos \alpha_i}{\Delta \varphi_i} \right)^2 m_\varphi^2 + \sum_1^n \cos^2 \alpha_i m_e^2 + \sum_1^n \cos^2 \alpha_i m_h^2 + \kappa_n m_\omega^2 \quad (9)$$

Symbol α_i označuje úhel, který svírají polygonové strany d_i vloženého pořadu s polygonovou stranou D hlavního pořadu. Ve srovnání s rovnicí (5) je vzorec (9) rozšířen ještě o dva členy. Předposlední člen $\sum_1^n \cos^2 \alpha_i m_h^2$ vyjadřuje vliv střední chyby m_h v určení výšek dálkoměru a odrazného systému na redukované vzdálenosti v délce celého pořadu. Poslední výraz $\kappa_n m_\omega^2$ zahrnuje vliv střední chyby metody měření vrcholových úhlů vloženého pořadu m_ω na podélnou chybu pořadu. Tento člen se samozřejmě neuplatní u přímých pořadů. Prakticky však všechny vložené pořady sloužící k určení délky trigonometrické strany nejsou zcela přímé a určitý vliv střední chyby m_ω se projeví u každé trigonometrické strany. Koeficient κ_n závisí na počtu polygonových stran a na tvaru vloženého pořadu. U přístroje EOS uvádí Eger [7] velikost střední chyby $m_h = \pm 1$ mm a vliv střední chyby m_ω pro polygonovou stranu dlouhou asi 10 až 12 km kolem ± 4 mm.

Na základě vzorce sestaveného Egerem pro přesnost délek hlavního pořadu, zaměřených dálkoměrem EOS [7], můžeme vypočítat po dosazení jednotlivých dílčích chyb očekávané střední chyby pro různé délky trigonometrických stran a různý počet stran vloženého pořadu. Např. pro délky dlouhé 30 km a 45 km a rozdělené na dva, tři a čtyři úseky bude očekávaná střední chyba m_D vyjádřena hodnotami

$D \backslash n$	2	3	4
30 km	15 mm	18 mm	22 mm
45 km	18 mm	20 mm	23 mm

Je zřejmé, že dosažení tak vysoké přesnosti délek vyžaduje vhodné podmínky při měření, aby byly vyloučeny anebo dostatečně potlačeny vlivy chyb v určení indexu lomu N a další systematické chyby. Eger ve svém referátě předneseném v Praze na symposiu o elektronických metodách měření vzdáleností, odvozoval z obecného vzorce pro výpočet střední chyby m_D optimální počet polygonových stran. Průběh středních chyb m_D pro délky $D = 25$ km, 30 km, 40 km a 50 km a různý počet stran n je graficky znázorněn na obr. 1. Z grafu je zřejmé, že např. pro délku 30 km je optimální počet tři polygonové strany a pro 50 km čtyři polygonové strany.



Obr. 1

Střední chybu m_Z v délce základny Z /nebo její části/, určené hlavním polygonovým pořadem je možno odvodit ze vztahu (9)

$$\begin{aligned}
 m_Z^2 = & Z^2 \frac{\sigma_c^2}{c^2} + \sum_1^{u_n} \gamma_{N_j}^2 \left(\sum_1^{t_n} d_i \cos \beta_i \right)^2 + \sum_1^{u_k} \gamma_{k_j}^2 \left(\sum_1^{t_k} \cos \beta_i \right)^2 + \frac{Z^2}{n_r} m_N^2 + \\
 & + \frac{Z^2}{n_r} \frac{m_F^2}{F^2} + \sum_1^r \cos^2 \beta_j \sum_1^n \left(\frac{d_i \cos \alpha_i}{\Delta \varphi_i} \right)^2 m_\varphi^2 + \sum_1^r \cos^2 \beta_j \sum_1^n \cos^2 \alpha_i m_e^2 + \\
 & + \sum_1^r \cos^2 \beta_j \sum_1^n \cos^2 \alpha_i m_n^2 + \sum_1^r \cos^2 \beta_j \kappa_n m_\omega^2 + \kappa_r m_a^2 \quad (10)
 \end{aligned}$$

V rovnici značí β_i a β_j úhly, které svírá směr vypočtené základny Z nebo její části se směry stran vloženého pořadu d_i a hlavního pořadu D_j . Dále byly zvoleny symboly r pro počet stran hlavního pořadu, u_N pro počet skupin se stálými systematickými chybami γ_N , t_N pro počet měřených délek d_i se stejnou systematickou chybou γ_N , u_k pro počet skupin se stálými systematickými chybami adiční

konstanty γ_k , t_k pro počet délek d_i se stejnou systematickou chybou adiční konstanty γ_k ; κ_r je koeficient závisící na počtu polygonových stran r hlavního pořadu a na jeho tvaru a m_Ω střední chyba měřených vrcholových úhlů v hlavním polygonovém pořadu.

Vzorec (10) je možno zjednodušit pro praktický výpočet na tvar

$$\begin{aligned}
 m_z^2 = & Z^2 \frac{\sigma_c^2}{c^2} + \sum_T^{u_n} \gamma_{N_j}^2 \left(\sum_T^{t_n} d_i \cos \beta_i \right)^2 + \sum_T^{u_k} \gamma_{k_j}^2 \left(\sum_T^{t_k} \cos \beta_i \right)^2 + \frac{Z^2}{n_r} m_N^2 + \\
 & + \frac{Z^2}{n_r} \frac{m_F^2}{F^2} + \sum_T^{n_r} \cos^2 \beta_i \frac{d_i^2}{\Delta \varphi_i^2} m_\varphi^2 + \sum_T^{n_r} \cos^2 \beta_i m_e^2 + \sum_T^{n_r} \cos^2 \beta_i m_h^2 + \\
 & + \sum_T^r \cos^2 \beta_j \kappa_n m_\omega^2 + \kappa_r m_\Omega^2, \quad (11)
 \end{aligned}$$

kde n_r je počet všech měřených délek d_i .

Úplná střední chyba m_z vypočtené délky základny Z je tvořena různými druhy náhodných a systematických chyb. K dílčím složkám vyjadřujícím vliv náhodných chyb patří členy s náhodnými chybami m_φ , m_e , m_h , m_N , m_F . Vliv chyb m_φ , m_e , m_h vzrůstá v podstatě s počtem všech měřených polygonových stran n_r a vliv zbývajících dvou chyb m_N a m_F závisí jak na počtu polygonových stran n_r , tak na jejich délce. Další dvě složky střední chyby m_z , obsahující skupinové systematické chyby γ_n , γ_k , vyjadřují vliv hlavních skupinových systematických chyb na přesnost základny Z . V prvním členu se vliv systematických chyb γ_{N_j} rozděluje podle jejich velikosti do u_n skupin. Podobně v druhém členu se tvoří u_k skupin se stejnými systematickými chybami γ_{k_j} . Charakter obou členů zahrnujících skupinové systematické chyby γ_n , γ_k je poněkud rozdílný. Zatímco vliv chyby γ_k je závislý na počtech odpovídajících polygonových stran t_k , vzrůstá druhý člen s chybami γ_n jak s počtem odpovídajících polygonových stran t_n , tak s jejich celkovou velikostí. Konstantní systematickou chybu σ_c v určení rychlosti šíření elektromagnetických vln ve vakuu, jejíž vliv se zvětšuje úměrně s velikostí základny, obsahuje první člen rovnic (10) a (11). Poslední dva členy rovnic se středními chybami měřených úhlů ve vložených pořadech m_ω a v hlavním pořadu m_Ω vyjadřují opět vliv náhodných chyb. Výpočet obou členů je složitější a koeficienty κ_n , κ_r se odvozují ze známých zákonů hromadění středních chyb v polygonových pořadech [13].

Rovnice (10) a (11) pro výpočet úplné střední chyby m_z zahrnují hlavní vlivy a zdroje náhodných a systematických chyb. Většinu dalších chyb, které vznikají při

měření délek světelnými dálkoměry, je možno vyjádřit pomocí již uvedených dílčích chyb [8]. Na druhé straně se některé chyby zanedbávají, je-li prokázáno, že jejich vliv se na výsledné přesnosti neuplatní. V praxi se také obvykle nepočítá dílčí systematická chyba, vyplývající z nepřesné znalosti rychlosti šíření elektromagnetických vln ve vakuu c , protože je relativně stejná u všech délek měřených elektronickými dálkoměry.

Obecný vztah pro výpočet podélné střední chyby přímého polygonového pořadu odvodil Cimbálník ve výzkumné zprávě [4]. Uvedený vzorec odpovídá zobecněnému tvaru rovnic (10) a (11).

4. Určení střední rychlosti šíření světla při měření délek světelnými dálkoměry

Náhodné chyby měřených délek se v podélné střední chybě polygonového pořadu hromadí velmi příznivě a jejich vliv prakticky vzrůstá s druhou odmocninou počtu polygonových stran. To znamená, že se teoreticky snižuje relativní chyba základny Z v souvislosti se zvětšujícím se počtem polygonových stran. Tento předpoklad by platil za podmínky, kterou se zatím v praxi nedaří splňovat, že lze snížit velikost systematických chyb různého druhu do takové míry, aby jejich vliv byl zanedbatelný. Pokud tomu tak není, musíme počítat zejména u základny kosmické triangulace s tím, že rozhodující vliv na dosaženou přesnost vypočtené základny Z budou mít systematické chyby, které se hromadí mnohem nepříznivěji, tj. přímo úměrně k délce základny, její části nebo některým délkám polygonových stran.

Velikost jednotlivých středních chyb v rovnicích (10) a (11) je obvykle známá pro používané světelné dálkoměry a metody měření délek s dostatečnou spolehlivostí. Mnohem obtížnější je odhad vlivu skupinových systematických chyb γ_{kj} a γ_{Nj} . U skupinové systematické chyby γ_{kj} můžeme poměrně dobře stanovit rozsah všech skupin s konstantní systematickou chybou. Každá taková skupina měřených délek je omezena časovým intervalem mezi dvojím měřením adiční konstanty na srovnávací základně. Předpokládáme, že během této doby zůstává chyba adiční konstanty přibližně stejná. Její velikost a znaménko neznáme, takže ji lze charakterizovat pouze střední chybou metody určení adiční konstanty. Protože se adiční konstanta zpravidla zjišťu-

je dvakrát nebo třikrát během měřické sezóny a základna kosmické triangulace bude na našem území měřena dvojicemi přístrojů téměř tři roky, vzniká řada j skupin s konstantní skupinovou systematickou chybou γ_{kj} . Lze právem očekávat, že systematické skupinové chyby budou mít různá znaménka i velikost, takže jejich celkový vliv na přesnost základny bude mít zčásti náhodný charakter.

Největším problémem v rozbořech přesnosti délek měřených světelnými dálkoměry je odhad skupinových systematických chyb γ_{kj} . Teplota, tlak a vlhkost vzduchu jsou měřeny jen na koncových bodech měřené délky, takže obvykle chybí bližší údaje o skutečných atmosférických podmínkách, které bychom měli znát k přesnému výpočtu střední hodnoty indexu lomu, popřípadě střední rychlosti šíření použitého světla. Se značnou nejistotou tvoříme skupiny délek se stejnou systematickou skupinovou chybou γ_{kj} a odhadujeme velikost těchto chyb. Protože chyby v určení středního indexu lomu mohou mít největší vliv na přesnost dlouhých délek, věnujeme této chybě větší pozornost.

Skutečná chyba měřené délky způsobená vlivem chyby indexu lomu je vyjádřena vztahem

$$\epsilon d = -d \epsilon N \quad (12)$$

Vliv chyb měřených meteorologických prvků na chybu v indexu lomu odvodíme ze vzorce pro výpočet indexu lomu [14]. Pro zelenožluté světlo / $N = 1,000\,305$ / a $t = 15^\circ \text{C}$, $p = 760$ torr byly vypočteny tyto hodnoty dílčích chyb indexu lomu ϵN

$$\begin{aligned} \epsilon N_t &= \frac{\partial N}{\partial T} \epsilon t = -1,0 \cdot 10^{-6} && \text{pro } \epsilon t = 1^\circ \text{C}, \\ \epsilon N_p &= \frac{\partial N}{\partial p} \epsilon p = +0,4 \cdot 10^{-6} && \text{pro } \epsilon p = 1 \text{ torr}, \\ \epsilon N_e &= \frac{\partial N}{\partial e} \epsilon e = -0,05 \cdot 10^{-6} && \text{pro } \epsilon e = 1 \text{ torr}, \\ \epsilon N_\lambda &= \frac{\partial N}{\partial \lambda} \epsilon \lambda = -0,006 \cdot 10^{-6} && \text{pro } \epsilon \lambda = 10 \mu\text{m}. \end{aligned} \quad (13)$$

Symbolsy ϵN_t , ϵN_p , ϵN_e , ϵN_λ jsou skutečné chyby v indexu lomu způsobené uvedenými chybami ϵt , ϵp , ϵe , $\epsilon \lambda$ v určení teploty t , tlaku p , vlhkosti e a efektivní vlnové délky λ_e .

Měření teploty. Teplotu vzduchu je možno měřit kapalinovými teploměry, elektrickými teploměry nebo termografy. Při měření délek elektromagnetickými vlnami se nejvíce používají rtuťové teploměry.

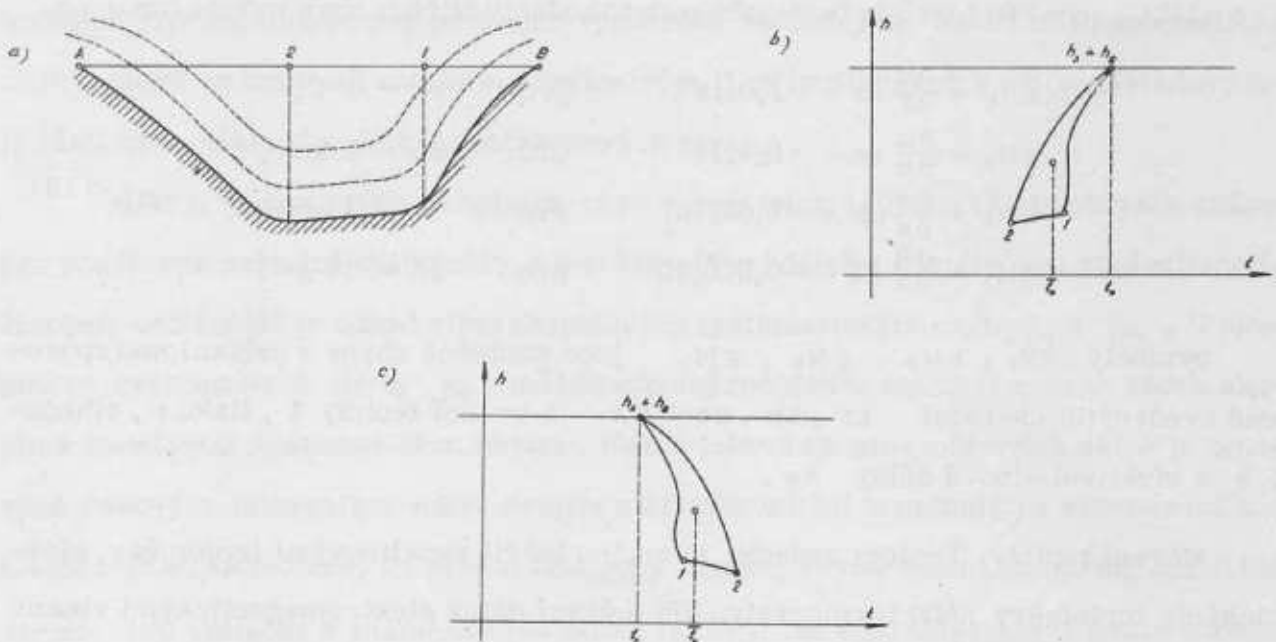
Střední teplota vzduchu t_0 se vypočte aritmetickým průměrem teplot naměře-

ných na obou koncích délky. Vypočtená teplota neodpovídá skutečné střední hodnotě, protože teplota vzduchu se nemění jen s nadmořskou výškou, ale je do značné míry závislá na profilu terénu a dalších podmínkách. Vrstvy vzduchu o stejné teplotě sledují nad povrchem země částečně tvar terénu /obr. 2/. Nejistota v určení střední teploty vzduchu bývá větší, jestliže se měří těsně nad povrchem země, kde dochází k největším změnám teplotního gradientu.

Další chyba v určení teploty vzniká při čtení výšky rtuťového sloupce na stupnici. Prakticky je možno dosáhnout přesnosti ve čtení teploty asi $\pm 0,1^\circ \text{C}$. Systematický charakter má chyba v poloze nulového bodu stupnice a chyba v dělení stupnice. Ke zmenšení těchto chyb je třeba čas od času určit v laboratoři polohu nulového bodu a proměřit délky stupnice. Na základě těchto měření se sestaví pro každý teploměr korekční tabulka. I pak je třeba počítat s tím, že chyba v dělení stupnice má hodnotu až $\pm 0,2^\circ \text{C}$.

Bylo zjištěno, že celková chyba ve čtení teploty dosahuje u rtuťových teploměrů asi $\pm 0,4^\circ \text{C}$ až $\pm 0,5^\circ \text{C}$. K snížení této chyby se doporučuje provést během několika málo minut více měření a index lomu počítat z průměru měřených hodnot.

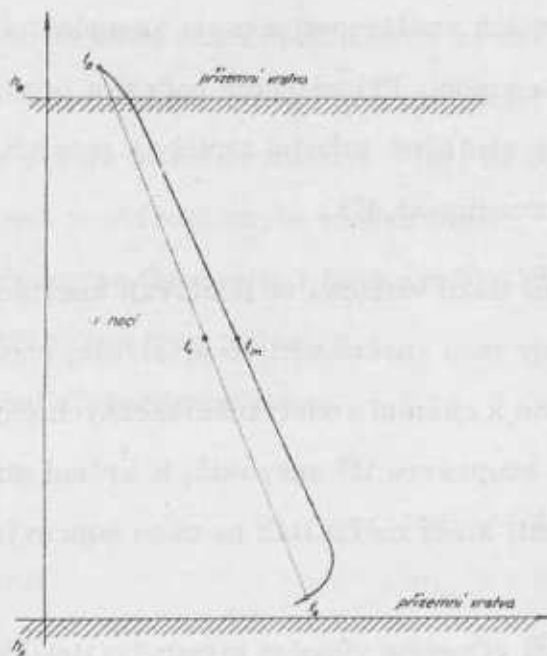
Důležité jsou poznatky o přesnosti naměřených teplot v závislosti na profilu vzdáleností. Mitte [10] uvádí čtyři základní profily.



Obr. 2

1/ Jestliže měřená délka je přibližně rovnoběžná s rovinným povrchem země a její vzdálenost od terénu je větší než minimální výška, která zabezpečuje, aby dráha světla neprobíhala v nízkých přízemních vrstvách, pak průměr naměřených teplot dohře vyjadřuje střední teplotu vzduchu podél dráhy.

2/ Často se měří také vzdálenosti, jejichž koncové body leží na různých terénních vyvýšeninách a návrších /obr.2/. Protože vrstvy vzduchu o stejné teplotě se v těsné blízkosti povrchu země do určité míry blíží tvaru terénu, bude průměr naměřených teplot na koncích vzdálenosti ve dne vždy vyšší a v noci při tepelné inverzi vždy menší než skutečná průměrná hodnota \bar{t}_0 . Na obr. 2b/, c/ je schematicky znázorněna odchylka průměru teplot t_0 od skutečné hodnoty průměrné teploty \bar{t}_0 .



Obr. 3

3/ Při měření délky v horském terénu leží někdy jeden koncový bod v údolí a druhý koncový bod na vrcholu kopce. Průběh teploty vzduchu podél měřené délky je zakreslen na obr. 3. Plná křivka odpovídá teplotám ve dne, čárkovaná v noci. Na koncovém bodě v údolí jsou v přízemních vrstvách vzduchu velké teplotní rozdíly, které poruší téměř lineární průběh teplotních křivek. Také na druhém koncovém bodě na kopci dochází v přízemních vrstvách vzduchu k zvětšení teplotního gradientu, ale

v mnohem menší míře. U takových délek musíme obvykle počítat se systematickou chybou průměru měřených teplot. Ve dne bude vypočtený průměr t_0 větší a v noci menší než skutečná průměrná teplota \bar{t}_0 .

4/ Jestliže oba koncové body délky leží v horském terénu, na vrcholcích, pak průměr měřených teplot t_0 je za příznivých podmínek blízký skutečné průměrné teplotě \bar{t}_0 .

Určení průměrné teploty vzduchu je značně složité. Chyba v určení teploty může dosáhnout jednoho i více stupňů Celsia. Řadu pokusů vykonal např. Prilepin. Proměřoval teplotu vzduchu na několika místech naměřených vzdáleností pomocí odporových teploměrů, umístěných v balónech. Jeho měření teplot potvrdilo závěry o teplotních anomáliích v přízemních vrstvách vzduchu. U délek dlouhých 13,8 km, 21,5 km a 26,0 km, které byly vzdáleny od terénu 5 - 70 m, se projeví odchylky mezi průměry teplot měřenými jen na koncích vzdálenosti a mezi skutečnými středními teplotami. Všechna měření byla konána v noci. Při větrném počasí a proměnlivé oblačnosti zůstávaly rozdíly vypočtené a skutečné střední teploty v mezích 1° C. Za jasných nocí a bezvětří byly pozorovány rozdíly až 4° C.

Měření tlaku. K měření tlaku vzduchu se používají aneroidy, které jsou cejchovány. Je známo, že aneroidy jsou značně citlivé přístroje, choulostivé na otřesy při dopravě. Doporučuje se proto k zjištění a odstranění možných chyb měřit tlak vzduchu na každé stanici alespoň se soupravou tří aneroidů. K určení středního tlaku vzduchu p_0 podél měřené vzdálenosti stačí měřit tlak na obou koncových bodech s přesností asi $\pm 0,5$ torru.

Pro většinu vzdáleností vyhovuje výpočet středního tlaku vzduchu pomocí prostého aritmetického průměru. Je-li rozdíl obou tlaků velký, tj. mezi koncovými body délky je velký výškový rozdíl, doporučuje Mitter počítat střední hodnotu tlaku vzduchu podle přesnějšího vzorce [10]. Přesnější vzorec pro výpočet středního tlaku vzduchu uvádí např. Bakkelid :

$$p_0 = \frac{p_1 + p_2}{2} + p_1 \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\ln \frac{p_2}{p_1}} \right) \left(1 - \frac{p_2}{p_1} \right) - 1 \right] \equiv p_0 + \Delta p. \quad (14)$$

Korekce Δp se snadno určí z pomocné tabulky k argumentu $p_2 : p_1$.

$p_2 : p_1$	0,97	0,96	0,95	0,94	0,93	0,92	0,91	0,90	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85
p torr	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	1,0	1,2	1,3	1,4

Vlhkost vzduchu. Napětí vodních par e se určuje při měření vzdáleností pomocí psychrometru. Ze vztahů pro výpočet dílčích chyb indexu lomu [13] je zřejmé, že u světelných dálkoměrů je chyba z nesprávného určení napětí vodních par e malá a nemá rozhodující vliv na přesnost určení indexu lomu.

Index lomu. Střední hodnoty indexu lomu vzduchu N nebo střední rychlosti šíření světla v obvykle počítáme ze střední teploty suchého a vlhkého teploměru a středního tlaku vzduchu [10], [13]. Index lomu však můžeme počítat i jinými způsoby, např. aritmetickým průměrem indexů lomu, vypočtených z naměřených fyzikálních vlastností vzduchu na obou koncových bodech zvlášť. Oba dva způsoby výpočtu nejsou shodné, protože indexy lomu N_1, N_2 jsou složitější funkcí naměřených teplot t, t' a tlaku vzduchu p . Je však prokázáno [10], že oba výpočty se od sebe liší v mnohem menší míře, než je střední chyba indexu lomu.

Ratynskij uvádí v časopise Geodezija i kartografija 1962, č. 2, očekávané chyby indexů lomu světla pro tři různé typy počasí.

1/ Nepříznivé počasí /heterogenní/ :

$$\begin{array}{ll}
 m_t = 2,0^\circ \text{C} & m_{N_t} = 2,0 \cdot 10^{-6} \\
 m_p = 1,0 \text{ torr} & m_{N_p} = 0,4 \cdot 10^{-6} \\
 m_e = 1,5 \text{ torr} & m_{N_e} = 0,08 \cdot 10^{-6}
 \end{array}$$

$$\text{celková střední chyba } m_N = 2,1 \cdot 10^{-6}$$

2/ Průměrné počasí /střední/

$$\begin{array}{ll}
 m_t = 0,7^\circ \text{C} & m_{N_t} = 0,7 \cdot 10^{-6} \\
 m_p = 0,5 \text{ torr} & m_{N_p} = 0,2 \cdot 10^{-6} \\
 m_e = 0,6 \text{ torr} & m_{N_e} = 0,04 \cdot 10^{-6}
 \end{array}$$

$$\text{celková střední chyba } m_N = 0,7 \cdot 10^{-6}$$

3/ Příznivé počasí /homogenní/

$$m_t = 0,2^\circ \text{C}$$

$$m_p = 0,1 \text{ torr}$$

$$m_e = 0,3 \text{ torr}$$

$$m_{N_t} = 0,20 \cdot 10^{-6}$$

$$m_{N_p} = 0,04 \cdot 10^{-6}$$

$$m_{N_e} = 0,02 \cdot 10^{-6}$$

$$\text{celková střední chyba } m_N = 0,20 \cdot 10^{-6}$$

Očekávaná střední chyba indexu lomu pro normální /průměrné/ počasí se prakticky shoduje s chybovými rozbory, které uveřejnil Edge [10].

Ze stručné charakteristiky výpočtu indexu lomu a jeho očekávané chyby je zřejmé, že největší chybu v určení indexu lomu a tím i v měřených délkách může působit nepřesná znalost střední teploty vzduchu. Tato chyba je zčásti systematická a její vliv by se mohl nepříznivě projevit v dlouhé základně kosmické triangulace, určené pomocí polygonového pořadu. Protože známe teplotu vzduchu jen na koncových bodech měřené délky a neznáme ani velikost teplotního gradientu během měření, je velmi obtížné odhadovat přesnost vypočtené střední teploty vzduchu. Z tohoto důvodu se jeví nejúčelnější rozdělit měřené délky do několika skupin, především podle základních druhů počasí /heterogenní, průměrné a homogenní/, případně podle střední výšky záměry nad terénem, síly větru, profilu délek, výšky dálkoměru a odrazného systému nad terénem apod.

Vliv systematických chyb z nepřesného určení středního indexu lomu vzduchu nebo střední rychlosti světla podél měřené délky může být snížen různými cestami. V posledních letech se zkoumá možnost použití tzv. atmosférických modelů, které by vedly ke snížení chyby fyzikální redukce. Tímto problémem se zabýval např. Lang [12], [20]. Z výsledků výzkumných prací je zřejmé, že atmosférické modely mohou zvýšit přesnost fyzikální redukce. Většina modelů byla zpracována a ověřena pro délky měřené v přízemních vrstvách vzduchu až asi do střední výšky 50 m, popřípadě 100 m. Zatím nelze ještě doporučit vhodný atmosférický model k fyzikální redukci dlouhých délek, měřených světelnými dálkoměry a ležících zpravidla ve větších výškách nad povrchem země. Na mezinárodním symposiu v Praze o elektronických metodách měření délek bylo konstatováno, že atmosférické modely nejsou univerzální a závisejí na klimatických podmínkách krajiny. Z jednání vyplynulo, že je třeba věnovat této problematice ještě další pozornost.

Podobně i další výzkumné práce, týkající se konstrukce a použití refraktometrů k přímému určení indexu lomu a disperzních metod určení indexu lomu nebyly ještě zdaleka ukončeny, a nelze proto vyslovit závěry o jejich vhodnosti ke zvýšení přesnosti fyzikální redukce měřených délek.

Zatím nejspolehlivější cestou ke zvýšení přesnosti určení středního indexu lomu nebo střední rychlosti šíření světla se jeví další měření teploty, popřípadě tlaku vzduchu na některých mezilehlých bodech měřené délky. Tato metoda by však vyžadovala značné zvýšení nákladů na polní práce i technické a personální vybavení měřických skupin a značně by práce v terénu prodloužila. K zpřesnění fyzikální redukce je také výhodné určovat při měření délek vertikální teplotní gradienty. To vyžaduje speciální měření a úzkou spolupráci s meteorologickou službou. Tato měření zatím meteorologická služba v ČSSR neprovádí.

Pro výpočet délek polygonových stran a určení délky základny nebo její části vyplývají ze stručného chybového rozboru určité závěry.

1/ Fyzikální redukci délek je třeba nadále počítat podle stanovené metodiky a technologie, tj. pomocí vzorců doporučených Mezinárodní geodetickou a geofyzikální unií.

2/ Nelze využívat různých druhů atmosférických modelů k zpřesnění fyzikální redukce, protože zatím neposkytují záruku skutečného zvýšení přesnosti měřených délek.

3/ Podrobný chybový rozbor a studie atmosférických modelů by měly sloužit jen k spolehlivému odhadu dosažené přesnosti měřených délek a vypočtené základny nebo její části.

5. Rozbor výsledků měřených délek zvoleného náhradního polygonového pořadu

U všech výsledků přesných měření v geodézii, stejně jako u funkcí měřených veličin je třeba rozlišovat tzv. vnitřní a vnější přesnost. To platí především u délkových měření. Vnitřní přesnost délek měřených světelnými dálkoměry je možno poměrně snadno odvodit z rozptylu výsledků jednotlivých sérií měření. Každá délka byla měřena zpravidla v předepsaném počtu sérií ve dvou různých dnech. Průměry délek, vypočtené pro každý den, vykazují občas malé systematické rozdíly, které jsou

s velkou pravděpodobností způsobeny nepřesným určením středního indexu lomu. V takových případech je možno považovat celkové průměry z měření v obou dnech za spolehlivější než průměry ze dnů, v nichž se systematické rozdíly nevyskytují, protože se nemění charakter počasí.

Odhad vnější přesnosti, jak již bylo uvedeno, je však velmi obtížný. Přitom musíme předpokládat, že každá délka bude zatížena určitou systematickou chybou neznámé velikosti. Důležitým, ne však zcela objektivním kritériem dosažené přesnosti bude výpočet středních chyb měřených délek z měřických dvojic. Každá délka bude změřena nezávisle různými světelnými dálkoměry a různými pozorovateli.

Rozdíly délek Δd_i je možno tvořit různými způsoby. Musíme však přihlížet k tomu, že každý rozdíl bude obecně obsahovat chyby náhodné ε_i , konstantní systematickou chybu σ a skupinové systematické chyby γ_j . Můžeme tedy psát

$$\Delta d_i = {}_1\varepsilon_i + {}_2\varepsilon_i + {}_1\sigma - {}_2\sigma + \sum_{a_1}^{a_u} \gamma_j - \sum_{b_1}^{b_u} \gamma_j, \quad (15)$$

kde indexy 1, 2 označují první a druhé nezávislé měření délky d_i a a_1, b_1, a_u, b_u počet skupinových systematických chyb.

Chyby ε_i zahrnují vliv náhodných chyb, např. chyby v určení fázového rozdílu ε_φ , modulační frekvence ε_f , v centraci ε_s , v indexu lomu ε_n , v určení výšek dálkoměru a odrazného systému apod. Konstantní systematické složky ${}_1\sigma$, ${}_2\sigma$ jsou stejně velké, a protože mají stejnou velikost, neprojeví se v rozdílech měřických dvojic Δd_i . Zbývající složky γ_j jsou tvořeny vlivem různých skupinových systematických chyb; v rozdílech Δd_i se uplatní pouze rozdílem úhrnných součtů Γ , jak je patrné z posledních dvou členů (15).

Odpovídající střední rozdíl $M_{\Delta i}$ je dán rovnicí

$$M_{\Delta i}^2 = {}_1m_i^2 + {}_2m_i^2 + \Gamma^2, \quad (16)$$

kde ${}_1m_i$, ${}_2m_i$ jsou střední chyby délky d_i měřené prvním a druhým dálkoměrem a Γ je rozdíl skupinových chyb γ_j (15).

Z rovnice (15) vyplývá důležitý požadavek, aby rozdíly Δd_i byly počítány vhodným způsobem. Pokud bychom volili náhodně sled prvního a druhého měření délky, získali bychom správné absolutní velikosti rozdílů Δd_i , ale nezjistili bychom tendenci jejich znamének. Prakticky bude třeba, abychom předem hledali a odhadli na zá-

kladě teoretického rozboru přesnosti možné druhy skupinových systematických chyb a vymezení jejich pravděpodobný rozsah. Zatím nejsou k dispozici výsledky měřených délek, a proto je možno jen v základních rysech naznačit, které hlavní druhy skupinových systematických chyb bude třeba zjišťovat ze souboru měřických dvojic.

Ze sestavených skupin dvojic měřených délek vypočteme střední kilometrovou systematickou chybu jednou měřené délky

$$\Gamma_0 = \frac{[\Delta d_0]}{2u}, \quad (17)$$

kde

$$\Delta d_{0i} = \sqrt{p_i \Delta d_i^2}. \quad (18)$$

Symbol u značí počet délek s předpokládanou skupinovou systematickou chybou v celém souboru n_r délek. Váhy p_i zvolíme např. v přibližném tvaru

$$p_i = \frac{m_0^2}{m_i^2} = \frac{{}_1m_0^2 + {}_2m_0^2}{{}_1m_i^2 + {}_2m_i^2}, \quad (19)$$

kde ${}_1m_0, {}_2m_0$ značí střední kilometrové chyby metody měření daným přístrojem a ${}_1m_i, {}_2m_i$ odpovídající očekávané střední chyby měřené délky d_i .

V první řadě bude vhodné vypočítat rozdíly Δd_i podle skupin použitých světelných dálkoměrů. Největší počet délek bude zaměřen geodimetrem NASM 2A a dálkoměrem EOS. Menší počet délek bude zaměřen dálkoměry EOD 1 a modelem AGA 6. Pokud rozdíly Δd_i nebudou větší než dvojnásobek nebo dvaapůlnásobek chyby $({}_1m_i^2 + {}_2m_i^2)^{0,5}$ a celý soubor bude mít charakter normálního rozdělení chyb, je možno předpokládat, že systematická chyba Γ (16) je menší než vliv náhodných chyb.

Obtížné bude zjišťování přítomnosti skupinových systematických chyb z nepřesného určení středního indexu lomu /střední rychlosti šíření světla/. K tomuto účelu je třeba hledat a tvořit skupiny délek s různými společnými charakteristickými znaky, které by mohly systematicky ovlivňovat dosaženou přesnost určení délek. Skupiny délek a rozdíly Δd_i je vhodné sestavovat a analyzovat podle těchto hlavních znaků: teploty vzduchu, druhu profilů, střední výšky měřené délky nad terénem, výšek dálkoměru a odrazného systému nad terénem, převýšení koncových bodů, charakteristiky počasí během měření a před měřením /např. oblačnost - jasná obloha, vítr -

bezvětří, tlak vzduchu, velké změny teploty mezi dnem a nocí/ atd. V současné době není možno odhadnout, zda se podaří určit přítomnost nebo nepřítomnost systematických chyb, protože zkoumaný soubor délek je relativně malý.

Vnější přesnost měřených délek lze také odhadnout pomocí četných zahraničních statistických rozborů délek měřených světelnými dálkoměry. Zde bude pravděpodobně účelné rozdělit délky podobným způsobem, jako je dělí Ratynskij, do skupin podle typu počasí při jejich měření /heterogenní, průměrné a homogenní/. Při sestavování skupin je třeba přihlídnout nejen k údajům o počasí v zápisnících, které mohou být částečně subjektivní nebo neúplné, ale také k charakteru počasí zjištěného v oblasti měření meteorologickou službou. Ze známého empiricky stanoveného odhadu přesnosti indexu lomu při různém typu počasí a za určitých předpokladů je možno podle vzorců (9), (10), (11) odhadnout střední chyby vypočtených délek hlavního pořadu m_0 a vypočtené délky základny nebo její části m_2 .

Určení skupinových systematických chyb v adiční konstantě dálkoměrů nebude asi reálné, protože tyto chyby by měly být relativně značně malé - dosahující prakticky hodnoty několika milimetrů.

6. Závěr

Měřické práce na základně kosmické triangulace v ČSSR se již blíží svému závěru. Koordinační komise MNO, ČÚGK a SSGK předpokládá, že výsledky dosud zaměřených délek budou jednotně zpracovány ještě koncem tohoto roku. Podle předběžné analýzy dosažených rozdílů dvojího nezávislého měření bude pak stanoveno, zda je třeba některé délky přeměřit nebo zda měření délek vyhovuje požadované přesnosti základny. Protože mezinárodní, popřípadě i samostatné vyrovnání astronomicko-geodetické sítě má sloužit pro různé geodetické práce po dlouhé období a jakost naší sítě nás bude reprezentovat mezi socialistickými státy řadu let, považuji za účelné, aby k spolehlivějšímu stanovení středních chyb měřených délek byl vyhrazen u měřických skupin ve VTOPÚ, GÚ v Praze a GÚ v Bratislavě v létě příštího roku /1971/ určitý čas na ověření přesnosti některých vybraných délek. Tyto délky by byly vybrány po dohodě v koordinační komisi ZKT a měly by odpovídat hlavním typům profilů celé části základny v ČSSR.

Je třeba znovu upozornit, že stanovení úplných středních chyb a vah měřených délek, vypočtených délek hlavního polygonového pořadu a vypočtené délky části základny kosmické triangulace je značně nesnadným úkolem a není možné odhadnout, do jaké míry bude splněn. V podstatě lze určit přesnost nebo spolehlivost délkových měření dvěma nezávislými cestami. První způsob spočívá v odhadu přesnosti měřených délek na základě podrobného rozboru a to jak z rozptylu jednotlivých sérií měření, tak především z vypočtených rozdílů průměrů dvojího měření délek za různých podmínek. Na základě odvozených vzorců musíme počítat s tím, že tímto způsobem nezjistíme všechny systematické chyby. Vypočtené chyby tedy nebudou úplnými chybami měřených délek, protože nebudou pravděpodobně zahrnovat všechny složky systematických chyb.

Druhý způsob odhadu úplné střední chyby vychází z rozdělení měřených délek do skupin podle druhu počasí. Ze známých středních chyb metody měření u použitých světelných dálkoměrů a ze známých charakteristik přesnosti určení indexu lomu můžeme odhadnout úplné střední chyby měřených délek a na jejich základě odvodit úplnou střední chybu nebo váhu části vypočtené základny na území ČSSR. Lze předpokládat, že také tento odhad přesnosti nebude zcela spolehlivý. Rozdělení měření do zvolených skupin podle počasí je do určité míry přibližné a subjektivní. Také odpovídající empirické hodnoty středních chyb indexu lomu nelze považovat za zcela přesné a mohou být v klimatických podmínkách ČSSR poněkud odlišné. Na druhé straně nelze uvedený způsob určení přesnosti považovat za nevhodný; je možné, že se stane důležitým kritériem pro odhad vnější přesnosti měřených délek. Právě z tohoto důvodu by bylo třeba ověřit střední chyby indexu lomu na některých vybraných typických délkách.

V žádném případě však nelze vyvozovat závěry o přesnosti délek trigonometrických stran, určených vloženými pořady, z porovnání s odpovídajícími délkami, vypočtenými ze souřadnic trigonometrických bodů. Takové porovnání může podat pouze základní informace o rozdílech měřítka obou způsobů určení délek. Z chybového rozboru a odhadnutých velikostí různých druhů chyb, majících hlavní vliv na velikost střední chyby měřených délek a publikovaných převážně v zahraničí v odborné literatuře, lze očekávat, že požadovaná relativní chyba délek hlavních polygonových stran nebude překročena.

Význam základny kosmické triangulace pro mezinárodní vyrovnání je značný,

protože základny procházejí prakticky přes území všech socialistických států, jejichž astronomicko-geodetické sítě jsou zapojeny do mezinárodního vyrovnání sítí. Je možné předpokládat, že základna kosmické triangulace výrazně zlepší homogenitu rozměru celé mezinárodní sítě. Určitým problémem však zůstává využití geodetických základen, zaměřených invarovými dráty. K zachování jednotného měřítka astronomicko-geodetických sítí jednotlivých socialistických států by bylo vhodné určit světelnými dálkoměry délky všech výchozích trigonometrických stran, které budou pojaty do vyrovnání. Je také žádoucí, aby vhodným způsobem bylo sjednoceno měřítko srovnávacích základen, které se v jednotlivých státech používají ke komparaci světelných dálkoměrů.

Při samostatném nebo oblastním vyrovnání československé astronomicko-geodetické sítě bude vhodné využít části základny, procházející naším územím. Zde je třeba zvážit, jakým způsobem začlenit základny do vyrovnání. Prakticky přicházejí v úvahu tři základní způsoby : buď použít každé délky trigonometrické strany /hlavní strany pořadu/ zvlášť nebo délky celé části základny, popřípadě několika dalších úseků základny. Použití délky celé části základny nebo několika jejich úseků lze podpořit dvěma důvody. Jednotlivé délky trigonometrických stran, určených vloženými pořady, mohou být zatíženy relativně většími složkami skupinových systematických chyb než délka základny. Druhým důvodem je delší časový odstup mezi měřením délek základny a úhlovým měřením v astronomicko-geodetické síti. Tato úvaha platí jen za předpokladu, že vliv chyb měřených vrcholových úhlů hlavního polygonového pořadu nezvětší příliš relativní chybu vypočtené části základny nebo jejich delších úseků. Konečný a zdůvodněný návrh bude možno vyslovit až po podrobném chybovém rozboru měřených délek a úhlů na základně.

Závěrem je třeba zdůraznit, že stručný teoretický rozbor měřených délek a vypočtené základny kosmické triangulace nelze považovat za komplexní. Je pravděpodobné, že chybové rozborů a z nich vyplývající důsledky pro astronomicko-geodetickou síť se budou muset rozšířit podle dosažených konkrétních výsledků měření, které zatím nejsou k dispozici.

- [1] Böhm, J. : Vyrovňovací počet. Praha 1964.
- [2] Cimbálník, M. : Vědecké zhodnocení československých geodetických polohopisných základů. Výzkumná zpráva VÚGTK, č. 106, Praha 1961.
- [3] Cimbálník, M. : Výzkum zpřesnění československé trigonometrické sítě 1. řádu. Výzkumná zpráva VÚGTK, č. 165. Praha 1965.
- [4] Cimbálník, M. : K výpočtu a přesnosti délky řetězce s měřeními dálkami a úhly. Výzkumná zpráva VÚGTK č. 203, Praha 1966.
- [5] Cimbálník, M. : K základně kosmické triangulace. Výzkumná zpráva VÚGTK, č. 315, Praha 1968.
- [6] Delong, B. : Studie o měření základen kosmické triangulace. Výzkumná zpráva č. 200, Praha 1966.
- [7] Eger, R. : Einsatz des EOS für die Messung langer Strecken, Berlin 1970.
- [8] Filip, R. : Studie vlivu náhodných a systematických chyb při měření základny kosmické triangulace. Diplomová práce, Brno 1970.
- [9] Genike, A.A. : Geodezičeskije fazovyje radiodal'nomery. Trudy CNIGAIK č. 164. Moskva 1963.
- [10] Jordan, Eggert, Kneissl : Handbuch der Vermessungskunde, VI. díl, Stuttgart 1966.
- [11] Krauter A. : Laboratorische Versuche zur Ermittlung des durchschnittlichen Brechungskoeffizienten mittels Dispersionsverfahrens. Budapest 1970.
- [12] Lang, H. : Die Verbesserung des Atmosphärenmodells, dessen Parameter nach logarithmischen bzw. Potenz-Funktionen abnehmen. Berlin 1970.
- [13] Nevosád, Z. : Vyrovňání a rozbor přesnosti polygonových pořadů se stranami, měřeními rádiovými a světelnými dálkoměry, Brno 1964.
- [14] Nevosád, Z. : Rádiové a světelné dálkoměry, I. a II. díl. Brno 1968 a 1969.
- [15] Provorov, K. L. : Radiogeodezija. Moskva 1965.

- [16] Veličko, Genike, Lobačev, Pultorak : Fazovyje sposoby izmerenija rasstojanij v geodezii. Moskva 1963.
- [17] Vykutil, J. : Vývoj souřadnicových a výškových systémů na území ČSSR. Vojsenský topografický obzor 1962, č. 2.
- [18] Vykutil, J. : Vyrovnávací počet. Brno 1964.
- [19] Zschiesche, K. : Erfahrungen bei der Bestimmung und Berücksichtigung instrumentell bedingter Fehler des elektrooptischen Streckenmessgerates EOS. Berlin 1970.
- [20] Methoden zur Erhöhung der Genauigkeit des physikalischen Reduktionen der mit elektronischen Entfernungsmessern gemessenen Streckenlängen. Berlin 1970.

Využití astronomických veličin v základní astronomicko-geodetické síti

(Referát přednesen na geodetické konferenci katedry geodézie
a kartografie VAAZ v Brně dne 11. listopadu 1970)

1. Úvod

Při vyrovnání astronomicko-geodetických sítí se používají astronomické veličiny k umístění těchto sítí na referenčním elipsoidu a k jejich jednotné směrové orientaci. Velmi důležitou funkci v geodetických sítích plní Laplaceovy podmínky, které mají zamezit šíření chyb v sítích způsobených převážně hromaděním chyb v úhlech. V neposlední řadě lze astronomických veličin využít k určování tvaru reálné Země vzhledem k základní hladinové ploše.

Bylo by vhodné při této příležitosti si uvědomit, že současné možnosti družicové geodézie by teoreticky mohly splnit některé úkoly, kladené donedávna pouze na geodetickou astronomii. Družicová geodézie může zajistit na zemském povrchu čistě geometrickou cestou v trojrozměrném souřadnicovém systému sítí bodů včetně orientace jejich přímočarých spojnic. Tuto úlohu může družicová geodézie splnit bez závislosti na tíhovém poli Země, zatímco astronomická měření jsou závislá na tíhovém poli Země.

Při vyrovnání astronomicko-geodetických sítí můžeme astronomické veličiny použít dvojím způsobem. Buďto jako hodnoty neměnné, jimž nebudou přisuzovány opravy z vyrovnání, nebo jako hodnoty zatížené měřickými chybami. V druhém případě budou astronomické azimuty veličinami vyrovnávanými a je velmi důležité, jakým způsobem zavedeme váhy měřených veličin. V obou případech však je zkvalitnění vyrovnané geodetické sítě závislé na přesnosti astronomických veličin, zvláště na přesnosti Laplaceových azimutů. Můžeme očekávat, že vliv středních chyb astronomických azimutů a astronomických zeměpisných délek dosáhne hodnot $\pm 0,6'' - \pm 0,7''$.

zatímco střední chyba v určení geodetického úhlu dosahuje hodnoty $\pm 0,3'' - \pm 0,4''$. Musíme si uvědomit, že tato střední chyba Laplaceova azimutu představuje vnitřní přesnost měření, zatímco střední chyba v určení geodetického úhlu /z vyrovnání sítě nebo podle Ferrerova vzorce/ představuje vnější přesnost. Při zpracování astronomických veličin získáme totiž střední chyby pouze ze staničního vyrovnání, tedy z opakovaných měření na daném bodě. Srovnáme-li střední chyby získané při zpracování astronomických a geodetických prací, vidíme, že při úhlových měřeních v trigonometrické síti můžeme střední chybu úhlových měření určit jednak ze staničního vyrovnání, jednak ji můžeme vypočítat z uzávěrů trojúhelníků pomocí Ferrerova vzorce, nebo ji získáme z vyrovnání sítě. Zatímco staniční vyrovnání nám udává chybu, která je měřítkem vnitřní přesnosti úhlových měření, pak další dvě chyby charakterizují vnější přesnost. Astronomická měření není možno spojit podobným způsobem jako kupř. úhlová měření, takže je nesebné stanovit kritéria vnější přesnosti astronomických prací. Znalost vnější přesnosti astronomických veličin je velmi důležitá zvláště tehdy, chceme-li astronomické veličiny použít při vyrovnání sítí. Použijeme-li při vyrovnání astronomické veličiny jako hodnoty zatížené chybami, je velmi důležité, jakým způsobem zvolíme váhy měřených veličin. Použitelnost měřického materiálu pro další zpracování ukazuje pouze vnější přesnost, zatímco vnitřní přesnost posuzuje pouze zvolený měřický postup a pečlivost měření. Skutečná přesnost Laplaceova azimutu může být ovlivněna chybou vznikající převodem astronomického azimutu na azimut geodetický.

Při vyrovnání astronomicko-geodetických sítí je proto třeba používat azimuty, které nejsou zatíženy hrubými systematickými chybami. Před zařazením azimutů do astronomicko-geodetické sítě nebo do vyrovnání je vhodné se přesvědčit o správnosti azimutů některou metodou uvedenou v dalším textu. Podle zahraničních pramenů se sníží nejistota v určení azimutu na $\pm 0,5''$, což je již hodnota rovnocenná střední chybě v úhlových měřeních.

Chyby astronomických azimutů mohou způsobit místní deformace sítě. Jako důkaz lze uvést závěry z rozborů výsledků vyrovnání naší sítě v rámci mezinárodního vyrovnání sítí socialistických států v roce 1956. Rovněž porovnání výsledků získaných samostatným tvarovým vyrovnáním naší astronomicko-geodetické sítě s vyrovnáním sítě s připojením azimutálních podmínek jasně ukázaly na místní deformace

sítě [7,8]. Ačkoli střední chyba v měřeném úhlu stoupla po zavedení azimutálních podmínek pouze o 7 ‰ /z ± 0,42" na ± 0,47% projevuje se nepříznivě vliv některých azimutálních podmínek. Místní směrové deformace sítě se projeví jak ve znaménkách, tak i ve velikosti oprav úhlů sousedících se stranami, jež obsahovaly azimutální podmínku. Vliv azimutální podmínky je zřejmý u strany Brdo - Kelčský Javorník, Děvín - Rapotice, Sadská - Veliš a u několika dalších stran. U azimutů jmenovaných stran můžeme předpokládat, že jsou zřejmě zatíženy nějakým systematickým vlivem. Domníváme se, že tyto chyby /u citovaných stran/ jsou způsobeny hlavně chybou v určení zeměpisné délky /na některých bodech byly určeny zeměpisné délky cirkumzenitálem - do roku 1932 nebyla uvažována osobní rovnice pozorovatele/.

Z těchto několika příkladů je zřejmé, že některé azimutální podmínky nemají vyhovující přesnost pro kontrolu horizontálních úhlů a síť při vyrovnání poškodily. Je vhodné, abychom při této příležitosti zdůraznili, jak je důležitá kontrola astronomických veličin před jejich zařazením do vyrovnání. Jako první krok je třeba stanovit přesnost azimutů a astronomických zeměpisných délek, kteréžto veličiny vstupují do Laplaceovy rovnice.

2. Převod astronomických hodnot

Dříve než přistoupíme k vysvětlení různých metod kurčení odhadu vnější přesnosti astronomických veličin, je třeba upozornit na důležitou unifikaci výchozích hodnot astronomických veličin před celkovým zpracováním. Astronomická měření na našem území probíhala poměrně v dlouhém časovém údobí. Mezinárodního vyrovnání se zúčastnilo celkem 53 Laplaceových bodů, které byly zaměřeny v letech 1929-1938 a 1942 - 1954. Do prvního období patří 24 bodů, na nich byly určeny astronomické zeměpisné souřadnice metodou stálých výšek cirkumzenitálem. Astronomické azimuty se měřily teodolity Askania, Fennel, Suss metodou určení azimutu z měření na Polárku. V literatuře [2] je udávána přesnost měřených šířek, délek a azimutů těmito středními chybami :

$$m_{\varphi} = \pm 0,10''$$

$$m_{\lambda} = \pm 0,25''$$

$$m_A = \pm 0,32''$$

V druhém období bylo zaměřeno celkem 29 bodů. Zeměpisná šířka se určovala převážně metodou Horrebowou-Talcottovou, metodou Struveovou /průchod hvězd I. vertikálem/ a metodou Sterneckovou. Zeměpisná délka se určovala převážně průchodem

hvězd meridiánem. Na několika bodech se opět použila metoda stejných výšek. Zeměpisná šířka a délka je v druhém období určena přibližně se stejnou přesností $\pm 0,7''$ [2]. Střední chyba astronomického azimutu je udávána chybou $\pm 0,15'$. Uváděné výsledky představují vnitřní přesnost měření.

Čas základního poledníku se určoval příjmem rytmických časových signálů vysílačů Rugby, Pontois, Moskva a Hamburg. Pro sestavení pozorovacích programů i pro výpočet zdánlivých poloh hvězd se používal hlavně z počátku katalog PGC^{x/} vztažený na epochu 1900 a od roku 1937 katalog GC^{xx/} zpracovaný pro epochu 1950 a různé ročenky jako kupř. Berliner astronomisches Jahrbuch. Od roku 1946 se používal katalog FK 3 [9].

Před zahájením všech prací na vyrovnání astronomicko-geodetické sítě bylo třeba převést všechny zdánlivé pozice použitých hvězd z různých katalogů do zvolené jednotné soustavy fundamentálního katalogu, převést naměřené zeměpisné délky, šířky a azimuty na střední pól. Rovněž použité časové signály se musely převést do jednotné časové soustavy. Stručně vysvětlíme důvody a způsob zavádění jednotlivých oprav.

a/ Převod do soustavy fundamentálního katalogu

Za základní soustavu pro astronomicko-geodetické práce byla také v socialistickém bloku zvolena soustava fundamentálního katalogu FK 3. V této soustavě byly již zpracovány některé ročenky /Astronomisches Jahrbuch od r. 1935, Nautical Almanach od r. 1941/. V SSSR se katalog FK 3 přijal v roce 1942. Byl také používán jako základ pro sestavení ročenky Astronomičeskij ježegodnik. Tato ročenka se v současné době používá také u nás. Obsahuje 554 hvězd z katalogu FK 3 /FK 4/ a 55 hvězd z katalogu GC, jejichž souřadnice byly přepočteny do soustavy FK 3. Od roku 1964 je tato ročenka v systému FK 4. Je třeba říci, že katalog FK 4 je dnes všeobecně pokládán za nejlepší a do jeho soustavy se převádějí všechny významné mezinárodní práce v oboru geodetické i kosmické geodézie.

Při astronomických pracích se dnes používají dvě základní soustavy. Je to sou-

x/ PGC /Preliminary General Catalogue/ /4/ obsahuje 6118 hvězd. Byl sestaven na základě 80 katalogů, z nichž mnohé vznikly na pulkovské hvězdárně.

xx/ GC /General Catalogue/ /3/. Při jeho sestavování bylo použito 220 katalogů. Při slučování katalogů přidělil Boss jednotlivým katalogům váhy.

stava FK 4 /FK 3/ a soustava GC. Rozdíly v rovníkových souřadnicích hvězd v uvedených katalogích nejsou sice velké, ale mají systematický charakter. Střední hodnoty rozdílů souřadnic hvězd mezi katalogy se nazývají systematické rozdíly obou katalogů. Tyto rozdíly jsou proměnlivé a jsou závislé na hodnotách souřadnic. Při tvoření rozdílů se většinou postupuje tak, že se rozdíly sestaví podle vzrůstajících rektascenzí v pásmech $0^h - 1^h$, $1^h - 2^h$ $23^h - 24^h$. Střední hodnota rozdílů v určitém pásmu je systematickým rozdílem obou katalogů. Podobně se sestavují střední rozdíly $\Delta \alpha$ podle argumentu δ v zónách deklinací v pásmech po 10° na sever a na jih od rovníku. Střední hodnoty rozdílů mezi oběma katalogy, jejichž deklinace jsou v určité zóně deklinací, se označují $\Delta \alpha_\delta$. Stejným způsobem se určí systematické rozdíly deklinací v závislosti na rektascenzi α a na deklinaci δ . Systematický rozdíl rovníkových souřadnic hvězd dvou katalogů si můžeme představit ve tvaru dvou složek. Jedna z nich je závislá pouze na změně rektascenze, druhá se mění v závislosti na deklinaci

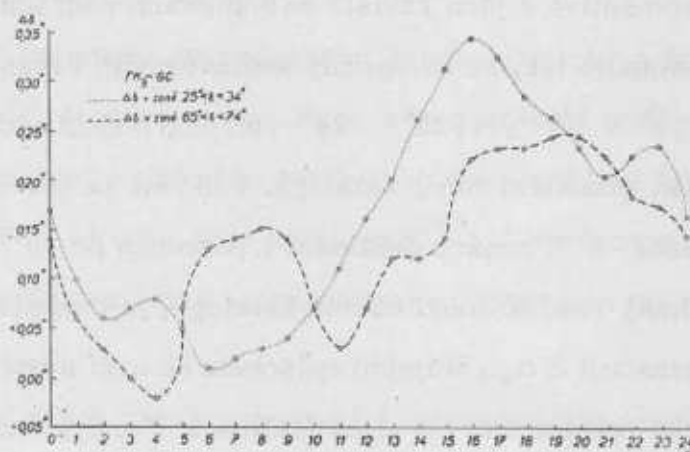
$$\Delta \alpha = \Delta \alpha_\alpha + \Delta \alpha_\delta, \quad \Delta \delta = \Delta \delta_\delta + \Delta \delta_\alpha. \quad (1)$$

Kromě těchto systematických rozdílů teoreticky existuje ještě systematický rozdíl, který je závislý na hvězdné velikosti hvězd. Mezi používanými katalogy je tento rozdíl nepatrný a nemusíme jej uvažovat. Přehledné tabulky převodu katalogu GC, PGC do systému FK3 jsou v práci [12].

Jak jsme se již zmínili, bylo třeba převést před vyrovnáním astronomicko-geodetické sítě souřadnice hvězd, pokud nebyly vypočítány v systému FK3, do jeho souřadné soustavy. Většina zeměpisných délek v naší astronomicko-geodetické síti byla určena z průchodu hvězd meridiánem. Pro výpočet zdánlivých poloh se používala anglická ročenka [1], zpracovaná v systému FK3. Pro výpočet zeměpisných šířek a délek metodou stejných výšek se rovněž používala anglická ročenka. Rovněž zdánlivé pozice Polárky byly počítány v systému FK 3. Ve všech těchto případech tedy nebylo třeba opravovat vypočítané hodnoty. Pro určení zeměpisné šířky metodou Horrebowou-Talcottovou je katalog FK 3 nepostačující pro malý počet vhodných hvězd. Užívalo se proto Bossova katalogu [3]. Vliv systematických rozdílů katalogu FK3 - GC na hodnotu zeměpisné šířky určenou Horrebowou-Talcottovou metodou je velmi jednoduchý

$$\Delta \varphi = \frac{(\Delta \delta_\delta + \Delta \delta_\alpha)_S + (\Delta \delta_\delta + \Delta \delta_\alpha)_N}{2}. \quad (2)$$

Abychom si udělali představu, jakých hodnot mohou dosáhnout rozdíly FK3 - GC v deklinaci pro epochu 1950, je na obr. 1 nakreslen graf těchto rozdílů pro dvě zóny. Metodiku zpracování převodu celého souboru měření popsal ing. dr. Lukeš [12].



Obr. 1

b/ Převod astronomických zeměpisných souřadnic a azimutů na střední pól
 Astronomické zeměpisné souřadnice a azimuty jsou určeny k okamžité poloze pólu. Tyto souřadnice nejsou použitelné pro potřebu vyšší geodézie. Musíme je opravit o vliv pohybu zemského pólu. Okamžitá poloha pólu je definována pravoúhlými souřadnicemi vzhledem ke střednímu pólu P_0 . Souřadná osa X leží v greenwichském poledníku a osa Y leží v poledníku západní délky $+90^\circ$. Pravoúhlé souřadnice pólu byly určovány Mezinárodní časovou službou. Tato služba spadala pod Mezinárodní unii geodetickou a geofyzikální /IUGG/ a pod Mezinárodní astronomickou unii /IAU/. Od r. 1961 přešla tato služba do úřadu International Polar Motion Service /IPMS/. Mezinárodní šířková služba neměnila pouze svůj název, ale v průběhu let byly používány i různé polohy středního pólu. V literatuře se můžeme setkat s těmito systémy :

1. Systém Albrecht, Wanach, Mahnkopff /W/ 1900,0 - 1922,6
2. Systém Kimura /K/ 1922,7 - 1934,9
3. Systém Carnera /Ca/ 1935,0 - 1948,9
4. Systém Cecchini /Ce/ od r. 1949,0 - dosud.

Poslední systém /Ce/ se vztahuje na střední polohu pólu 1900-1905 a je označován jako "Nový systém 1900,0-1905". Souřadnice pólů publikovaného BIH v letech 1959 až 1967 nejsou vztaheny na systém 1900-1905 /IPMS/. Vztahný pól BIH měl začátkem roku 1959 tyto souřadnice v systému IPMS : $x = +0,031''$, $y = +0,159''$

K vzájemnému převodu souřadnic pólu mezi jednotlivými systémy jsou zpracovány převodní rovnice [13]

$$x_w = x_k + 0,048'' = x_{ca} + 0,040'' = x_{ce} + 0,004''$$

$$y_w = y_k + 0,072'' = y_{ca} + 0,060'' = y_{ce} + 0,022''$$

V socialistickém táboře se používají souřadnice pólu A.J. Orlova /11/, které jsou publikovány od r. 1891,5. Na tento střední pól je také redukován náš astronomický katalog.

Uvedený krátký přehled některých redukcí astronomických veličin měl zdůraznit důležitost těchto redukcí při převodu astronomických veličin. Pro vzájemné porovnávání astronomických veličin je bezpodmínečně nutné, aby všechny použité veličiny byly vztaženy k jednotnému základu.

3. Rozmístění Laplaceových bodů

Při vyrovnání astronomicko-geodetické sítě je velmi důležitá také otázka rozmístění Laplaceových bodů. Hayford se domníval, že vzdálenost sousedních Laplaceových bodů by měla ležet v rozmezí 64 km až 150 km. Krassovskij doporučoval umísťovat Laplaceovy body na průsečíky trojúhelníkových řetězců. Domníval se, že tyto průsečíky by měly ležet ve vzdálenosti 80 - 100 km. Při praktické aplikaci použili v SSSR Laplaceových bodů na koncích základnových sítí. Tyto sítě se umísťovaly v průsečících trojúhelníkových řetězců. Průměrná vzdálenost těchto základen je asi 200 km. Baltická geodetická komise doporučovala jako maximální vzdálenost Laplaceových bodů 200 km.

Hustota Laplaceových bodů je také závislá na skutečnosti, zda tyto body použijeme pro umístění sítě na zvoleném výpočetním elipsoidu. Dříve se používaly všechny Laplaceovy body k pootočení a posunu sítě. Splnila se podmínka, aby součet čtverců všech tížnicových odchylek byl minimální $[\xi^2] + [\eta^2] = \min$. Laplaceovy azimuty se nyní převážně využívají ke kontrole úhlových měření v síti. Použijeme-li Laplaceovy azimuty ke kontrole úhlových měření je třeba, aby Laplaceovy body ležely ve větší vzdálenosti. V těchto případech můžeme předpokládat, že chyba z přenosu úhlů dosáhne větší hodnoty než předpokládaná chyba Laplaceova azimutu. Vhodným kritériem použitelnosti Laplaceových azimutů pro kontrolu úhlového měření je koeficient K . Koeficient K vypočítáme jako poměr střední chyby Laplaceova azimutu a střední

chyby z přenosu úhlových měření

$$K = \frac{\text{střední chyba Laplaceova azimutu}}{\text{střední chyba z přenosu úhl. měření}}$$

Jestliže hodnota koeficientu K se blíží jedné, není Laplaceův azimut již vhodný pro kontrolu úhlových měření. Při větší hustotě Laplaceových bodů již není vhodné jejich použít při vyrovnání astronomicko-geodetické sítě jako veličiny nezatížené chybami. V tomto případě by mohly chyby astronomických azimutů způsobit nevhodnou místní deformaci sítě a doporučuje se: buď aby také Laplaceovým azimutům byly přisuzovány opravy z vyrovnání, nebo zvolit v astronomicko-geodetické síti pouze určitý počet vhodně rozmístěných Laplaceových azimutů. Tyto azimuty se ponechávají v síti jako hodnoty nezatížené chybami. Ostatní azimuty, ležící v blízkosti těchto vybraných azimutů, se používají jednak ke kontrole těchto vybraných azimutů a jednak k určení jejich vnější přesnosti.

Budeme-li považovat Laplaceovy azimuty za veličiny zatížené měřickými chybami, musíme těmto azimutům přisoudit určité váhy. Volba vah je velmi důležitá, protože zavedením nevhodného poměru mezi vahami by mohlo dojít k jednostrannému zkreslení dosažených výsledků.

Dříve, než si řekneme, jakým způsobem je vhodné volit váhy Laplaceových azimutů, věnujme pozornost některým způsobům a metodám umožňujícím stanovit přesnost Laplaceových azimutů.

4. Přesnost Laplaceových a astronomických azimutů

Po převedení astronomických veličin na střední pól do stejného hvězdného katalogu a do stejné časové soustavy můžeme přistoupit k výpočtu Laplaceova azimutu α_i podle vztahu

$$\alpha_i = A_i + (L_i - \lambda_i) \sin B_i \quad (3)$$

kde A_i - astronomicky určený azimut,

λ_i - astronomicky určená zeměpisná délka,

L, B - geodetické zeměpisné souřadnice.

Při vyrovnání nás pochopitelně zajímá chyba Laplaceova azimutu

$$m_{\alpha}^2 = m_A^2 + m_{\lambda}^2 \cdot \sin^2 B \quad (4)$$

Tato chyba se skládá ze střední chyby měřeného astronomického azimutu m_A a vlivu střední chyby astronomické zeměpisné délky $m_A \sin B$. Střední chybu v určení geodetické zeměpisné délky v tomto případě můžeme zanedbat.

Střední chyby v astronomickém azimutu a astronomické zeměpisné délce mohou být charakterizovány buď střední chybou určenou ze staničního vyrovnání, pak hovoříme o vnitřní přesnosti, nebo použijeme střední chyby, které do jisté míry mohou představovat vnější přesnost měření. Naším cílem je používat takové střední chyby, které by představovaly vnější přesnost měření.

Vnitřní přesnost azimutů a zeměpisných délek můžeme určit ze staničního vyrovnání na jednotlivých Laplaceových bodech podle

$$m = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}}$$

Při výpočtu střední chyby azimutu jsou v odchylky od aritmetického průměru, n počet laboratorních jednotek. Při výpočtu střední chyby zeměpisných délek jsou v opravy pozorovacích řad od výsledné hodnoty, n počet pozorovacích řad nebo večerů. Pro zajímavost si uvedeme, jakých hodnot dosahují tyto chyby v naší astronomicko-geodetické síti. Uvedeme střední hodnotu chyby v azimutu podle

$$m_A = \pm \sqrt{\frac{[m_A^2]}{a}}$$

kde a je počet Laplaceových bodů. Uvážíme-li pouze Laplaceovy body použité při mezinárodním vyrovnání, obdržíme hodnotu $\bar{m}_A = \pm 0,24''$. Pro srovnání uvedeme hodnotu této chyby, která byla získána v NDR z 36 azimutů $\bar{m}_A = \pm 0,28''$ [18]. Tyto výsledky charakterizují vnitřní přesnost měření.

O vnější přesnosti určení astronomického azimutu můžeme se kupř. přesvědčit porovnáním výsledků azimutu stejného směru určeného několika měřickými metodami. V naší síti byly všechny azimuty určeny metodou zaměřování na Polárku. Pouze na dvou bodech bylo použito metody průchodu hvězd vertikálem signálu. Proto mělo zkušební měření na směru Pecný - Vysoká za úkol vyzkoušet možnost určování astronomických azimutů i jinými metodami. Byly použity tyto metody :

1. metoda zaměřování na Polárku (1),
2. metoda pozorování hvězd v elongaci (2),
3. metoda průchodu hvězd vertikálem signálu (3).

Pozorování se zúčastnilo více pozorovatelů. Zkušební měření se uskutečnilo i na několika dalších bodech. Byly získány tyto výsledky [15] :

astronomický azimut Pecný - Vysoká

(1) $19,40'' \pm 0,25''$ (2) $19,54'' \pm 0,24''$ (3) $19,43'' \pm 0,29''$

astronomický azimut Brdo - Kelčský Javorník

(1) $46,64'' \pm 0,23''$ (2) $46,44'' \pm 0,41''$

astronomický azimut Velký Inovec - Sitno

(1) $24,61'' \pm 0,17''$ (2) $24,63'' \pm 0,17''$ (3) $24,91'' \pm 0,25''$ ^{1/}

astronomický azimut Veliš - Salská

(1) $59,38'' \pm 0,20''$ (2) $59,00'' \pm 0,28''$ (3) $59,73'' \pm 0,25''$ ^{2/}

astronomický azimut Veliš - Vysoká

(1) $1,99'' \pm 0,17''$ (2) $1,82'' \pm 0,25''$

Střední chyby aritmetického průměru pozorovatele při jednotlivých metodách dosáhly těchto hodnot :

metoda zaměřování na Polárku $\pm 0,22''$ - $\pm 0,67''$

metoda pozorování hvězd v elongaci $\pm 0,25''$ - $\pm 0,41''$

metoda průchodnosti hvězd vertikálem signálu $\pm 0,26''$ - $\pm 0,69''$

Z těchto několika příkladů lze usoudit, že rozdíly mezi jednotlivými metodami jsou menší než příslušné střední chyby. Získané výsledky nepotvrzují systematické rozdíly mezi metodami.

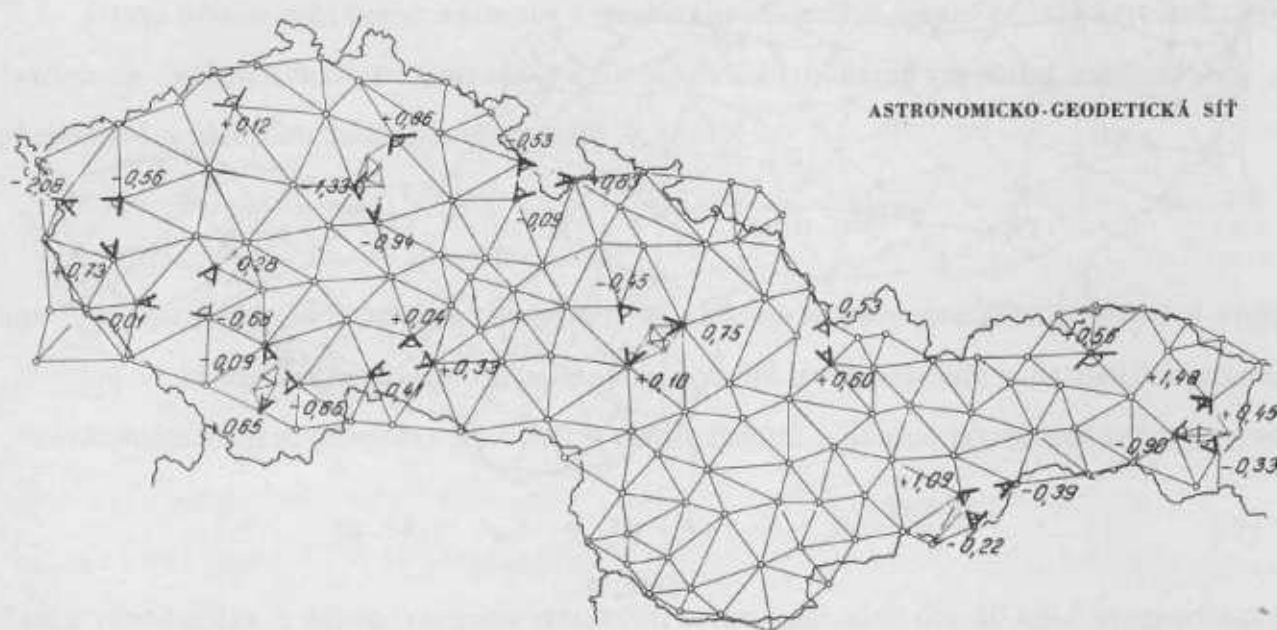
K určení střední chyby azimutu použil ing. Šuráň srovnání úhlů určených jednak z triangulačních měření, jednak z rozdílů azimutů dvou sousedních směrů /obr. 2/. Označíme-li tento rozdíl úhlů Δ , pak střední chybu azimutu můžeme určit podle

$$m_A = \pm \sqrt{\left[\frac{\Delta^2 + m_\omega^2}{2} \right]}$$

protože v rozdílu Δ je zahrnuta chyba jak měřeného úhlu, tak také azimutu. Střední chybu úhlového měření m_ω známe ze samostatného tvarového vyrovnání sítě [8]

1/ pouze jedna řada

2/ pouze tři řady



Obr. 2

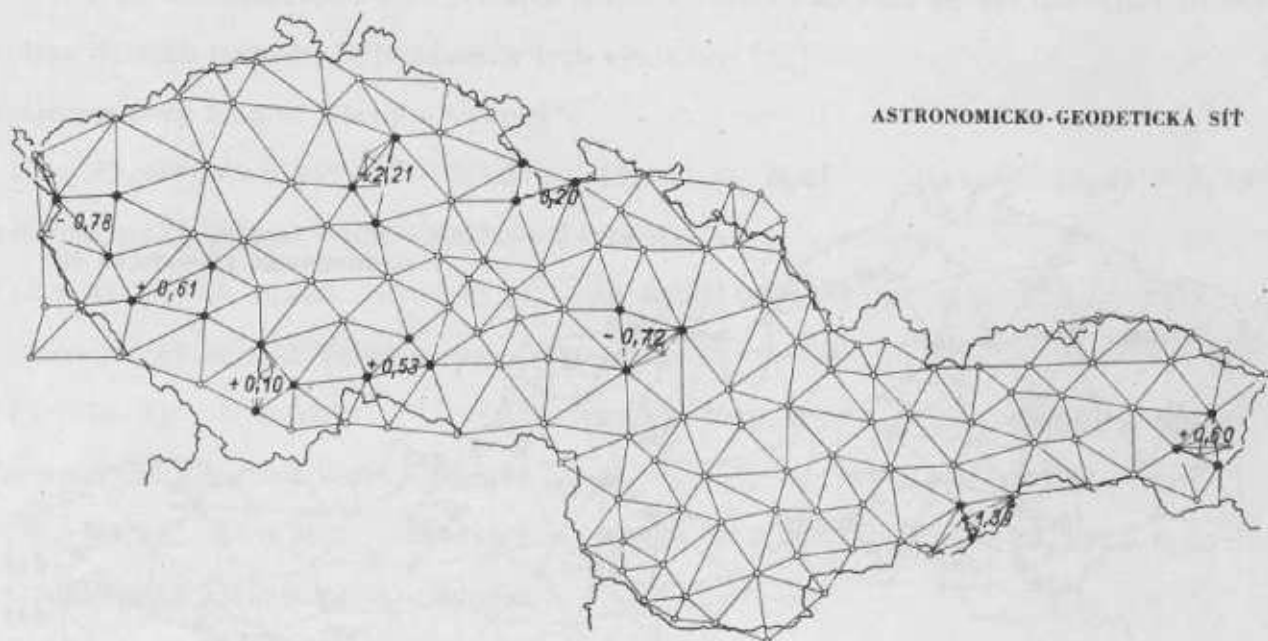
$m_{\omega} = \pm 0,42''$. Ing. Šuráň použil ke srovnání měření uskutečněná přibližně ve stejné epoše. Získal 32 úhlů na 31 bodech sítě. Zjistil střední chybu v azimutu $m_A = \pm 0,43''$. Na základě dosažených výsledků můžeme vyslovit názor, že přenášení směrů pomocí azimutů je stejně přesné jako při triangulačních pracích. Vliv systematických chyb v azimutu nám toto srovnání odhalit nepomůže.

Po druhé světové válce se měřily azimuty v trojúhelnících. Do mezinárodního vyrovnání byly zahrnuty většinou Laplaceovy azimuty měřené v trojúhelnících. Ing. Šuráň použil Ferrerova vzorce a z osmi uzávěrů trojúhelníků vypočítal střední chybu azimutu $m_A = \pm 0,29''$.

V roce 1965 byl získán další uzávěr trojúhelníka Veliš - Sadská - Vysoká - 2,21. Střední chyba azimutu dosáhla pak hodnoty $m_A = \pm 0,41''$.

Vnější přesnost Laplaceových azimutů můžeme určit několika způsoby :

a/ Střední chybu Laplaceova azimutu můžeme stanovit z diferencí mezi Laplaceovým azimutem a protiazimutem. Uvážíme-li Laplaceovu rovnici, meridiánovou konvergenci, popřípadě korekci z tížnicové odchylky při terestrickém zacílení a korekci z výšky cíle, můžeme porovnat Laplaceův azimut a protiazimut. Ze získaných

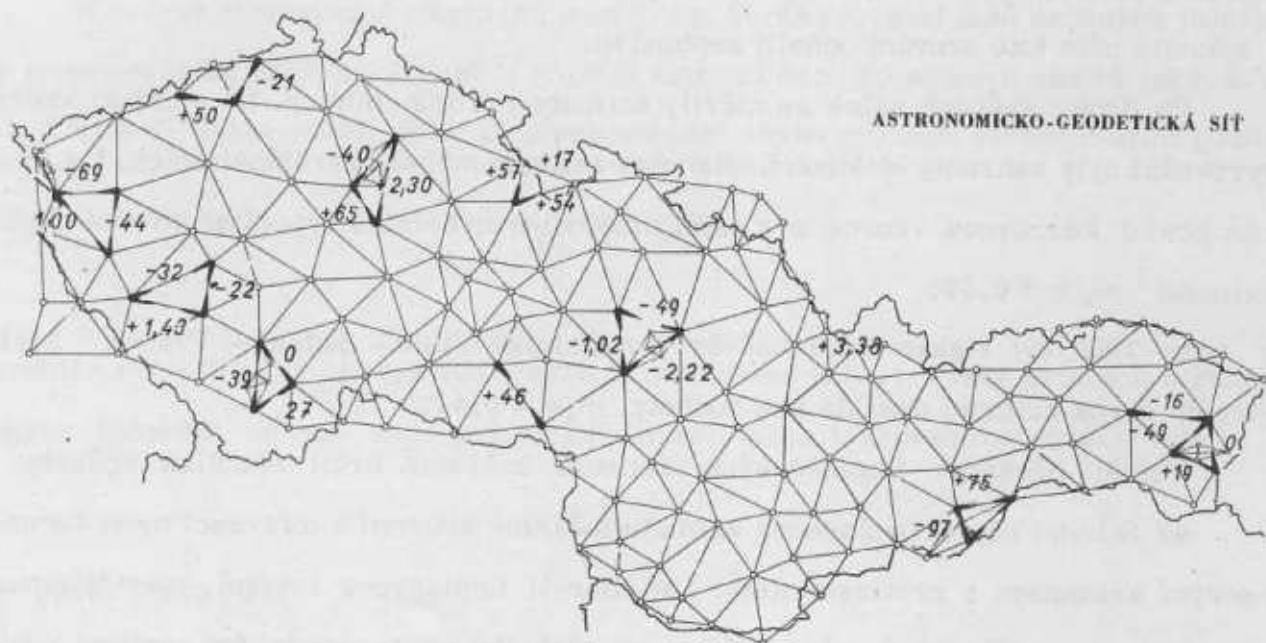


Obr. 3

diferencí d můžeme určit střední chybu Laplaceova azimutu

$$m_{\alpha} = \pm \sqrt{\frac{[dd]}{2n}} \quad (5)$$

Ing. Šurán [19] zkoumal 32 dvojic azimutů a protiazimutů /obr. 4/ a získal střední rozdíl $\Delta = 1,00''/0,996\%$.



Obr. 4

Střední chyba Laplaceova azimutu dosáhne hodnoty $m_\alpha = \pm 0,71''$. Pro srovnání uvedeme výsledky, které zjistili v NDR [18]. Ze 17 dvojic získali střední chybu Laplaceova azimutu $m_\alpha = \pm 1,02''$.

Místo přímo měřeného azimutu a protiazimutu můžeme také použít azimutů měřených na okolních bodech. Pomocí mezilehlých úhlů můžeme vypočítat azimuty α_i převedené z okolních Laplaceových bodů P_k .

$$\alpha_i = \alpha_k + [\beta] + [\gamma] \pm n \cdot 180^\circ \quad (6)$$

kde $[\beta]$ - mezilehlé úhly mezi body P_i, P_k získané ze samostatného vyrovnání sítě, $[\gamma]$ - představuje součet příslušných rozdílů protiazimutů mezilehlých stran. K vzájemnému přepočtu azimutů a protiazimutů můžeme použít známého vztahu

$$\operatorname{tg}(A_1 - A_2) = \operatorname{tg}(\lambda_1 - \lambda_2) \sin \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \quad (7)$$

Tento výpočet lze u délek trigonometrických stran naší sítě /do 50 km/ zjednodušit :

$$A_1 = A_2 \pm 180^\circ + \Delta \lambda \sin \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \quad .$$

Chyba způsobená zanedbáním členů druhého a vyšších řádů je pro tyto účely zanedbatelná /je menší než $0,1''$ /. Převádíme-li azimut přes několik vrcholů, projevuje se případná chyba v zeměpisné délce pouze u prvního a koncového bodu, neboť chyby délek mezilehlých bodů se vyloučí /při výpočtu na mezilehlých bodech se chyby uplatní s opačnými znaménky/. Chyby astronomických azimutů, popřípadě měřených úhlů, se uplatní plnou hodnotou, zatímco chyby v zeměpisné délce se uplatní v našich zeměpisných šířkách přibližně $3/4$ své hodnoty. Vliv chyby v zeměpisné šířce je zanedbatelný /při $s = 50$ km, $m_\varphi = \pm 1''$ je chyba $< 0,03\%$. Za předpokladu náhodného charakteru tížnicových odchylek můžeme ve srovnání se střední chybou úhlů a azimutů zanedbat také opravy z vlivu tížnicové odchylky při zacílení na terestrický směr / $u = 10''$, $z = 89^\circ 30'$ je oprava směru $0,08\%$.

Tento způsob kontroly můžeme pokládat za ostré kritérium vnější přesnosti Laplaceových azimutů. Jestliže známe střední chybu astronomických zeměpisných délek /popřípadě střední chybu úhlového měření/, můžeme vypočítat vnější přesnost astronomických azimutů podle rovnice (4), jejíž pravou stranu musíme ještě rozšířit o střední chybu měřených úhlů m_ω .

Tohoto způsobu určení střední chyby Laplaceova azimutu použil ing. Šuráň [19]. Autor považoval všechny měřené veličiny za rovnocenné. Při výpočtu zavedl váhy. Srovnávaný azimut obdržel váhu $p = 4$. Váhu přeneseného azimutu počítal podle $p = \frac{4}{k}$, kde k je počet veličin vstupujících do výpočtu /kupř. protiazimut měl váhu 1,3, azimut sousedního směru $p = 2$, azimut sousedního bodu $p = 1$ atd./. Střední chyba azimutu dosáhla hodnoty $\pm 0,50''$. K rozboru použil 61 azimutů měřených na 52 bodech. Domníváme se, že tato chyba je částečně zkreslena tím, že autor považoval všechny zúčastněné veličiny /azimut, vodorovné úhly a zeměpisné délky/ za stejně přesné. Zavedením vah podle počtu měřených veličin podle našeho názoru neúměrně zvýhodnil přímo měřené azimuty.

Střední chybu měřeného azimutu můžeme také získat z vyrovnání trojúhelníku sítě za předpokladu, že byly v trojúhelníku zaměřeny kromě vodorovných úhlů a azimutů všech stran také zeměpisné délky /6 vodorovných úhlů, 6 azimutů, 3 zeměpisné délky/. Při vyrovnání musíme použít pochopitelně váhy. Nejčastěji se volí váhy nepřímo úměrné čtverci střední chyby $p = \frac{1}{m^2}$. Z vyrovnání můžeme vypočítat střední chyby měřených veličin, které se zúčastnily vyrovnání $m_i = m_0 \sqrt{\frac{1}{p_i}}$ /. Takto vypočítané střední chyby jsou závislé na odhadu středních chyb vyrovnaných prvků, takže výsledky mají omezenou platnost. Jestliže je rozdílný poměr mezi vnitřní a vnější přesností u měřených veličin, jsou zkresleny také střední chyby získané z vyrovnání.

Odhad vnější přesnosti astronomických azimutů lze uskutečnit porovnáním gravimetrických tížnicových odchylek a astronomických tížnicových odchylek. Z Laplaceovy rovnice můžeme napsat vztah $(\alpha - A) = (\lambda - L) \sin B$. (8)
Zároveň však také platí, že složka tížnicové odchylky v I. vertikálu je rovna $\eta_a = (\lambda - L) \cos B$. Z těchto dvou rovnic můžeme napsat vztah

$$\eta_a = (\alpha - A) \cotg B \quad (9)$$

platící pro určení astronomicko-geodetické tížnicové odchylky v I. vertikálu. Z gravimetrických měření můžeme určit složky tížnicové odchylky ξ_{gr} , η_{gr} . Gravimetrické tížnicové odchylky musíme interpolovat. Takto vyinterpolované tížnicové odchylky musíme převést do systému astronomicko-geodetických tížnicových odchylek. Tento převod můžeme uskutečnit za předpokladu, že alespoň na třech bodech jsou známy tížnicové odchylky $(\xi, \eta)_a$ a $(\xi, \eta)_{gr}$. Z rozdílů $\Delta \xi = \xi_a - \xi_{gr}$

$\Delta\eta = \eta_a - \eta_{gr}$ můžeme vypočítat hodnoty koeficientů $x_{\xi}, y_{\xi}, z_{\xi}, x_{\eta}, y_{\eta}, z_{\eta}$. S těmito koeficienty převedeme vyinterpolované složky gravimetrické tížnicové odchylky do systému astronomicko-geodetických odchylek.

$$\begin{aligned}\xi_{int} &= \xi_{gr} + x_{\xi}(\varphi - \varphi_0) + y_{\xi}(\lambda - \lambda_0) + z_{\xi} \\ \eta_{int} &= \eta_{gr} + x_{\eta}(\varphi - \varphi_0) + y_{\eta}(\lambda - \lambda_0) + z_{\eta}\end{aligned}\quad (10)$$

kde (φ_0, λ_0) jsou souřadnice bodu v dané interpolační oblasti,

(φ, λ) souřadnice bodu uvnitř oblasti, jehož interpolované hodnoty určujeme.

Takto vyinterpolovanou složku tížnicové odchylky η_{int} můžeme porovnat se složkou astronomicko-geodetické tížnicové odchylky. Z rozdílů $v_{\Delta\eta} = \eta_a - \eta_{int}$ můžeme vypočítat střední chybu rozdílu $m_{\Delta\eta} = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-3}}$.

V této střední chybě je zahrnuta chyba z určení η složky astronomické tížnicové odchylky m_{η_a} a chyba z určení této složky gravimetrické tížnicové odchylky $m_{\eta_{gr}}$. Chybu ve složce astronomické tížnicové odchylky v I. vertikálu můžeme určit z

$$m_{\eta_a} = \pm \sqrt{m_{\Delta\eta}^2 - m_{\eta_{gr}}^2} \quad (11)$$

Současně však platí vztah pro určení chyby v rozdílu astronomického a Laplaceova azimutu

$$m(\alpha - A) = m_{\eta_a} \operatorname{tg} \varphi \quad (12)$$

Střední chyba rozdílu astronomického a Laplaceova azimutu se skládá ze střední chyby ve směru a střední chyby měřeného astronomického azimutu. Střední chybu ve směru známe z tvarového vyrovnání, takže můžeme vypočítat střední chybu astronomického azimutu

$$m_A = \pm \sqrt{m^2(\alpha - A) - m_{\omega}^2} \quad (13)$$

Určením rozdílů gravimetrických a astronomických tížnicových odchylek se na našem území podrobně zabývá ing. Burša, CSc, [6]. Tíhové údaje měly hustotu jednoho tíhového bodu na 5 km. Na bodech, kde byly určovány rozdíly astronomicko-geodetických a gravimetrických tížnicových odchylek, se uskutečnilo gravimetrické zhuštění podle instrukce pro tíhová měření v obvodech Laplaceových bodů pro astronomicko-gravimetrickou nivelaci [17]. Ing. Burša si zvolil 29 interpolačních oblas-

tí. Použité tíhové informace zabírají plochu asi 300 000 km². Netotožnost geodetického referenčního elipsoidu a hladinového gravimetrického elipsoidu byla určována vyrovnáním za předpokladu lineární závislosti. Pokud byl k dispozici větší počet astronomických bodů, využívalo se i kvadratické závislosti.

Zmíníme se ještě o jedné metodě určení střední chyby Laplaceova azimutu. Jestliže je k dispozici volně vyrovnaná síť, můžeme střední chybu Laplaceova azimutu získat tak, že ztotožníme volně vyrovnanou síť s naměřenými Laplaceovými azimuty. Síť pootočíme tak, aby $[vv] = \text{minimu}$. Symbolem v označujeme v tomto případě zbytkové rozdíly mezi geodetickými azimuty vyrovnané sítě a Laplaceovými azimuty po splnění podmínky $[v] = 0$. Střední chybu Laplaceova azimutu získáme ze vztahu $m_{\alpha} = \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}$. V této chybě je obsažena chyba měřeného úhlu a chyba v zeměpisné délce. Chyba astronomického azimutu je rovna

$$m_A = \pm \sqrt{m_{\alpha}^2 - m_{\lambda}^2 \sin^2 \varphi - m_{\omega}^2} \quad (14)$$

Chybu měřeného úhlu získáme opět z tvarového vyrovnání sítě.

Výsledky zatím nejsou k dispozici. Rozsáhlé výpočetní práce jsme naprogramovali s pplk. ing. Pavlicou, CSc. pro počítač Minsk 22. V současné době se dokončuje odladění programů a jsou vyděrovány všechny vstupní údaje.

Rozbory budou rozděleny do čtyř skupin. Nejdříve budou porovnány s geodetickými azimuty Laplaceovy azimuty se staršími zeměpisnými délkami /období 1929-38/, pak azimuty, při jejichž výpočtu byly použity délky zaměřené v letech 1942-1956. Třetí skupina bude zahrnovat Laplaceovy azimuty, k jejichž výpočtu byly použity zeměpisné délky zaměřené oboustranným způsobem /od r. 1960/. Do poslední skupiny budou zahrnuty všechny azimuty zaměřené v naší astronomicko-geodetické síti.

Jestliže byly astronomické azimuty měřeny více přístroji a máme podezření, že dosažené výsledky jsou zatíženy přístrojovými chybami, můžeme azimuty zkoumat ve skupinách podle použitých přístrojů. V jednotlivých skupinách se vytvoří skupinové průměry \bar{o} a jednotlivé opravy se vypočítají z $v' = o - \bar{o}$. Jestliže jsou ve výsledcích systematické přístrojové chyby, pak střední chyba Laplaceova azimutu $m_{\alpha} = \pm \sqrt{\frac{[vv']}{n-u}}$ již není zatížena touto systematickou přístrojovou chybou /symbol u je počet použitých přístrojů/. Rozdíl $m_{\alpha}^2 - m_{\alpha}'^2$ charakterizuje systematickou přístrojovou chybu.

5. Přesnost zeměpisných délek

Až doposud jsme předpokládali, že známe střední chybu v zeměpisné délce. Stručně se zmíníme o možnostech určení vnější přesnosti zeměpisné délky. Jak je zřejmé z katalogu astronomických bodů, je dosahovaná vnitřní přesnost délkových měření poměrně značná. Měřítkem kvality určení zeměpisných délek je však vnější přesnost.

Střední chybu v určení zeměpisné délky můžeme určit z nezávislých měření na jednom bodě. Z diferencí d mezi dvojicí měření můžeme vypočítat střední chybu podle $m_\lambda = \pm \sqrt{\frac{[dd]}{2n}}$, kde n je počet stanic. V síti je však malý počet bodů, na kterých je nezávisle určena zeměpisná délka.

Střední chybu v určení zeměpisné délky můžeme také určit pomocí rozdílů mezi složkami tížnicové odchylky v I. vertikálu získaných z astronomických a gravimetrických měření. Podle (10a) můžeme vypočítat střední chybu rozdílu. Jak jsme si již uvedli, je v této chybě zahrnuta chyba z astronomické a gravimetrické tížnicové odchylky. Z této chyby můžeme vypočítat chybu v astronomické složce tížnicové odchylky v I. vertikálu z rovnice (11) a chybu v zeměpisné délce podle

$$m_\lambda = \pm \frac{m_{\eta a}}{\cos \varphi} \quad (15)$$

Pochopitelně také tento odhad střední chyby může být zkreslen, jestliže neznáme s dostatečnou přesností hodnoty střední chyby v gravimetrické složce tížnicové odchylky $m_{\eta gr}$.

Z diferencí mezi Laplaceovými azimuty a protiazimuty můžeme stanovit střední chybu Laplaceova azimutu (5). Jak jsme si již uvedli, skládá se tato chyba ze střední chyby měřených azimutů m_A a z vlivu střední chyby zeměpisné délky $m_\lambda \sin B$. Za předpokladu, že známe střední chybu astronomického azimutu, můžeme odhadnout střední chybu zeměpisné délky.

Na základě dosud uskutečněných neúplných rozborů se domníváme, že střední chyba astronomického azimutu dosahuje přibližně stejné hodnoty jako střední chyba úhlového měření získaná z tvarového vyrovnání sítě $/\pm 0,4'' - \pm 0,5''/$. Potvrzují to některé závěry z dílčích rozborů: střední chyba azimutu z uzávěrů trojúhelníků $/\pm 0,41''/$, střední chyba azimutu odvozená z porovnání úhlů určených z triangulace a úhlů odvozených z měřených azimutů $/\pm 0,43''/$. V literatuře [19] jsou porovnávány

astronomické azimuty měřené v různých letech různými přístroji. Z rozdílů mezi přístroji, opravených o systematické přístrojové rozdíly byla vypočtena střední chyba azimutu $m_A = \pm 0,40''$.

Použijeme-li jako odhad střední chyby v určení astronomického azimutu hodnotu $m_A = \pm 0,40''$ a střední chybu Laplaceova azimutu $m_\alpha = \pm 0,71''$ /získanou z diferencí mezi Laplaceovým azimutem a protiazimutem/ pak pro $\varphi = 49^\circ 30'$ dostaneme střední chybu v zeměpisné délce $m_\lambda = \pm 0,76''$ /pro $m_A = \pm 0,50''$ vyjde $m_\lambda = \pm 0,66''$ /, což je hodnota poměrně vysoká. Astronomické délky se obecně považují za přesnější.

6. Závěr

Zmínili jsme se o několika způsobech, jak lze určit střední chyby v určení azimutu a zeměpisné délky. Znalost těchto chyb vystupuje do popředí zvláště v poslední době, kdy se vážně uvažuje o tom, že není možné při vyrovnání využívat Laplaceovy azimuty jako hodnoty nezátížené chybami. Vystupuje otázka, jaké váhy Laplaceových azimutů použijeme při vyrovnání. Většinou se používají váhy $p = \frac{\text{konst.}}{m_\alpha^2}$. Konstanta musí být pochopitelně stejná pro všechny měřené prvky v síti. Pro určení střední chyby Laplaceova azimutu použijeme střední chyby měřených veličin podle rovnice (4). V případě přenosu Laplaceových azimutů rozšíří se pravá strana rovnice o výraz m_ω^2 .

Střední chyba Laplaceova azimutu je ovlivněna chybou v určení astronomického azimutu a v určení zeměpisné délky. Přesto, že dosahovaná vnitřní přesnost zeměpisných délek je poměrně vysoká, což ukazuje, že vlastnímu měření byla věnována velká péče, domníváme se, že vnější přesnost je podstatně nižší. Jde hlavně o jednostranně měřené zeměpisné délky do roku 1960. Při přenosu azimutů se většinou považovaly všechny zúčastněné veličiny, tj. astronomické azimuty, vodorovné úhly a zeměpisné délky, co do přesnosti za rovnocenné. Případná větší chyba v určení zeměpisné délky se přenesla podle vztahu (4) na Laplaceův azimut. Nižší vnější přesnost délkových měření způsobují hlavně osobně přístrojové chyby /na každém bodě jiný přístroj, pozorovatel, jiná epocha měření/. Zeměpisné délky jednostranně měřené cirkumzenitálem před r. 1933 jsou plně zatíženy osobně přístrojovou chybou, jejíž hodnotu můžeme odhadnout na základě pozdějších měření. Chyba dosahovala velikosti $0,3^s$.

Od roku 1960 se měří zeměpisné délky dvojstranně, tj. s navazovacím měřením na začátku a na konci sezóny na Geodetické observatoři Pecný. Měření se zúčastňují výhradně dva pozorovatelé. Teprve výsledky dvoustranného měření zeměpisné délky mohou být svou vnější přesností ve shodě s vnitřní přesností určení zeměpisné délky.

Vnější přesnost Laplaceových azimutů můžeme při jednostranně měřených zeměpisných délkách očekávat v rozsahu $\pm 0,8'' - \pm 1,00''$.

Na závěr lze konstatovat : Dřívější hodnocení zeměpisných délek se opírala o jejich vnitřní přesnost a Laplaceovy azimuty byly považovány za podstatně spolehlivější, než ve skutečnosti jsou. Chyby některých Laplaceových azimutů se potom projeví při vyrovnání. Lze se domnívat, že tyto chyby jsou většinou způsobeny chybami v jednostranně měřených zeměpisných délkách.

LITERATURA

- [1] Apparent Places of Fundamental Stars
- [2] Astronomické, triangulační a základnové údaje. Ústřední správa geodézie a kartografie Praha 1955
- [3] Boss : General Catalogue of 33 342 Stars for the Epoch 1950, Washington 1937
- [4] Boss: Preliminary General Catalogue of 6108 Stars for the Epoch 1900, Washington 1910
- [5] Bulletin Horaire de Bureau International de l'Heure Série J Paříž
- [6] Burša : Přesnost rozdílů astronomicko-geodetických a gravimetrických tížnicových odchylek na území ČSSR. Výzkumná zpráva VÚGTK č. 386/70
- [7] Cimbálník : Zhodnocení čsl. státní trigonometrické sítě I. řádu. Výzkumná zpráva VÚGTK č. 106/61
- [8] Cimbálník : Výzkum zpřesnění čsl. státní trigonometrické sítě I. řádu. Výzkumná zpráva VÚGTK č. 165/65
- [9] Dritter Fundamentalkatalog des Berliner astronomischen Jahrbuchs

- [10] Heure définitive et coordonnées du pôle à 0ⁿ TU Bureau International de l'Heure, Circulaire D, Paříž
- [11] Kulikov : Izmenjajemost širot i dolgot Moskva 1962
- [12] Lukeš : Převod na hvězdný katalog FK 3, Geodetický a kartografický sborník, SNTL 1955
- [13] Melchior : Latitude variation, Progr. in Phys. and Chem. of the Earth Vol. 2, 1957
- [14] Nowacki: Vergleich des FK 3 mit Fundamentalkatalogen von A. Auwers, L. Boss und W. S. Eichelberger für 1925, Astronomische Nachrichten Band 255, 1935, Nr. 6113-14
- [15] Péchy : K přesnosti určování Laplaceových azimutů, Diplomní práce ČVUT Praha 1970
- [16] Siegl : Kritische Betrachtung zur Orientierung von geodätischen Hauptnetzen, günstigste Verteilung der Laplaceschen Punkte, Deutsche geodätische Kommission, Reihe C, Nr. 12, München 1956
- [17] Směrnice pro tíhová měření v obvodech Laplaceových bodů, Interní směrnice VÚGTK Praha
- [18] Steinich : Zur äusseren Genauigkeit astronomischer Beobachtungen für geodätische Netze. Arbeiten aus dem geodätischen und kartografischen Dienst, Leipzig 1965, Band 5
- [19] Šuráň : Zhodnocení přesnosti astronomických azimutů, zeměpisných délek a šířek v čsl. astronomicko-geodetické síti, Karteografický ústav /nepublikovaná/
- [20] Verhandlungen der Balt. Geod. Komm. 1924 Helsinki 1925
- [21] Verhandlungen der Balt. Geod. Komm. 1932 Helsinki 1932

Došlo dne 10. 12. 1970

Transformace tížnicových odchylek a výšek geoidu z elipsoidu Hayfordova na elipsoid Krasovského

Úvod

Při řešení řady soudobých úloh vyšší geodézie je třeba znát hodnoty tížnicových odchylek /např. pro převod astronomických azimutů na azimuty geodetické, měřených úhlů na elipsoid, převod astronomických souřadnic na přibližné souřadnice geodetické apod./ a převýšení geoidu vzhledem k referenčnímu elipsoidu /např. redukce základen a elektronicky měřených dlouhých vzdáleností na elipsoid/.

Mapy geoidu a hodnoty tížnicových odchylek jsou vždy vztaženy k určitému geodetickému systému. Jsou-li na uvažovaném území k dispozici hodnoty tížnicových odchylek a převýšení geoidu v jednom geodetickém systému, lze je transformovat do jiného systému, známe-li vztah mezi oběma systémy. Transformační postup má být přiměřený množství a přesnosti podkladů, velikosti území a předpokládanému použití výsledků transformace.

V dalším popíšeme jeden z možných postupů transformace tížnicových odchylek a výšek geoidu, vyjádřených vzhledem k evropskému geodetickému systému /EUR 50/ na elipsoidu Hayfordově do souřadnicového systému 1942 /S-1942/.

1. Podklady pro transformaci tížnicových odchylek

Při zpracování úlohy se vycházelo z publikací, obsahujících definované soubory hodnot tížnicových odchylek :

- "Beiträge zur Lotabweichungsausgleichung und Geoidbestimmung" /Allgemeine Betrachtungen und Durchführung in Bereich des Zentraleuropäischen Netzes/, II. díl, Bamberg 1949,

kde jsou shrnuty výsledné hodnoty Wolfova tzv. německého vyrovnání střeoevropské sítě /ZEN/ a připojena přehledná mapka střeoevropského geoidu vzhledem k Hayfordovu elipsoidu. Základním bodem je Potsdam, Helmerts-Turm se složkami tíž-

nicových odchylek :

$$\xi_0 = + 3,36''$$

$$\eta_0 = + 1,78''$$

V tomto seznamu je uvedeno celkem 209 bodů s vyrovnanými hodnotami tížnicových odchylek /na tisícinu vteřiny/, z nichž 38 je na území ČSSR;

- "Liste des stations de déviation de la verticale rattachées au Réseau Européen" v pořadí již třetí seznam vydaný Mezinárodní geodetickou asociací /sekce V-geoid, studijní skupina č. 14/ v roce 1967 - tzv. Bomfordův katalog tížnicových odchylek.

Původní seznam /I. vydání/ obsahující především soubor velkého počtu tížnicových odchylek z evropského území, byl rozšířen o údaje podél 30° východní délky v Africe a na Středním východě. Hodnoty jsou však uvedeny zaokrouhleně na celé vteřiny a souřadnice tížnicových odchylek na minuty.

Definice tohoto systému relativních tížnicových odchylek je obdobná jako u ZEN, liší se pouze ve způsobu použitého vyrovnání. Je označen jako Evropský systém 1950 /EUR 50 nebo ED 50/. Na čs. území je 67 bodů /viz přehlednou mapku na obr. 2/.

Identické body z těchto podkladů a body v S-1942 sloužily jako výchozí pro určení hledaného vztahu mezi EUR 50 a S-1942.

2. Použitý způsob transformace

Pro dvě pole tížnicových odchylek s identickými body v různých systémech platí pro vzájemný převod po normále k původnímu referenčnímu elipsoidu vztahy :

$$\begin{aligned} \Delta \xi'' = \frac{Q''}{M} \left[\Delta x_0 \sin B \cos L + \Delta y_0 \sin B \sin L - \Delta z_0 \cos B + \right. \\ \left. + M \left(\frac{\Delta e^2}{2} + \frac{\Delta a}{2a} e^2 \right) \sin 2B \right] \end{aligned} \quad (1)$$

$$\Delta \eta'' = \frac{Q''}{N} (\Delta x_0 \sin L - \Delta y_0 \cos L) \quad (2)$$

s přesností na $\pm 0,01''$, kde

$\Delta \xi''$, $\Delta \eta''$ - jsou rozdíly hodnot složek tížnicových odchylek v obou systémech

M , N - poloměry křivosti původního elipsoidu

Δe^2 - rozdíl druhých excentricit obou elipsoidů

Δa - rozdíl velkých poloos

B, L - geodetické souřadnice bodů, na nichž známe tížnicové odchylky
 $\Delta x_0, \Delta y_0, \Delta z_0$ - rozdíly souřadnic středů obou elipsoidů, je-li počátek souřadnic ve středu původního elipsoidu, osa x v základním poledníku a osa z v ose rotace tohoto elipsoidu /viz obr. 1/.

Rovnice byly odvozeny Vening-Meineszem a Krasovským za předpokladu, že rotační osy obou elipsoidů jsou rovnoběžné. Pro případ obecné polohy obou elipsoidů odvodil rovnice M. Pick. Bližší lze nalézt v [2], [3], [6] nebo [7].

Při převodu veličin z jednoho elipsoidu na druhý je třeba brát v úvahu

- změnu velikosti a tvaru referenční plochy;
- změnu polohy nové referenční plochy vůči původnímu referenčnímu elipsoidu.

První změnu lze přesně postihnout, protože parametry elipsoidu Hayfordova a Krasovského jsou známé. Druhou, tj. hodnoty $\Delta x_0, \Delta y_0, \Delta z_0$ jako složky posunu středu nového elipsoidu vůči původnímu zjistíme buď vyrovnáním, přímým výpočtem z explicitních rovnic nebo z analýzy drah umělých družic Země.

V této práci je sledován cíl zachovat stávající S-1942, representovaný současnými podklady pro zahraniční území, taktéž pro systém tížnicových odchylek. Nebyla proto hledána eventuální správnější orientace na elipsoidu Krasovského. K tomu bude vhodné přistoupit až při pracích, směřujících k ověření celého stávajícího souboru souřadnic na zahraničním území. Z tohoto důvodu nevyhovují pro naši práci např. údaje v [9] na str. 226. Určíme tedy neznámé hodnoty složek posunů středů elipsoidů $\Delta x_0, \Delta y_0, \Delta z_0$ vyrovnáním, vycházejíce z vlastních v současné době platných hodnot a hodnot uvedených v bodě 1 a zároveň pro kontrolu výpočtu tížnicovou odchylku v základním bodě.

a/ Tížnicová odchylka v S-1942 pro bod Postupim, Helmertova věž

Podle [10] platí pro přechod z EUR 50 do S-1942 rovnice odvozené prof. V. J. Christovem /Zeitschrift für Vermessungswesen 1942, sešit 5/ s koeficienty a_i, b_i určenými v CNHGAiKu /zkráceně/ :

$$\Delta B = -1,13'' + a_1 \Delta B - a_2 \Delta L + a_3 \Delta B^2 - a_4 \Delta L^2 \quad (3)$$

$$\Delta L = +2,85'' + b_1 \Delta L + b_2 \Delta B + b_3 \Delta B^2 + b_4 \Delta B \Delta L + b_5 \Delta L^2 \quad (4)$$

kde $\Delta B = B - B_0$; $\Delta L = L - L_0$

přičemž B, L jsou souřadnice určovaného bodu a B_0, L_0 souřadnice základního bodu /Postupim/;

a_i, b_i jsou číselné koeficienty Christovova vzorce /viz [6]/.

V případě, že $\Delta B = 0$ a $\Delta L = 0$, dostaneme posun mezi oběma systémy v Postupimi :

$$dB_0 = B_{0H} - B_{0K} = + 1,13''$$

$$dL_0 = L_{0H} - L_{0K} = - 2,85''$$

Souřadnice B_{0H}, L_{0H} bodu Postupim v evropském systému /Whittenovo, americké vyrovnání/ jsou

$$B_{0H} = 52^\circ 22' 51,4456''$$

$$L_{0H} = 13^\circ 03' 58,9283''$$

Souřadnice B_{0K}, L_{0K} bodu Postupim v S-1942 jsou potom

$$B_{0K} = 52^\circ 22' 50,3156''$$

$$L_{0K} = 13^\circ 04' 01,7783''$$

Astronomické souřadnice bodu Postupim podle [11] jsou

$$\varphi_0 = 52^\circ 22' 54,81''$$

$$\lambda_0 = 13^\circ 04' 01,72''$$

Rozdíl mezi vyrovnanými souřadnicemi bodu Postupim z Wolfova /německého/ a Whittenova /amerického/ vyrovnání je pak :

$$\delta B_0 = + 0,0013''$$

$$\delta L_0 = - 0,1877''$$

Hodnoty složek tížnicových odchylek jsou použity stejné v obou vyrovnáních :

$$\xi_{0H} = + 3,36''$$

$$\eta_{0H} = + 1,78''$$

S určitým zjednodušením je vztah mezi geodetickými a astronomickými souřadnicemi na základním bodě Postupim pro S-1942 podle současného stavu :

$$\xi_{0K}'' = \varphi_0 - B_{0K} = 52^\circ 22' 54,81'' - 52^\circ 22' 50,32'' = + 4,49'' \quad (5)$$

$$\eta_{0K}'' = (\lambda - L_{0K}) \cos \varphi_0 = (13^\circ 04' 01,72'' - 13^\circ 04' 01,78'') \cos \varphi_0 = -0,04''$$

b/ Úprava rovnic (1), (2) pro určení neznámých $\Delta x_0, \Delta y_0, \Delta z_0$ vyrovnáním
Rovnice (1), (2) byly upraveny na tvar

$$\frac{Q''}{M_i} \left[\Delta x_0 \sin B_i \cos L_i + \Delta y_0 \sin B_i \sin L_i - \Delta z_0 \cos B_i + \right. \\ \left. + M_i \left(\frac{\Delta e^2}{2} + \frac{\Delta a}{2a} e^2 \right) \sin 2B_i - \Delta \xi_i \right] = 0 ; \quad (6)$$

$$\frac{Q''}{N_i} (\Delta x_0 \sin L_i - \Delta y_0 \cos L_i) - \Delta \eta_i = 0$$

kde

$$\Delta \xi_i = \xi_{K_i} - \xi_{H_i} = -(B_{K_i} - B_{H_i}) = -dB_i$$

$$\Delta \eta_i = (\lambda_i - L_{K_i}) \cos \varphi_i - (\lambda_i - L_{H_i}) \cos \varphi_i = \\ = -(L_{K_i} - L_{H_i}) \cos \varphi_i = -dL_i \cos \varphi_i$$

Hodnoty $\Delta \xi_i$, $\Delta \eta_i$ byly nejprve vypočteny z (3) a (4) pro geografickou síť pokrývající dané území a po jejich dosazení do (6) byly vyrovnáním určeny posuny středů obou elipsoidů. Posuny Δx_0 , Δy_0 , Δz_0 lze vypočítat také přímo z daných hodnot ΔB , ΔL , ΔH /rozdíl elipsoidických výšek/ identických bodů, viz např. [16].

Hodnoty $\Delta \xi$, $\Delta \eta$ byly kontrolně určovány také tak, že na bodech o známých astronomických souřadnicích φ , λ a geodetických souřadnicích B , L /určeny z katalogových hodnot rovinných souřadnic S-1942/ byly vypočteny hodnoty složek ξ_K , η_K . Z katalogů tížnicových odchylek systému EUR 50 byly vzaty hodnoty ξ_H , η_H identických bodů a spočteny rozdíly $\Delta \xi$, $\Delta \eta$. Nakonec byly na průsvitce zkonstruovány isočáry stejných hodnot $\Delta \xi_i = \text{const.}$, $\Delta \eta_i = \text{const.}$ Tento způsob se ovšem osvědčil převážně jen na čs. území, kdy byly použity hodnoty tížnicových odchylek z Wolfova vyrovnání a vlastní, homogenní seznamy tížnicových odchylek v S-1942. V ostatním zpracovaném území již byla interpolace méně přesná /s přesností na 0,5"- 1,0", především vlivem použitého souřadnicového podkladu a taktéž zaokrouhlením hodnot tížnicových odchylek v Bomfordově katalogu.

Vyrovnáním ze 157 přetvořených rovnic [1], [2] byly posléze určeny hodnoty

posunů Δx_0 , Δy_0 , Δz_0 středů elipsoidu Krasovského a Hayfordova, odpovídající současnému stavu v katalogích.

3. Výsledek transformace

Pomocí určených posunů Δx_0 , Δy_0 , Δz_0 byla na počítači uskutečněna transformace podle vzorců (1), (2) údajů Bomfordova katalogu /evropská část/ a Wolfova seznamu /ZEN/ do S-1942. Pro další kontrolu výsledků byly použity rovnice podle [7]

$$\begin{aligned} \xi_{ki} = & \xi_{hi} + A_1 (\xi_{ok} - \xi_{oh}) + A_2 (\eta_{ok} - \eta_{oh}) + A_3 (a_k - a_h) + \\ & + A_4 (\alpha_k - \alpha_h) ; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \eta_{ki} = & \eta_{hi} + B_1 (\xi_{ok} - \xi_{oh}) + B_2 (\eta_{ok} - \eta_{oh}) + B_3 (a_k - a_h) + \\ & + B_4 (\alpha_k - \alpha_h) \end{aligned}$$

kde A_1, A_2, A_3, A_4 a B_1, B_2, B_3, B_4 jsou koeficienty určené vyrovnáním;

$\xi_{ki}, \eta_{ki}, \xi_{hi}, \eta_{hi}$ - složky tížnicových odchylek identických bodů;

$\xi_{ok}, \eta_{ok}, \xi_{oh}, \eta_{oh}$ - složky odchylek na hlavním bodě v Postupimi;

$(a_k - a_h)$ - rozdíl poloos elipsoidů;

$(\alpha_k - \alpha_h)$ - rozdíl zploštění.

Výsledky transformací podle rovnic (1) a (7) jsou vzájemně nejbližší v okolí hlavního bodu.

Tímto postupem bylo získáno celkem 2 233 hodnot tížnicových odchylek z evropského území, ve vlastním systému s přesností danou zaokrouhlením vstupních hodnot na jednu vteřinu a chybami vlastní transformace. Transformované hodnoty Wolfova seznamu /235 bodů/ a Bomfordova katalogu se liší vlivem rozdílu ze zaokrouhlení.

4. Spolehlivost transformace

Výsledek transformace byl ověřen několika způsoby :

a/ porovnáním transformovaných tížnicových odchylek s hodnotami udanými v čs. pramenech, tj. převážně na našem území. Byly vypočteny tyto střední rozdíly

transformovaných a daných hodnot :

$$m_{\xi} = \pm 0,44''$$

$$m_{\eta} = \pm 0,47''$$

b/ převedením transformovaných tížnicových odchylek na změny v souřadnicích $\Delta B, \Delta L$. Pro rozdíly tížnicových odchylek nebo geodetických souřadnic mezi dvěma systémy platí vztahy [16]

$$\Delta \xi'' = -\Delta B'' = \frac{Q''}{M} \left[\Delta x_0 \sin B \cos L + \Delta y_0 \sin B \sin L - \Delta z_0 \cos B + \left(\frac{\Delta e^2}{2} + \frac{\Delta a}{2a} e^2 \right) M \sin 2B \right]; \quad (8)$$

$$\Delta \eta'' = -\Delta L \cos \varphi = \frac{Q''}{N} (\Delta x_0 \sin L - \Delta y_0 \cos L)$$

Rovnice (8) jsou zjednodušeny vzhledem k předpokladu, že přesnost výsledku nebude přesahovat $0,01''$ - viz [6]. Příklad použití rovnic typu (8) je ve [12], kde jsou připojeny tabulky pro usnadnění ručního výpočtu.

U VTOPÚ byl sestaven výpočetní program transformace geodetických souřadnic podle (8). Na 67 bodech, převážně na vlastním území, byly porovnány transformované hodnoty s hodnotami danými a vypočítány střední rozdíly :

$$m_{\Delta B} = \pm 0,052'' \quad \text{tj. asi } \pm 1,56 \text{ m}$$

$$m_{\Delta L} = \pm 0,154'' \quad \text{tj. asi } \pm 3,08 \text{ m}$$

Použitý soubor archivních souřadnic v systému ZEN má přesnost 1 - 2 m. Současně je třeba vzít v úvahu rozdíl mezi americkým a německým vyrovnáním, hlavně v geodetické délce.

c/ na zahraničním území byly určeny z astronomických souřadnic a transformovaných tížnicových odchylek do S-1942 geodetické souřadnice B, L tří bodů podle vztahů

$$B = \varphi - \xi \quad ; \quad L = \lambda - \frac{\eta}{\cos \varphi}$$

Rozdíly δB a δL takto vypočtených souřadnic a souřadnic z katalogů jsou uvedeny v následující tabulce :

bod	δ_B	δ_L	území
Habay-la-Neuve	- 0,06" /asi 1,8 m/	+ 0,41" /asi 8,2 m/	Francie
Nottuln	+ 0,05" /asi 0,9 m/	- 0,08" /asi 1,6 m/	NSR
Ubagsberg	- 0,02" /asi 0,6 m/	- 0,83" /asi 16,6 m/	NSR

5. Použitelnost výsledků

Soubor transformovaných astronomicko-geodetických tížnicových odchylek je především vhodným podkladem pro zhuštění celého pole gravimetrickými metodami. V případě vhodné úpravy tíhových podkladů a použití technologie pro počítač lze považovat tuto cestu za efektivní. Na základě tohoto souboru je možno pro sledované území realizovat :

- konstrukci přibližných isočar $\xi_i = \text{const.}$, $\eta_i = \text{const.}$ $\eta_i \text{ tg } \varphi_i = \text{const.}$;
- sestrojení mapy geoidu astronomickou nebo astronomicko-gravimetrickou nivelací;
- určení přibližných geodetických souřadnic B, L astronomických bodů s přesností daného astronomického měření a přesností transformovaných tížnicových odchylek.

Jestliže je pole tížnicových odchylek zhuštěno vypočtenými gravimetrickými hodnotami ξ_{gr} , η_{gr} , lze uskutečnit jejich hromadnou transformaci do S-1942. Prostřednictvím dvojice hodnot ξ_{gr} , η_{gr} a ξ_{ag} , η_{ag} na identických bodech se vyrovnáním určí příslušné hodnoty Δx_0 , Δy_0 , Δz_0 elipsoidu Krasovského a fiktivního, jemuž vyhovuje systém vypočtených gravimetrických tížnicových odchylek. Pro převod těchto ξ_{gr} , η_{gr} do S-1942 lze aplikovat rovnice (1), (2).

Dále je třeba stanovit jako samostatný úkol upřesnění hodnot Δx_0 , Δy_0 , Δz_0 a to nejen prostředky klasické geodézie, ale hlavně družicové. Otázkou je taktéž vzájemná poloha rotačních os elipsoidů; v práci [4] je řešen případ jejich obecné polohy.

Jestliže budou získány upřesněné hodnoty Δx_0 , Δy_0 , Δz_0 pro elipsoidy Hayfordův a Krasovského a nezávisle ověřeny, můžeme nalézt vztah mezi systémy na elipsoidu Krasovského a např. Standardní Zemí /SE - Standard Earth, definována v [17]. Vztah mezi SE a systémem EUR 50 na Hayfordově elipsoidu je definován pomocí UZ - viz [17]. Další možnosti uvádějí ve svých pracích různí autoři např. v [13].

Pro praktické použití by znalost upřesněných hodnot Δx_0 , Δy_0 , Δz_0 měla význam při transformaci geodetických souřadnic B, L . Rovnice (8) by bylo možné rozšířit o další členy tak, aby přesnost výsledku byla alespoň na $\pm 0,001''$.

Pro transformace souřadnic B, L mezi S-1942 a jinými geodetickými systémy by bylo vhodné sestavit operativní katalog, jež by obsahoval určené posuny Δx_0 , Δy_0 , Δz_0 a dále pak vytvořit vhodné základní bodové pole pro další zhuštění.

6. Transformace výšek geoidu

Pro nejkratší vzdálenost ΔH dvou elipsoidických ploch, jejichž rotační osy jsou rovnoběžné, platí vztah [16]

$$\Delta H = \Delta x_0 \cos B \cos L + \Delta y_0 \cos B \sin L + \Delta z_0 \sin B - a \sin^2 B \Delta \alpha + \Delta a \quad (9)$$

Postup transformace :

a/ sestavení úplné mapy geoidu na základě transformovaného bodového pole :
V průsečících zeměpisné sítě se odsunou známé hodnoty ζ^I převýšení geoidu vzhledem k elipsoidu I a sestaví se do přehledného seznamu. Pro výšky geoidu ζ obecně platí.

$$\zeta = H_{el} - H_{niv} ;$$

pro rozdíl elipsoidických výšek ΔH /vzdálenost mezi elipsoidickými plochami/ pak

$$\Delta H = H_{el}^I - H_{el}^{II}$$

kde H_{niv} - nadmořská výška bodu určená nivelací

H_{el}^I, H_{el}^{II} - elipsoidické výšky bodu, vztažené ke dvěma různými elipsoidům s různou orientací.

Dosazením pro identický bod dostaneme :

$$\Delta H = (H_{el}^I - H_{niv}) - (H_{el}^{II} - H_{niv}) = \zeta^I - \zeta^{II} = H_{el}^I - H_{el}^{II} ;$$

$$\Delta H = \zeta^I - \zeta^{II},$$

potom

$$\zeta^{II} = \zeta^I - \Delta H.$$

Výsledný vzorec pro transformované hodnoty ζ^{II} vzhledem k elipsoidu II je po dosazení:

$$\zeta^{\text{II}} = \zeta^{\text{I}} - (\Delta x_0 \cos B \cos L + \Delta y_0 \cos B \sin L + \Delta z_0 \sin B - a \sin^2 B \Delta \alpha + \Delta a) \quad (10)$$

Na základě takto získaných hodnot ζ^{II} lze grafickou interpolací zhotovit mapu geoidu.

b/ sestrojení grafické pomůcky pro převod izolovaných výšek ζ^{I} na ζ^{II} . Jestliže jde o menší počet transformovaných výšek ζ^{I} , takže se nevyplatí konstruovat celou mapu geoidu, stačí vypočítat hodnoty odlehlosti ΔH elipsoidických ploch pro průsečíky zeměpisné sítě dané oblasti.

Spojením míst stejných hodnot ΔH např. na průsvitce lze pak snadno určit ζ^{II} podle vztahu

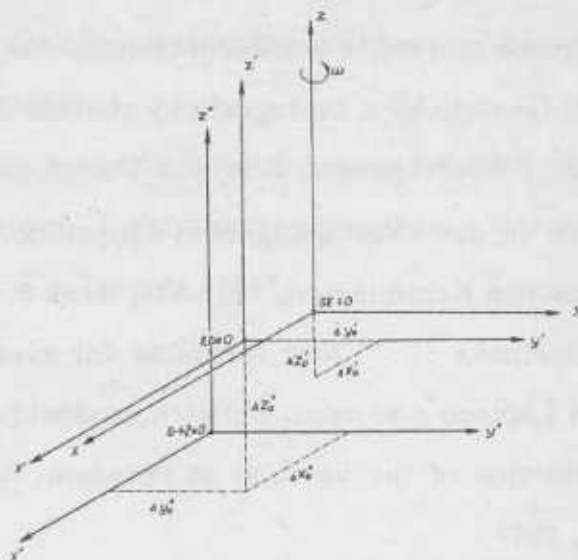
$$\zeta^{\text{II}} = \zeta^{\text{I}} - \Delta H,$$

kde ζ^{I} a ΔH odsuneme z popsaných podkladů.

7. Výsledky a další možnosti

Uvedený způsob transformace byl prakticky vyzkoušen pro bodové pole výšek ζ podél základny kosmické triangulace na čs. území. Vztah mezi S-1942 a systémem EUR 50 byl určen na základě identických bodů, jejichž prostřednictvím byly pomocí (10) určeny posuny Δx_0 , Δy_0 , Δz_0 středů příslušných elipsoidů.

Nabízí se možnost využití publikovaných zahraničních výsledků z analýzy družicových drah. V [17] jsou uvedeny translační prvky Hayfordova elipsoidu /systém EUR 50/ vzhledem k Standardní Zemi. Při znalosti relativních posunů Δx_0 , Δy_0 , Δz_0 mezi elipsoidy s S-1942 a EUR 50 je tedy možno přejít na vztah mezi S-1942 a SE a transformovat tak družicový, globální geoid do S-1942 /viz obr. 1/.



Obr. 1

Přechod mezi různými systémy za předpokladu rovnoběžnosti rotačních os elipsoidů a znalosti translačních prvků Δx_0 , Δy_0 , Δz_0



Obr. 2

Počet bodů s určenými nebo transformovanými tížnicovými odchylkami /Bomford, Wolf/ do S-42

L I T E R A T U R A

- [1] M. Burša : Redukce měřených veličin astronomicko-geodetické sítě na referenční elipsoid. Geodetický a kartografický sborník 1957, SNTL
- [2] F.N. Krasovskij : Überlegungen über die Bestimmung eines für die geodetischen Arbeiten in der USSR geeigneten Ellipsoids. Verhandlungen der baltischen geodätischen Kommission, 1935 VII, Band 2, Helsinki 1935
- [3] F. A. Vening-Meinesz : New formulas for system of deflections on the plumb-line and Laplace's theorem. Bulletin geodésique, 1950, No. 15
- [4] M. Pick : Deflection of the vertical at Potsdam. Studia geophysica et geodaetica, No. 4, 1967
- [5] M. Pick : Transformation der relativen Lotabweichungen aus einem Bezugssystem in ein anderes. Geofyzikální sborník, No. 40, 1956
- [6] Vojenský topografický obzor /zvláštní výtisk/ 1956
- [7] F. Fiala : Vyšší geodézie II., 1952, učební texty vysokých škol
- [8] Žongolovič : Ob opredelenii razmerov obščego zemnogo ellipsoida. Trudy Instituta teoret. astronomii, vyp. VI, izd. AN SSSR
- [9] W. Dobaczewska : Teoria rozwiązania podstawowego zadania geodezji satelitarnej. Przegląd geodezjny, 1967
- [10] Sborník VTS, II. díl, Praha 1957
- [11] E. Buchar : Tížnicové odchylky a geoid v ČSR, SNTL, Praha 1951
- [12] Vyčísleníje popravok v geodezičeskije koordinaty za izmeneniye razmerov i orientirovki ischodnogo ellipsoida. Novosibirsk, 1966 / metodická příručka pro studující astronomicko-geodetické specializace Novosibirského ústavu inženýrů geodézie, fotogrammetrie a kartografie/.
- [13] A. A. Izotov : On the Determination of the Shape and Dimension of the Earth from Observations of artificial Satellites. Studia geophysica et geodaetica, No. 2, 1965
- [14] K. Ledersteger : Die absolute Lotabweichung in Potsdam und die geodätischen Ausgangswerte des gesamteuropäischen Netzes auf dem Hayfordischen Ellipsoid. Bulletin geodésique, No. 2, 1952

- [15] G. Bomford : European Geoid, report for 1954-57 Toronto, 1960 Helsinki
- [16] H. Moritz, W. A. Heiskanen : Physical geodesy, 1967
- [17] Standartnaja Zemlja. Geodezičeskije parametry Zemli na 1966 g. /Překlad z angl./. Moskva 1969
- [18] H. Wolf : Versuch einer Geoidbestimmung im mittleren Europa aus astronomisch-geodätischen Lotabweichungen, DGK, München 1957. /Referát na XI. zasedání MUGG v Torontu, 1957/.

Došlo dne 10. 1. 1970

Určení korekce postupimského tíhového systému z družicových pozorování

Znalost Stokesových dynamických konstant zemského tělesa umožňuje vyjádřit hodnotu tíže v kterémkoli vnějším prostorovém bodě $P(\varrho, \varphi, \lambda)$, kde

φ, λ - jsou geocentrické souřadnice,

ϱ - je jeho geocentrický průvodič.

Při dostatečně velkém počtu bodů, na nichž byla hodnota tíže určena klasickými metodami a rozložených pokud možno po celém povrchu Země, je možno porovnáním s hodnotami tíže určenými z družicových pozorování utvořit reálné závěry o přesnosti použitých tíhových systémů.

Touto cestou se dále pokusíme odvodit korekci postupimského tíhového systému. K tomu nejprve odvodíme vztah pro hodnotu tíže v libovolném prostorovém bodě vně zemského tělesa. Vyjdeme ze známého vztahu pro tíhový potenciál W zemského tělesa, který vyjádříme v geocentrickém systému.

V tomto případě platí

$$W = \frac{fM}{\varrho} \left\{ 1 + \sum_{n=2}^N \sum_{k=0}^n \left(\frac{a_0}{\varrho} \right)^n (J_{n,k} \cos k\lambda + S_{n,k} \sin k\lambda) P_{n,k} \right\} + \frac{1}{2} \omega^2 \varrho^2 \cos^2 \varphi, \quad (1)$$

kde jsou

$J_{n,k}; S_{n,k}$ - Stokesovy dynamické konstanty,

$P_{n,k}$ - Legendreovy polynomy stupně n a řádu k /funkce geocentrické šířky φ /,

fM - geocentrická konstanta,

ω - úhlová rychlost rotace Země,

$\varphi, \lambda, \varrho$ - geocentrické prostorové souřadnice vnějšního bodu P , v němž potenciál určujeme,

a_0 - délkový faktor, redukující konstanty $J_{n,k}$ a $S_{n,k}$ na bezrozměrné parametry,

N - dostatečně velké celé číslo.

Uvedený vztah lze rozepsat takto:

$$\begin{aligned}
 W = \frac{fM}{Q} & \left\{ 1 + \left(\frac{a_0}{Q}\right)^2 \left[J_{2,0} P_{2,0} + (J_{2,2} \cos 2\lambda + S_{2,2} \sin 2\lambda) P_{2,2} \right] + \right. \\
 & + \left(\frac{a_0}{Q}\right)^3 \left[J_{3,0} P_{3,0} + (J_{3,1} \cos \lambda + S_{3,1} \sin \lambda) P_{3,1} + \right. \\
 & \qquad \qquad \qquad + (J_{3,2} \cos 2\lambda + S_{3,2} \sin 2\lambda) P_{3,2} + \\
 & \qquad \qquad \qquad + \left. (J_{3,3} \cos 3\lambda + S_{3,3} \sin 3\lambda) P_{3,3} \right] + \\
 & + \left(\frac{a_0}{Q}\right)^4 \left[J_{4,0} P_{4,0} + (J_{4,1} \cos \lambda + S_{4,1} \sin \lambda) P_{4,1} + \right. \\
 & \qquad \qquad \qquad + (J_{4,2} \cos 2\lambda + S_{4,2} \sin 2\lambda) P_{4,2} + \\
 & \qquad \qquad \qquad + (J_{4,3} \cos 3\lambda + S_{4,3} \sin 3\lambda) P_{4,3} + \\
 & \qquad \qquad \qquad + \left. (J_{4,4} \cos 4\lambda + S_{4,4} \sin 4\lambda) P_{4,4} \right] + \\
 & + \sum_{n=5}^N \left(\frac{a_0}{Q}\right)^n \sum_{k=0}^n (J_{n,k} \cos k\lambda + S_{n,k} \sin k\lambda) P_{n,k} \left. \right\} + \\
 & + \frac{1}{2} \omega^2 Q^2 \cos^2 \varphi,
 \end{aligned} \tag{2}$$

nebo také

$$\begin{aligned}
 W = \frac{fM}{Q} & \left\{ 1 + \left(\frac{a_0}{Q}\right)^2 J_{2,0} P_{2,0} + \left(\frac{a_0}{Q}\right)^3 J_{3,0} P_{3,0} + \left(\frac{a_0}{Q}\right)^4 J_{4,0} P_{4,0} + \right. \\
 & + \sum_{n=5}^N \left(\frac{a_0}{Q}\right)^n J_{n,0} P_{n,0} + \left(\frac{a_0}{Q}\right)^2 \left[(J_{2,2} \cos 2\lambda + S_{2,2} \sin 2\lambda) P_{2,2} \right] + \\
 & \qquad \qquad \qquad + \left(\frac{a_0}{Q}\right)^3 \left[(J_{3,1} \cos \lambda + S_{3,1} \sin \lambda) P_{3,1} + \right. \\
 & \qquad \qquad \qquad + \left. (J_{3,2} \cos 2\lambda + S_{3,2} \sin 2\lambda) P_{3,2} + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (J_{3,3} \cos 3\lambda + S_{3,3} \sin 3\lambda) P_{3,3} + \\
& + \left(\frac{a_0}{Q}\right)^4 \left[(J_{4,1} \cos \lambda + S_{4,1} \sin \lambda) P_{4,1} + \right. \\
& + (J_{4,2} \cos 2\lambda + S_{4,2} \sin 2\lambda) P_{4,2} + \\
& + (J_{4,3} \cos 3\lambda + S_{4,3} \sin 3\lambda) P_{4,3} + \\
& \left. + (J_{4,4} \cos 4\lambda + S_{4,4} \sin 4\lambda) P_{4,4} \right] + \\
& + \sum_{n=0}^N \left(\frac{a_0}{Q}\right)^n \sum_{k=1}^n (J_{n,k} \cos k\lambda + S_{n,k} \sin k\lambda) P_{n,k} \left. \right\} + \\
& + \frac{1}{2} \omega^2 Q^2 \cos^2 \varphi .
\end{aligned}$$

Poslední člen na pravé straně výrazu označíme písmenem z a upravíme takto:

$$z = \frac{1}{2} \omega^2 Q^2 \cos^2 \varphi = \frac{fM}{Q} \frac{1}{2} \omega^2 Q^2 \cos^2 \varphi \frac{Q}{fM} = \frac{1}{2} \frac{Q^2 \omega^2 \cos^2 \varphi}{fM} \frac{fM}{Q} .$$

Poněvadž

$$P_{2,0} = 1 - \frac{3}{2} \cos^2 \varphi ,$$

bude

$$\cos^2 \varphi = \frac{2}{3} (1 - P_{2,0}) .$$

Potom

$$z = \frac{fM}{Q} \frac{1}{2} \frac{\omega^2 Q^3}{fM} \frac{2}{3} (1 - P_{2,0}) = \frac{fM}{Q} \frac{1}{3} \frac{\omega^2 Q^3}{fM} (1 - P_{2,0}) ,$$

čili

$$z = \frac{fM}{Q} \frac{1}{3} \frac{\omega^2 a_0^3}{fM} \left(\frac{a_0}{Q}\right)^3 (1 - P_{2,0}) = \frac{fM}{Q} \frac{1}{3} q \left(\frac{a_0}{Q}\right)^3 (1 - P_{2,0}) ,$$

kde

$$q = \frac{\omega^2 a_0^3}{fM} .$$

Pak

$$\begin{aligned}
W = \frac{fM}{Q} \left\{ 1 + \sum_{n=2}^N \left(\frac{a_0}{Q}\right)^n \sum_{k=0}^n (J_{n,k} \cos k\lambda + S_{n,k} \sin k\lambda) P_{n,k} + \right. \\
\left. + \frac{1}{3} q \left(\frac{a_0}{Q}\right)^3 (1 - P_{2,0}) \right\} . \quad (3)
\end{aligned}$$

Tíži g vyjádříme z potenciálu W známým vztahem pomocí derivací ve směru zá-
kladních souřadnicových čar, tedy

$$g = \sqrt{\left(\frac{\partial W}{\partial \varrho}\right)^2 + \frac{1}{\varrho^2} \left(\frac{\partial W}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial \lambda}\right)^2 \frac{1}{\varrho^2 \cos^2 \varphi}} \quad (4)$$

Vyjádříme parciální derivace ve vztahu (4). Derivaci vztahu (3) podle ϱ dostaneme

$$\begin{aligned} \frac{1}{fM} \frac{\partial W}{\partial \varrho} = & -\frac{1}{\varrho^2} - 3 J_{2,0} P_{2,0} \frac{a_0^2}{\varrho^4} - 4 J_{3,0} P_{3,0} \frac{a_0^3}{\varrho^5} - 5 J_{4,0} P_{4,0} \frac{a_0^4}{\varrho^6} - \\ & - \sum_{n=2}^N (n+1) \frac{a_0^n}{\varrho^{n+2}} J_{n,0} P_{n,0} - \sum_{n=2}^N (n+1) \frac{a_0^n}{\varrho^{n+2}} \cdot \\ & \cdot \sum_{k=1}^n (J_{n,k} \cos k\lambda + S_{n,k} \sin k\lambda) P_{n,k} + \frac{2}{3} \varrho \frac{1}{\varrho^2} \left(\frac{a_0}{\varrho}\right)^{-3} (1 - P_{2,0}), \end{aligned}$$

a po úpravě

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial \varrho} = & -\frac{fM}{\varrho^2} \left\{ 1 + \sum_{n=2}^N (n-1) \left(\frac{a_0}{\varrho}\right)^n \sum_{k=0}^n (J_{n,k} \cos k\lambda + S_{n,k} \sin k\lambda) P_{n,k} - \right. \\ & \left. - \frac{2}{3} \varrho \left(\frac{a_0}{\varrho}\right)^{-3} (1 - P_{2,0}) \right\}. \end{aligned}$$

Dále se zanedbáním členů menších 10^{-6} bude

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial W}{\partial \varrho}\right)^2 = & \left(\frac{fM}{\varrho^2}\right)^2 \left\{ 1 + 2 \sum_{n=2}^N (n+1) \left(\frac{a_0}{\varrho}\right)^n \sum_{k=0}^n (J_{n,k} \cos k\lambda + S_{n,k} \sin k\lambda) \right. \\ & P_{n,k} - \frac{4}{3} \varrho \left(\frac{a_0}{\varrho}\right)^{-3} (1 - P_{2,0}) + \left[3 \left(\frac{a_0}{\varrho}\right)^2 J_{2,0} P_{2,0} - \frac{2}{3} \varrho \right. \\ & \left. \left.\left(\frac{a_0}{\varrho}\right)^{-3} (1 - P_{2,0}) \right]^2 \right\}. \end{aligned}$$

Uvážíme-li dále, že

$$(P_{2,0})^2 = \frac{1}{5} + \frac{2}{7} P_{2,0} + \frac{18}{35} P_{4,0}$$

a dále

$$P_{2,0} (1 - P_{2,0}) = -\frac{1}{5} + \frac{5}{7} P_{2,0} - \frac{18}{35} P_{4,0}$$

a také

$$(1 - P_{2,0})^2 = \frac{6}{5} - \frac{12}{7} P_{2,0} + \frac{18}{35} P_{4,0} ,$$

bude

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial W}{\partial q}\right)^2 = & \left(\frac{fM}{q^2}\right)^2 \left\{ \left[1 - \frac{4}{3} q \left(\frac{a_0}{q}\right)^3 + \frac{9}{5} \left(\frac{a_0}{q}\right)^4 (J_{2,0})^2 + \frac{8}{15} q^2 \left(\frac{a_0}{q}\right)^6 + \right. \right. \\ & + \frac{4}{5} \left(\frac{a_0}{q}\right)^{-1} q J_{2,0} \left. \right] + \left[\frac{4}{3} q \left(\frac{a_0}{q}\right)^3 + \frac{18}{7} \left(\frac{a_0}{q}\right)^4 (J_{2,0})^2 - \right. \\ & - \left. \left[\frac{16}{21} q^2 \left(\frac{a_0}{q}\right)^6 - \frac{20}{7} q \left(\frac{a_0}{q}\right)^{-1} J_{2,0} + 6 \left(\frac{a_0}{q}\right)^2 J_{2,0} \right] P_{2,0} + \right. \\ & + \left. \left[\frac{162}{35} \left(\frac{a_0}{q}\right)^4 (J_{2,0})^2 + \frac{8}{35} q^2 \left(\frac{a_0}{q}\right)^6 + \frac{72}{35} \left(\frac{a_0}{q}\right)^{-1} J_{2,0} q + 10 \left(\frac{a_0}{q}\right)^4 J_{4,0} \right] P_{4,0} + \right. \\ & + 8 \left(\frac{a_0}{q}\right) J_{3,0} P_{3,0} + 2 \sum_{n=5}^N (n+1) \left(\frac{a_0}{q}\right) J_{n,0} P_{n,0} + \\ & \left. + 2 \sum_{n=2}^N (n+1) \left(\frac{a_0}{q}\right)^n \sum_{k=1}^n (J_{n,k} \cos k\lambda + S_{n,k} \sin k\lambda) P_{n,k} \right\} . \quad (5) \end{aligned}$$

Derivací potenciálu W podle φ dostaneme

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial \varphi} = & \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{fM}{q} \left\{ 1 + \sum_{n=2}^N \left(\frac{a_0}{q}\right) \sum_{k=0}^n (J_{n,k} \cos k\lambda + S_{n,k} \sin k\lambda) P_{n,k} + \right. \\ & \left. + \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} q \left(\frac{a_0}{q}\right) (1 - P_{2,0}) \right\} . \end{aligned}$$

Při udržení přesnosti 10^{-8} stačí uvažovat přibližně

$$\frac{\partial W}{\partial \varphi} = \frac{fM}{q} \left[\left(\frac{a_0}{q}\right)^2 J_{2,0} P_{2,1} - \frac{1}{3} q \left(\frac{a_0}{q}\right)^{-3} P_{2,1} \right] .$$

Po umocnění, se zanedbáním členů menších 10^{-8} , dostaneme

$$\left(\frac{\partial W}{\partial \varphi}\right)^2 = \left(\frac{fM}{Q}\right)^2 \left\{ \left(\frac{a_0}{Q}\right)^4 (J_{2,0} P_{2,1})^2 + \frac{1}{9} q^2 \left(\frac{a_0}{Q}\right)^6 (P_{2,1})^2 - \right. \\ \left. - \frac{2}{3} q \left(\frac{a_0}{Q}\right)^4 J_{2,0} (P_{2,1})^2 \right\} .$$

Poněvadž platí

$$(P_{2,1})^2 = \frac{6}{5} + \frac{6}{7} P_{2,0} - \frac{72}{35} P_{4,0} ,$$

je dále

$$\frac{1}{Q^2} \left(\frac{\partial W}{\partial \varphi}\right)^2 = \frac{1}{Q^2} \left(\frac{fM}{Q}\right)^2 \left\{ \left[\frac{6}{5} \left(\frac{a_0}{Q}\right)^4 (J_{2,0})^2 + \frac{2}{15} \left(\frac{a_0}{Q}\right)^6 q^2 - \frac{4}{5} q \left(\frac{a_0}{Q}\right)^4 J_{2,0} \right] + \right. \\ \left. + \left[\frac{6}{7} \left(\frac{a_0}{Q}\right)^4 (J_{2,0}) + \frac{2}{21} \left(\frac{a_0}{Q}\right)^6 q^2 - \frac{4}{7} q \left(\frac{a_0}{Q}\right)^4 J_{2,0} \right] P_{2,0} - (6) \right. \\ \left. - \left[\frac{72}{35} \left(\frac{a_0}{Q}\right)^4 (J_{2,0}) + \frac{8}{35} \left(\frac{a_0}{Q}\right)^6 q^2 - \frac{48}{35} \left(\frac{a_0}{Q}\right)^4 q J_{2,0} \right] P_{4,0} \right\} .$$

Derivací potenciálu W podle λ , dostaneme

$$\frac{\partial W}{\partial \lambda} = \sum_{n=2}^N \left(\frac{a_0}{Q}\right)^n \cdot \sum_{k=0}^n k (J_{n,k} \sin k\lambda + k S_{n,k} \cos k\lambda) \cdot P_{n,k} . \quad (7)$$

Uvážíme-li, že pouze čtverec hlavního zonálního členu $n=2$, $k=0$ je větší než 10^{-8} , který se ovšem v (7) neuplatní, můžeme derivaci potenciálu podle λ v dalším zanedbat.

Lze tedy psát podle (4)

$$g^2 = \left(\frac{\partial W}{\partial Q}\right)^2 + \frac{1}{Q^2} \left(\frac{\partial W}{\partial \varphi}\right)^2 ,$$

přičemž po sloučení a úpravě příslušných výrazů dostaneme

$$g^2 = \left(\frac{fM}{Q^2}\right)^2 \left\{ \left[1 - \frac{4}{3} q \left(\frac{a_0}{Q}\right)^3 + 3 \left(\frac{a_0}{Q}\right)^4 (J_{2,0})^2 + \frac{2}{3} q^2 \left(\frac{a_0}{Q}\right)^6 \right] + \right.$$

$$+ \left[6 \left(\frac{a_0}{Q} \right)^2 J_{2,0} + \frac{4}{3} Q \left(\frac{a_0}{Q} \right)^{-3} + \frac{24}{7} \left(\frac{a_0}{Q} \right)^4 (J_{2,0})^2 - \frac{24}{7} \left(\frac{a_0}{Q} \right)^{-1} J_{2,0} Q - \right. \\ \left. - \frac{2}{3} \left(\frac{a_0}{Q} \right)^{-6} Q^2 \right] P_{2,0} + \quad (8)$$

$$+ \left[10 \left(\frac{a_0}{Q} \right)^4 J_{4,0} + \frac{18}{7} \left(\frac{a_0}{Q} \right)^4 (J_{2,0})^2 + \frac{120}{35} \left(\frac{a_0}{Q} \right)^{-1} Q J_{2,0} \right] P_{4,0} +$$

$$+ 8 \left(\frac{a_0}{Q} \right)^3 J_{3,0} P_{3,0} + 2 \sum_{n=5}^N (n+1) \left(\frac{a_0}{Q} \right)^n J_{n,0} P_{n,0} +$$

$$+ 2 \sum_{n=2}^N (n+1) \left(\frac{a_0}{Q} \right)^n \sum_{k=1}^n (J_{n,k} \cos k\lambda + S_{n,k} \sin k\lambda) P_{n,k} \} .$$

Odtud dále dostaneme

$$g = \frac{fM}{Q^2} \left\{ \left[1 - \frac{2}{3} Q \left(\frac{a_0}{Q} \right)^{-3} + \frac{3}{2} \left(\frac{a_0}{Q} \right)^4 (J_{2,0})^2 + \frac{1}{3} Q^2 \left(\frac{a_0}{Q} \right)^{-6} \right] + \right. \\ + \left[3 \left(\frac{a_0}{Q} \right)^2 J_{2,0} + \frac{2}{3} Q \left(\frac{a_0}{Q} \right)^{-3} + \frac{12}{7} \left(\frac{a_0}{Q} \right)^4 (J_{2,0})^2 - \frac{12}{7} \left(\frac{a_0}{Q} \right)^{-1} Q J_{2,0} - \right. \\ \left. - \frac{1}{3} \left(\frac{a_0}{Q} \right)^{-6} Q^2 \right] P_{2,0} + \left[5 \left(\frac{a_0}{Q} \right)^4 J_{4,0} + \frac{9}{7} \left(\frac{a_0}{Q} \right)^4 (J_{2,0})^2 + \frac{60}{35} \left(\frac{a_0}{Q} \right)^{-1} Q J_{2,0} \right] P_{4,0} + \\ + 4 \left(\frac{a_0}{Q} \right)^3 J_{3,0} P_{3,0} + \left[\sum_{n=5}^N (n+1) \left(\frac{a_0}{Q} \right)^n J_{n,0} P_{n,0} + \right. \\ \left. + \sum_{n=2}^N (n+1) \left(\frac{a_0}{Q} \right)^n \cdot \sum_{k=1}^n (J_{n,k} \cos k\lambda + S_{n,k} \sin k\lambda) P_{n,k} \right] -$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{8} \left[\frac{16}{9} q^2 \left(\frac{a_0}{q} \right)^6 \right] + \left[36 \left(\frac{a_0}{q} \right)^4 (J_{2,0})^2 - \frac{16}{9} \left(\frac{a_0}{q} \right)^6 q^2 + 16 \left(\frac{a_0}{q} \right)^4 q J_{2,0} \right] (P_{2,0})^2 + \\
& - 8 \left[\left(\frac{a_0}{q} \right)^{-3} J_{3,0} P_3 + 2 \sum_{n=5}^N (n+1) \left(\frac{a_0}{q} \right)^n J_{n,0} P_{n,0} + \right. \\
& + 2 \sum_{n=2}^N (n+1) \left(\frac{a_0}{q} \right)^n \sum_{k=1}^n (J_{n,k} \cos k\lambda + S_{n,k} \sin k\lambda) P_{n,k} \left. \right]^2 + \\
& + 2 \left[\frac{16}{9} q^2 \left(\frac{a_0}{q} \right)^{-6} P_{2,0} - \frac{24}{3} J_{2,0} \left(\frac{a_0}{q} \right)^{-1} q P_{2,0} \right] \left. \right\} .
\end{aligned}$$

Po úpravě s omezením na členy větší 10^{-6} dostaneme

$$\begin{aligned}
g = \frac{fM}{q^2} & \left\{ \left[1 - \frac{2}{3} \left(\frac{a_0}{q} \right)^{-3} q + \frac{3}{5} \left(\frac{a_0}{q} \right)^4 (J_{2,0})^2 + \frac{1}{15} \left(\frac{a_0}{q} \right)^{-6} q^2 - \frac{2}{5} \left(\frac{a_0}{q} \right)^{-1} J_{2,0} q \right] + \right. \\
& + \left[\frac{1}{21} \left(\frac{a_0}{q} \right)^{-6} q^2 + \frac{3}{7} \left(\frac{a_0}{q} \right)^4 (J_{2,0})^2 - \frac{2}{7} \left(\frac{a_0}{q} \right)^{-1} q J_{2,0} + 3 \left(\frac{a_0}{q} \right)^2 J_{2,0} + \right. \\
& + \left. \frac{2}{3} q \left(\frac{a_0}{q} \right)^{-3} \right] P_{2,0} + 4 \left(\frac{a_0}{q} \right)^3 J_{3,0} P_{3,0} + \\
& + \left[5 \left(\frac{a_0}{q} \right)^4 J_{4,0} - \frac{36}{35} \left(\frac{a_0}{q} \right)^4 (J_{2,0})^2 + \frac{24}{35} \left(\frac{a_0}{q} \right)^{-1} q J_{2,0} - \right. \\
& - \left. \frac{4}{35} \left(\frac{a_0}{q} \right)^{-6} q^2 \right] P_{4,0} + \sum_{n=5}^N (n+1) \left(\frac{a_0}{q} \right)^n J_{n,0} P_{n,0} + \\
& + \left. \sum_{n=2}^N (n+1) \left(\frac{a_0}{q} \right)^n \sum_{k=1}^n (J_{n,k} \cos k\lambda + S_{n,k} \sin k\lambda) P_{n,k} \right\} ,
\end{aligned} \tag{9}$$

nebo po označení

$$g = a + b P_{2,0} + c P_{3,0} + d P_{4,0} + \sum_{n=5}^N e_n P_{n,0} + \sum_{n=2}^N f_n \cdot \sum_{k=1}^n (J_{n,k} \cos k \lambda + S_{n,k} \sin k \lambda) P_{n,k}, \quad (10)$$

kde

$$a = \frac{fM}{Q^2} \left[\left(1 - \frac{2}{3} \frac{a_0}{Q}\right)^{-3} Q + \frac{3}{5} \left(\frac{a_0}{Q}\right)^4 (J_{2,0})^2 + \frac{1}{15} \left(\frac{a_0}{Q}\right)^6 Q^2 - \frac{2}{5} \left(\frac{a_0}{Q}\right)^{-1} Q J_{2,0} \right],$$

$$b = \frac{fM}{Q^2} \left[\frac{1}{21} \left(\frac{a_0}{Q}\right)^{-6} Q^2 + \frac{3}{7} \left(\frac{a_0}{Q}\right)^4 (J_{2,0})^2 - \frac{2}{7} \left(\frac{a_0}{Q}\right)^{-1} J_{2,0} Q + 3 \left(\frac{a_0}{Q}\right)^2 J_{2,0} + \frac{2}{3} Q \cdot \left(\frac{a_0}{Q}\right)^{-3} \right],$$

$$c = \frac{fM}{Q^2} \cdot 4 \left(\frac{a_0}{Q}\right)^3 J_{3,0},$$

$$d = \frac{fM}{Q^2} \left[5 \left(\frac{a_0}{Q}\right)^4 J_{4,0} - \frac{36}{35} \left(\frac{a_0}{Q}\right)^4 (J_{2,0})^2 + \frac{24}{35} \left(\frac{a_0}{Q}\right)^{-1} Q J_{2,0} - \frac{4}{35} \left(\frac{a_0}{Q}\right)^{-6} Q^2 \right],$$

$$e_n = \frac{fM}{Q^2} (n+1) \left(\frac{a_0}{Q}\right)^n J_{n,0}, \quad \text{pro } n = 5, 6, \dots, N$$

$$f_n = \frac{fM}{Q^2} (n+1) \left(\frac{a_0}{Q}\right)^n, \quad \text{pro } n = 5, 6, \dots, N.$$

Odvozený výraz umožňuje určit hodnotu tíže v libovolném vnějším bodě, který je dán geocentrickými souřadnicemi φ, λ a průvodičem Q .

Geocentrický průvodič ve výrazu (9) a (10) lze odvodit postupnou aproximací ze vztahu

$$Q = R_0 \left\{ 1 + \sum_{n=2}^N \left(\frac{a_0}{Q} \right)^n \sum_{k=0}^n (J_{n,k} \cos k\lambda + S_{n,k} \sin k\lambda) P_{n,k} + \frac{1}{3} q \left(\frac{a_0}{Q} \right)^{-3} (1 - P_{2,0}) \right\},$$

nebo také ze vztahu

$$Q = R_0 \left\{ 1 + \left(\frac{a_0}{Q} \right)^2 \left[J_{2,0} P_{2,0} + (J_{2,2} \cos 2\lambda + S_{2,2} \sin 2\lambda) P_{2,2} \right] + \left(\frac{a_0}{Q} \right)^3 \left[J_{3,0} P_{3,0} + (J_{3,1} \cos \lambda + S_{3,1} \sin \lambda) P_{3,1} + (J_{3,2} \cos 2\lambda + S_{3,2} \sin 2\lambda) P_{3,2} + (J_{3,3} \cos 3\lambda + S_{3,3} \sin 3\lambda) P_{3,3} \right] + \sum_{n=4}^N \left(\frac{a_0}{Q} \right)^n \sum_{k=0}^n (J_{n,k} \cos k\lambda + S_{n,k} \sin k\lambda) P_{n,k} + \frac{1}{3} q \left(\frac{a_0}{Q} \right)^{-3} (1 - P_{2,0}) \right\},$$

kde $R_0 = \frac{fM}{W_0} = 6\,363\,675 \text{ m.}$

Pak dostaneme

$$Q = R_0 \left\{ 1 + A + B P_{2,0} + C P_{3,0} + D P_{4,0} + \sum_{n=5}^N E_n P_{n,0} + \sum_{n=2}^N F_n \cdot \sum_{k=1}^n (J_{n,k} \cos k\lambda + S_{n,k} \sin k\lambda) P_{n,k} \right\}, \quad (11)$$

kde

$$A = \frac{1}{3} \left(\frac{a_0}{R_0} \right)^{-3} q + \frac{2}{5} \left(\frac{a_0}{R_0} \right)^{-6} q^2 - \frac{1}{15} \left(\frac{a_0}{R_0} \right)^{-1} q J_{2,0} - \frac{2}{5} \left(\frac{a_0}{R_0} \right)^4 (J_{2,0})^2,$$

$$B = \left(\frac{a_0}{R_0} \right)^2 J_{2,0} - \frac{1}{3} q \left(\frac{a_0}{R_0} \right)^{-3} - \frac{4}{7} \left(\frac{a_0}{R_0} \right)^4 (J_{2,0})^2 - \frac{4}{7} \left(\frac{a_0}{R_0} \right)^{-6} q^2 + \frac{5}{21} \left(\frac{a_0}{R_0} \right)^{-1} J_{2,0} q,$$

$$C = \left(\frac{a_0}{R_0} \right)^3 J_{3,0},$$

$$D = \left(\frac{a_0}{R_0} \right)^4 + \frac{6}{35} \left(\frac{a_0}{R_0} \right)^{-6} q^2 - \frac{6}{35} \left(\frac{a_0}{R_0} \right)^{-1} q J_{2,0} - \frac{36}{35} \left(\frac{a_0}{R_0} \right)^4 (J_{2,0})^2,$$

$$E_n = \left(\frac{a_0}{R_0} \right)^n J_{n,0} \quad \text{pro } n = 5, 6 \dots N,$$

$$F_n = \left(\frac{a_0}{R_0} \right)^n \quad \text{pro } n = 5, 6 \dots N.$$

Použijeme dále získané vztahy k určení korekce postupimského tíhového systému, za jehož základní bod je přijat střed kyvadlového sálu Geodetického ústavu v Postupimi.

Základní tíhový bod v Postupimi je definován těmito základními hodnotami

$$\begin{aligned} g &= 981\,274,0 \text{ mgl} && \text{/tíhový normál/}, \\ \varphi &= 52^\circ 22,86 \text{ N} && \text{/zeměpisná šířka/}, \\ \lambda &= 13\,04,06 \text{ E} && \text{/zeměpisná délka/}, \\ h &= 86,24 \text{ m} && \text{/nadmořská výška/}. \end{aligned}$$

Je známo, že tíhový normál postupimského systému, určený v roce 1906 Kühnem a Furtwanglerem je chybný o hodnotu větší než 10 mgl. Tato skutečnost byla potvrzena již při prvních ověřovacích měřeních, kdy se docházelo k hodnotám od -7 mgl do -18 mgl.

Jedenácté Valné shromáždění Mezinárodní unie geodetické a geofyzikální v roce 1957 v Torontu zaujalo k této skutečnosti oficiální stanovisko a doporučilo hodnotu -10 mgl až -12 mgl jako pravděpodobnou korekci postupimského tíhového normálu.

Na zasedání Mezinárodní gravimetrické komise v listopadu 1970 v Paříži byly předloženy další výsledky absolutních měření na některých národních základních bo-

dech, které se při srovnání s postupimským tíhovým normálem lišily o $-13,6$ mgl až $-13,8$ mgl.

Začátkem roku 1970 byly ukončeny náročné vědecké práce v souvislosti s novým absolutním měřením tíže na základním bodě v Postupimi. Z tohoto nového absolutního měření byla odvozena korekce postupimského tíhového normálu [4] $-13,65$ mgl.

Cílem našich prací bylo ověřit uvedenou korekci s využitím metody dynamické kosmické geodézie. K tomu bylo zvoleno 4400 bodů, na nichž byla v minulosti v průběhu nejrůznějších prací zaměřena hodnota tíže g a určeny jejich souřadnice a výšky. Jednotlivé body byly vybírány tak, aby v celku pokrývaly co největší část zemského povrchu. Použitý bodový podklad je územně rozložen takto :

Evropa	49 %	
Asie	14 %	
Afrika	12 %	(2 - 13)
Amerika	23 %	
ostatní části zemského povrchu	2 %	

Rozdíl mezi geodetickými a geocentrickými hodnotami souřadnic použitých bodů jsme zanedbali.

K výpočtu družicových hodnot tíže byly použity tyto konstanty :

normované Stokesovy konstanty		(14)
geocentrická konstanta fM	$398\ 603 \cdot 10^9 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$	
délkový rozměrový faktor R_0	$6\ 363\ 675 \text{ m}$	
délkový faktor a_0 /velká poloosa zemského elipsoidu/	$6\ 378\ 160 \text{ m}$	
úhlová rychlost rotace Země	$7\ 292\ 115 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$	

Vypočtené hodnoty tíže g_v jsme porovnali s naměřenými hodnotami g_m na příslušných bodech a určili odpovídající rozdíly

$$\delta g = g_v - g_m \quad (12)$$

Z jednotlivých rozdílů jsme dále vypočetli jejich střední hodnotu

$$\delta s_g = \frac{\sum_{v=1}^n g_v - g_m}{n}, \quad (13)$$

kde n je počet porovnávaných bodů.

Po zpracování podkladových materiálů a z provedených výpočtů jsme získali hodnotu

$$\delta s_{g_1} = -9,19 \text{ mgl.}$$

k níž v dalším bylo nutno určit opravu z přepočtu na pravděpodobnější hodnotu geocentrické konstanty

$$fM_2 = 398\,601,3 \cdot 10^9 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \quad (14)$$

Označíme-li původní geocentrickou konstantu fM_1 a

g_1 - tíži určenou se zavedením konstanty fM_1 ,

g_2 - tíži určenou se zavedením konstanty fM_2 , můžeme napsat podle (9)

$$g_1 = \frac{fM_1}{Q^2} \{1 + \text{zbytek}\},$$

$$g_2 = \frac{fM_2}{Q^2} \{1 + \text{zbytek}\}.$$

Vydělíme-li vzájemně oba vztahy, dostaneme

$$\frac{g_1}{g_2} = \frac{fM_1}{fM_2}, \quad \text{z čehož vyplývá}$$

$$g_2 - g_1 = g_1 \frac{fM_2}{fM_1} - g_1,$$

čili

$$g_2 - g_1 = \frac{g_1}{fM_1} (fM_2 - fM_1).$$

Dále dostaneme

$$g_2 = g_1 + \frac{g_1}{fM_1} (fM_2 - fM_1),$$

a

$$(g_{v2} - g_m) = (g_{v1} - g_m) + \frac{g_{v1}}{fM_1} (fM_2 - fM_1),$$

z čehož

$$\delta s_{g_2} = \delta s_{g_1} + \frac{g_{v1}}{fM_1} (fM_2 - fM_1). \quad (14)$$

Po dosazení příslušných hodnot do druhého členu vztahu (14) dostaneme

$$-4,18 \text{ mgl},$$

což znamená, že definitivní námi odvozená hodnota korekce postupimského tíhového systému je

$$\delta s_{g_2} = -13,37 \text{ mgl}.$$

K výpočtu střední chyby této veličiny označíme

$$v_i = \delta s_{g_2} - \delta i_{g_2},$$

pak platí

$$m \delta s_{g_2} = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}}. \quad (15)$$

Konkrétně jsme z 4400 hodnot obdrželi

$$m \delta s_{g_2} = \pm 0,75 \text{ mgl}.$$

Námi vypočtená hodnota korekce postupimského tíhového systému je tedy

$$\delta s_{g_2} = (-13,37 \pm 0,75) \text{ mgl}.$$

Vypočtená korekce představuje velmi příznivý výsledek, který je nesporně pozitivně ovlivněn značným počtem zvolených bodů a tím i příznivým seskupením hodnot jednotlivých rozdílů z hlediska nahodilosti lokálních tíhových anomálií, které z drah umělých družic nelze postihnout.

Dosažený výsledek lze také pokládat za konkrétní důkaz o tom, že z pozorování družic lze upřesnit i základní zemský tíhový normál.

Závěrem si autor dovoluje poděkovat pracovníkům Vojenského topografického ústavu v Dobrušce za spolupráci při výpočtech.

LITERATURA

- [1] Milan Burša : Základy kosmické geodézie, díl II. /1970.
- [2] Urho A. Uotila : Investigations on the Gravity Field and Shape of the Earth /Publ. IAG No. 33/1960/.
- [3] Report Special Study Group N. 5 IAG / Xlth General Assembly IUG 1957, Toronto, Canada/.

- [4] Bulletin d'Information No. 24 /Bureau gravimetrique international Paris, Novembre 1970/.
- [5] U. A. Uotila : Adjustment of a World-wide Gravity Base Station Network /Publ. IIAG No. 42/1964/.
- [6] Katalog gravimetrických bodů I. a II. řádu ČSSR.
- [7] F. A. Vening Meines : Gravimetričeskie nabljuděnija na more /Izdatělstvo GiK literatury GUGK, Moskva 1940/.
- [8] Contributions to Applied Geodesy /Institute of Geodesy, Buenos Aires 1967/.
- [9] Aimo Kiviniemi : The First Order Gravity Net of Finland /FGI No. 59, Helsinki 1964/.
- [10] Gravity Measurements in Iran /Iranian National Report to the XIIth General Assembly of the IUG, Helsinki 1960/.
- [11] Gravity Map Series of the Dominion Observatory Ottawa No 86 /Department of Energy, Mines and Resources, Canada 1969.
- [12] Espagne Rapport sur les Travaux geodesique /XII Assemblée Générale de l'Union Géodesique et Géophysique Internationale, Helsinki 1960/.
- [13] Publications of the Dominion Observatory Ottawa
- Volume XVIII, No. 2/1955,
 - Volume XIX, No. 4/1957,
 - Volume XIX, No. 5/1957,
 - Volume XXI, No. 5/1960,
 - Volume XXI, No. 6/1960.
- 14 Geodetic Parameters for a 1966 SAO Standard Earth, SAO Spec. Rep. 200/1966.

Došlo dne 24. 8. 1971

Normované Stokesovy dynamické konstanty

n	k	$J_{n,k}$	$S_{n,k}$	n	k	$J_{n,k}$	$S_{n,k}$
2	0	$-1082,63 \cdot 10^{-6}$	$0,00 \cdot 10^{-6}$	7	4	$-0,16 \cdot 10^{-6}$	$-0,04 \cdot 10^{-6}$
2	2	2,38	- 1,35	7	5	0,07	- 0,01
3	0	2,54	0,00	7	6	- 0,23	0,10
3	1	1,71	0,23	7	7	0,07	0,06
3	2	0,84	- 0,51	8	0	0,12	0,00
3	3	0,66	1,43	8	1	- 0,01	- 0,01
4	0	1,59	0,00	8	2	0,04	0,04
4	1	- 0,47	- 0,39	8	3	- 0,03	0,00
4	2	0,35	0,48	8	4	- 0,17	- 0,02
4	3	0,92	- 0,24	8	5	- 0,09	0,09
4	4	0,04	0,30	8	6	- 0,01	0,30
5	0	0,23	0,00	8	7	0,02	0,04
5	1	- 0,06	- 0,05	8	8	- 0,18	0,03
5	2	0,53	- 0,21	9	0	0,10	0,00
5	3	- 0,40	0,07	9	1	0,11	0,00
5	4	- 0,20	0,02	9	2	0,03	0,05
5	5	0,18	- 0,56	9	3	- 0,03	- 0,01
6	0	- 0,50	0,00	9	4	0,07	0,02
6	1	- 0,08	0,01	9	5	- 0,04	0,04
6	2	0,01	- 0,27	9	6	0,04	0,01
6	3	- 0,04	0,03	9	7	0,04	- 0,02
6	4	- 0,08	- 0,48	9	8	0,13	0,00
6	5	- 0,26	- 0,46	9	9	0,08	0,04
6	6	- 0,02	- 0,16	10	0	0,35	0,00
7	0	0,36	0,00	10	1	0,10	- 0,07
7	1	0,17	0,11	10	2	- 0,08	- 0,06
7	2	0,32	0,16	10	3	- 0,08	- 0,05
7	3	0,18	0,00	10	4	- 0,06	- 0,08

n	k	$J_{n,k}$	$S_{n,k}$	n	k	$J_{n,k}$	$S_{n,k}$
10	5	$0,02 \cdot 10^{-6}$	$- 0,02 \cdot 10^{-6}$	12	11	$- 0,05 \cdot 10^{-6}$	$- 0,02 \cdot 10^{-6}$
10	6	0,04	- 0,01	12	12	- 0,01	- 0,01
10	7	0,04	- 0,05	13	0	0,12	0,00
10	8	0,04	- 0,05	13	1	0,00	0,04
10	9	0,05	- 0,04	13	2	- 0,03	0,01
10	10	0,03	- 0,02	13	3	0,00	0,03
11	0	- 0,20	0,00	13	4	- 0,01	- 0,02
11	1	- 0,03	0,02	13	5	0,03	- 0,02
11	2	0,05	- 0,05	13	6	- 0,03	0,05
11	3	0,01	- 0,08	13	7	- 0,02	0,00
11	4	- 0,03	0,00	13	8	- 0,02	- 0,01
11	5	0,03	0,02	13	9	0,02	0,05
11	6	- 0,03	- 0,02	13	10	0,04	- 0,02
11	7	0,03	- 0,03	13	11	- 0,02	0,01
11	8	0,04	- 0,02	13	12	- 0,02	0,06
11	9	0,03	0,01	13	13	- 0,07	0,00
11	10	- 0,03	- 0,01	14	0	0,07	0,00
11	11	0,10	0,06	14	1	- 0,01	0,02
12	0	0,04	0,00	14	2	- 0,01	- 0,04
12	1	- 0,09	- 0,07	14	3	0,06	- 0,03
12	2	- 0,06	0,02	14	4	0,00	0,00
12	3	0,03	0,02	14	5	0,05	- 0,03
12	4	- 0,05	0,01	14	6	0,01	- 0,03
12	5	0,02	0,01	14	7	0,03	0,02
12	6	- 0,01	0,01	14	8	- 0,03	- 0,03
12	7	- 0,04	- 0,02	14	9	0,03	0,07
12	8	0,00	0,01	14	10	0,04	0,01
12	9	- 0,01	0,02	14	11	0,04	0,01
12	10	- 0,01	0,00	14	12	0,05	- 0,03

n	k	$J_{n,k}$	$S_{n,k}$				
14	13	$0,01 \cdot 10^{-6}$	$0,04 \cdot 10^{-6}$				
14	14	- 0,04	0,02				
15	0	0,17	0,00				
15	1	0,01	- 0,01				
15	2	- 0,02	- 0,03				
15	3	0,02	0,03				
15	4	0,00	0,01				
15	5	0,03	- 0,02				
15	6	0,03	- 0,05				
15	7	0,03	0,04				
15	8	- 0,06	0,00				
15	9	0,00	0,04				
15	10	0,02	0,01				
15	11	0,01	0,01				
15	12	- 0,07	0,05				
15	13	- 0,05	- 0,03				
15	14	0,01	- 0,03				
15	15	- 0,02	- 0,01				
16	0	- 0,19	0,00				
17	0	- 0,09	0,00				
18	0	0,23	0,00				
19	0	0,22	0,00				
20	0	0,01	0,00				
21	0	- 0,15	0,00				

Resolvometrie leteckých filmů pro měřické účely

1. Úvod

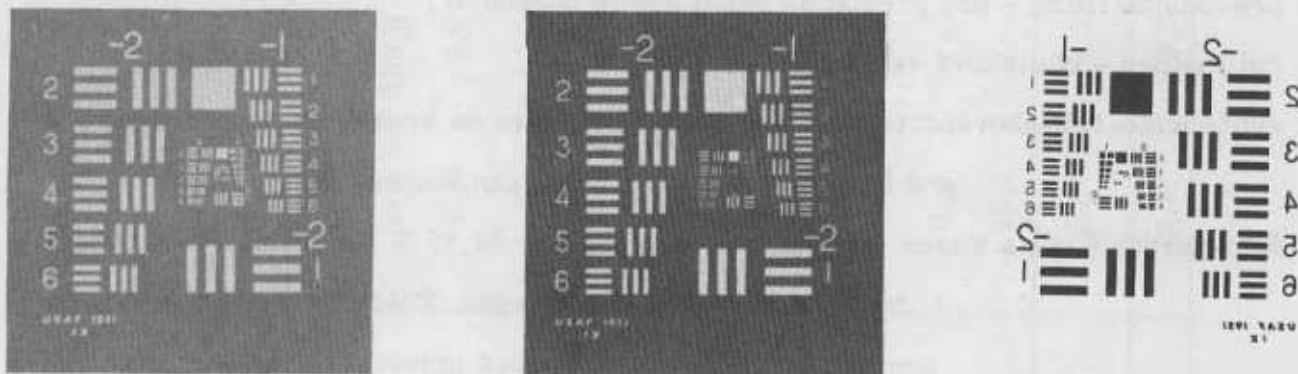
Proces pořizování leteckých negativních filmů i odvozených snímkových podkladů pro měřické účely se v mnohém liší od technologií běžných v různých oblastech fotografie, v kinematografii, polygrafii i v letecké fotografii pro průzkumné účely. Při fotogrammetrickém snímání není rozhodující rychlost získání snímků, ale jejich fotografická a fotogrammetrická kvalita, tj. dodržení projektované dráhy letu, překrytí, dosažení optimální expozice při pokud možno ideálních světelných podmínkách. Rovněž při fotolaboratorním zpracování stojí na prvním místě kvalita finálního výrobku, tj. negativu a ne rychlost jeho vyvolání. Kvalita fotogrammetrická je podmíněna vysokou kvalitou fotografickou. Většina informací snímku musí ležet na rovinné části charakteristické křivky příslušného filmu, jen tak je zaručena maximální rozlišovací schopnost jak ve stínech, tak ve světlech zobrazovaného terénu.

Význam resolvometrie pro výběr optimálního leteckého negativního materiálu pro měřické účely je značný. Vysoká rozlišovací schopnost daného materiálu je určující a rozhodující. Pro získání širšího pohledu na používané druhy leteckých filmů byly proto běžně prováděné sensitometrické zkoušky doplněny ještě zkouškami resolvometrickými, přičemž byla sledována závislost způsobu zpracování na hodnotě rozlišovací schopnosti /dále jen RS/ pomocí třílinkového testu.

2. Použitý zkušební obrazec a aparatura pro měření RS

Pro zajištění zkoušek RS byl v n.p. Meopta Přerov zapůjčen třílinkový test s označením US Air Force 1951-IX, fotografickou cestou byly ve VTOPÚ z původního testu /napařovaný chrom na skle/ zhotoveny zmenšeniny na skle o velikosti 3,5x3,5 cm ve dvou kontrastech : $\Delta D = 0,6$ a $\Delta D = 1,7$ v negativním provedení a pozitivní test o $\Delta D = 2$. Dané testy jsou zobrazeny na obr. 1 a,b,c. Zkušební testy byly voleny

v různých kontrastech z toho důvodu, aby se ověřil vliv na RS. Převážná část měření byla provedena jen při použití testu o nižším kontrastu, neboť to lépe odpovídá typickým změnám jasu v terénu.



Obr. 1a, b, c

Velikost první největší třílinkové skupiny je 5,90 mm /měřeno na stereokomparátoru Zeiss 18x18 cm/. Vzdálenost středů dvou čar této první skupiny je 2,36 mm. Rozlišovací schopnost je definována jako převrácená hodnota vzdálenosti středů dvou čar.

$$\text{RS první největší skupiny : RS} = \frac{1}{2,36} \quad 0,424 \text{ č/mm}$$

RS jednotlivých skupinek testu roste geometrickou řadou o kvocientu $q = 1,12$; resp. s přírůstkem $\log q = 0,05$ v logaritmických jednotkách.

Rozsah rozlišovacího testu je uveden v tabulce 1.

TAB. 1

Řada / podskup.	-2	-1	0	+1
1	0,424	0,846	1,69	3,37
2	0,476	0,949	1,89	3,78
3	0,533	1,065	2,13	4,24
4	0,599	1,195	2,39	4,76
5	0,672	1,342	2,68	5,33
6	0,754	1,505	3,01	5,99

Vlastní měření RS bylo provedeno v n.p. Meopta Přerov ve VVZ 05. Pro měření byla použita aparatura skládající se ze :

1. světelného zdroje - projekční žárovka Tungstram 120 V, 120 W, zapojená přes proudový stabilizátor ,
2. rozptylového filtru - mléčné sklo ,
3. převodního filtru - pro převod na denní světlo o 5400 K ,
4. kolimátoru - ohnisková vzdálenost $f = 1943$ mm ,
5. zkušebního třílinkového testu - velikost 35x35 mm na kruhové skleněné destičce o $\varnothing 54$ mm - umístění v ohnisku kolimátoru ,
6. fotoaparátu Exakta Varex - s objektivem Tessar $f = 52,55 \pm 0,03$ mm. Přezkoušení f bylo provedeno v n.p. Meopta. Fotoaparát byl upevněn na posuvném pultu v soustruhové univerzální upínací hlavě za stativový šroub.

Celkové uspořádání aparatury bylo voleno tak, že celek, který tvořily světelný zdroj, rozptylný filtr, převodní filtr a zkušební test, byl upevněn na jednom konci kolimátorové trubice v optické ose a ohnisku kolimátorového objektivu. Paprskové trsy, vycházející z kolimátoru, kde f kolimátoru je nejméně 10x větší než f fotografického objektivu, jsou paralelní, takže zkušební test je zdánlivě v nekonečnu. V průběhu měření byla tato podmínka dodržena, objektiv Tessar, umístěný na druhém konci kolimátorové trubice - přibližně v optické ose kolimátoru, byl zaostřen na nekonečno. Úbytek osvětlení daného fotografického objektivu ke krajům zorného pole nebyl brán v úvahu, neboť zkušební obrazec se zobrazoval ve středu zorného pole.

3. Příprava negativního materiálu a způsob fotolaboratorního zpracování při zkouškách RS

Vzorky leteckých filmů Foma A 17, em. č. 90061-3, Aviphot PAN 30, em. č. 77022 062, Aviphot PAN 33, em. č. 77042 191, Aviphot PAN 36, em. č. 77051 192 byly v n.p. Fotochema rozřezány na šíři 35 mm, naperforovány a zaadjustovány do kinofilmových kazetek po cca 1,60 m. Expoziční zkoušky filmů byly vyvolány v jednotlivých zvolených vývojkách /receptura uvedena v tabulce 3/ ve vývojnici na kinofilm. Vliv jednotlivých lázní na RS byl ověřován ve vyvolávacím strojků s otočným vratným pohybem, zapůjčeném z VÚFCH Hradec Králové na vzorcích filmů 35x80 mm dle sensitometrické normy 66 6402 [5].

Receptura všech použitých lázní

Vývojka Chemikálie	B2	MH	G203	GP206	GP209	GP251	MLKe	FV29	ML	
									17	24
Metol	8,0	4,0	0,5	2,0	4,0	1,5	-	-	-	-
Na ₂ SO ₃ bzw.	125,0	30,0	50,0	100,0	65,0	25,0	50,0	100,0	50,0	50,0
Hydrochinon	-	1,0	5,0	4,0	10,0	6,0	15,0	5,0	2,0	2,0
Na ₂ CO ₃ bzw.	4,0	50,0	25,0	2,0	45,0	40,0	-	-	-	-
Borax	10,0	-	-	-	-	-	-	3,0	-	-
Kys. boritá	-	-	-	-	-	-	-	3,5	-	-
Kys. citrón.	-	-	2,0	-	-	-	-	-	-	-
NaOH	-	-	-	-	-	-	18,0	-	20,0	20,0
Fenidon	-	-	-	-	-	-	10,0	0,2	1,0	0,5
KBr	2,5	5,0	2,0	-	5,0	1,0	-	2,0	8,0	8,0
Na ₂ S ₂ O ₃	-	-	-	-	-	-	110,0	-	30,0	30,0
KAl(SO ₄) ₂	-	-	-	-	-	-	18,0	-	-	-
Vyvol. doba 20°C	16'	5'	8'	12'	4'	5'	3-5'	8-12'	10'	10'
pH naměř.	8,8	11,0	11,0	8,8	11,3	11,3	12,0	8,8	13,0	13,0

4. Vlastní provedení zkoušek

Nejprve byl do kolimátoru upevněn test o nižším kontrastu $\Delta D = 0,6$ a s ním byly provedeny expoziční zkoušky pro film Foma A 17 v expoziční řadě 2", 1", 1/2", 1/25", 1/50" a 1/100" při cloně 6,3 a 5,6. Jako optimální expozice pro tento materiál byla vybrána 1/50" při cloně 5,6. Současně bylo prověřováno zaostření kolimátoru při vybrané expozici. Jako optimální bylo vybráno zaostření 148,9 mm při cloně 5,6 /uvedené ve výtahu objektivu kolimátoru/ a s tímto zaostřením bylo pracováno po celou dobu zkoušek.

Pro všechny zbývající filmy byly provedeny expoziční zkoušky za stejných podmínek jako pro film Foma A 17. Výsledky expozičních zkoušek při kontrastu zkušebního textu $\Delta D = 0,6$ jsou uvedeny na obr. 2. Zvolené optimální expozice, s nimiž bylo dále pracováno :

TAB. 2

Film	optimální expozice	clona
Foma A 17	1/50	5,6
Aviphot PAN 30	1/100	5,6
Aviphot PAN 33	1/250	5,6
Aviphot PAN 36	1/250	5,6

Optimální expozice pro film Aviphot PAN 36 nezapadá dobře do řady citlivostí filmů, neboť tento film byl na konci své záruční lhůty.

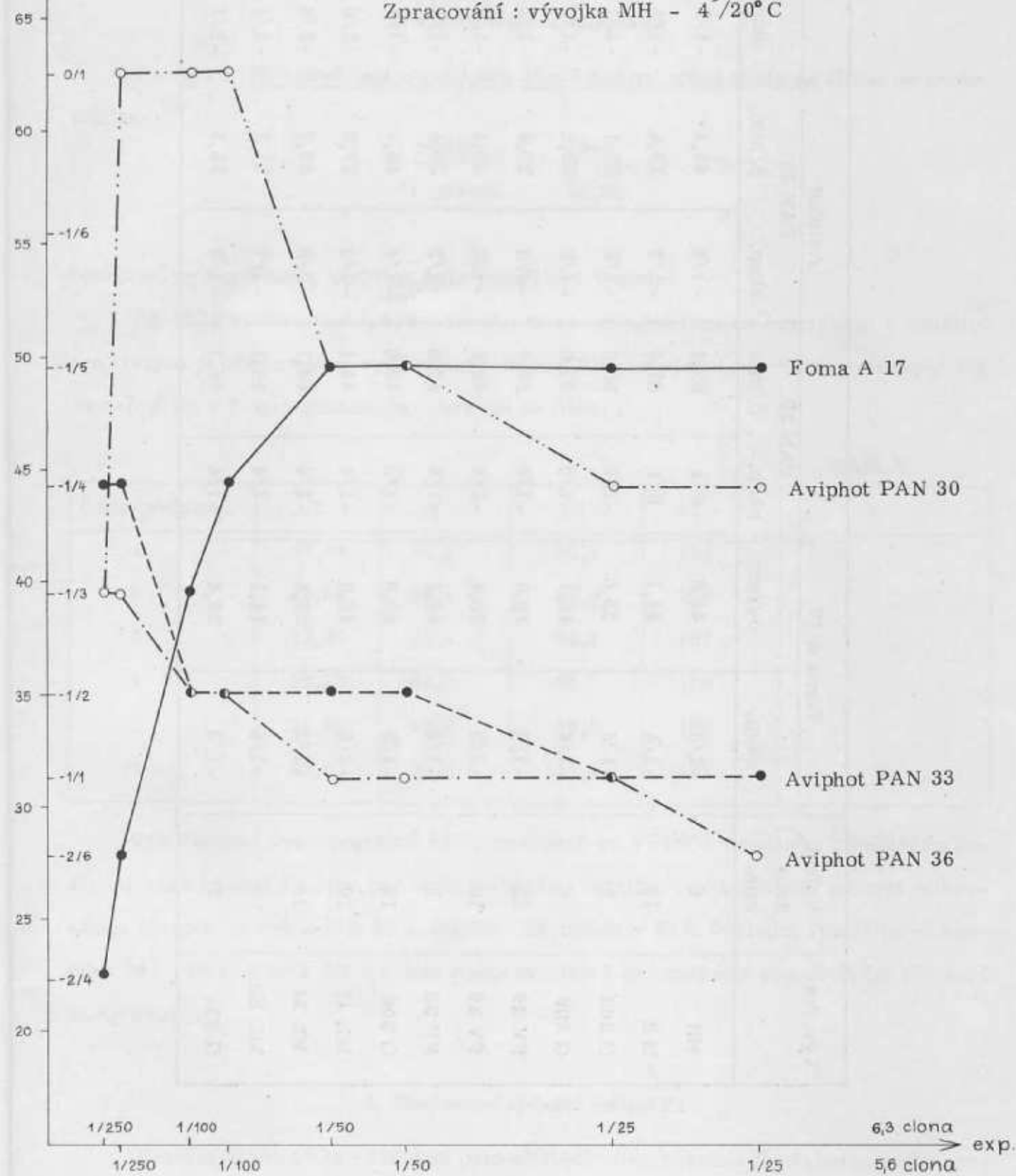
Všechny zkoušené filmy byly zpracovávány ve vývojkách uvedených v tabulce 3 tak, že filmy byly rozstříhány předem potmě na proužky 35x80 mm s předpokladem, že na každém proužku budou naexponovány minimálně dva testy. Vyvolávání proužků bylo prováděno v sensitometrickém vyvolávacím strojků tím způsobem, že všechny filmy byly vyvolány ve všech vývojkách. Přerušeni bylo provedeno ve 2 % CH_3COOH , ustálení 10 min. v ustalovači 250 g $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ + 25 g $\text{K}_2\text{S}_2\text{O}_8$ a praní 1/2 hod. v tekoucí vodě. Vzorky byly po opláchnutí v roztoku filmponu sušeny v sušící skříni. Naměřené výsledky jsou uvedeny přehledně v tabulce 4.

Pro posouzení rozdílu v RS při použití testu nízkého kontrastu $\Delta D = 0,6$ a vyššího kontrastu, byl zopakován postup expozičních zkoušek s testem o $\Delta D = 1,7$. Měřením bylo potvrzeno, že RS závisí přímo na kontrastu testu, RS byla vyšší u testu vyššího kontrastu. Pouze v případě nejméně citlivého filmu Foma A 17 rozdíl nebyl

S skupinka
mm testu

Obr. 2

Expoziční zkoušky při použití testu nízkého kontrastu
 $\Delta D = 0,6$ pro sledované letecké filmy.
 Zpracování : vývojka MH - $4\sqrt{20^\circ C}$



Vývojka	Volací doba min.	Forma A 17		Aviphot					
		skup.	č/mm	PAN 30		PAN 33		PAN 36	
				skup.	č/mm	skup.	č/mm	skup.	č/mm
MH	4	-1/5	49,6	0/1	62,4	-1/4	44,1	-1/3	39,6
B 2	16	-1/4	44,1	0/1	62,4	-1/3	39,4	-1/3	39,4
G 203	8	-1/6	55,6	-1/6	55,6	-1/2	35,1	-1/1	31,3
G 209	6	-1/4	44,1	-1/6	55,6	-1/2	35,1	-1/2	35,1
FV 29	12	-1/5	49,6	-1/6	55,6	-1/3	39,4	-1/2	35,1
FV 29	10	-1/3	39,4	-1/6	49,6	-1/2	35,1	-1/2	35,1
FV 29	8	-1/4	44,1	-1/5	49,6	-1/3	39,4	-1/1	31,3
G 206	16	-1/5	49,6	-1/5	49,6	-1/4	44,1	-1/1	31,3
ML 17	10	-1/5	49,6	-1/4	44,1	-2/6	27,8	-2/6	27,8
ML 24	10	-1/3	39,4	-1/4	44,1	-2/6	27,8	-2/6	27,8
ML Ke	5	-1/4	44,1	-1/4	44,1	-1/1	31,3	-1/1	31,3
G 251	7	-1/3	39,4	-1/4	44,1	-1/2	35,1	-1/1	31,3

zjištěn. Jak již bylo uvedeno, je pro posuzování RS k účelům měřického snímkování rozhodující právě nižší kontrast, což se projevuje i v požadavcích uživatelů leteckých snímků. Podrobné hodnoty z celého rozsahu měření RS obsahuje [8].

Ukázka naměřených hodnot je na obr. 3.

5. Vyhodnocení resolvogramů

Zkušební třílinkový test o velikosti 35x35 mm byl zobrazován na filmu se zmenšením

$$\frac{f \text{ kolim.}}{f \text{ objekt.}} = \frac{1943}{52,55} = 37x$$

Skutečná velikost testu na filmu byla menší než 1 mm.

RS třílinkového testu, zobrazeného na zkoušeném filmu v kombinaci s použitou aparaturou je přímo udána vynásobením hodnot RS v tabulce 1 poměrem zmenšení 37x. Skutečná RS v č/mm zkušebního obrazce na filmu :

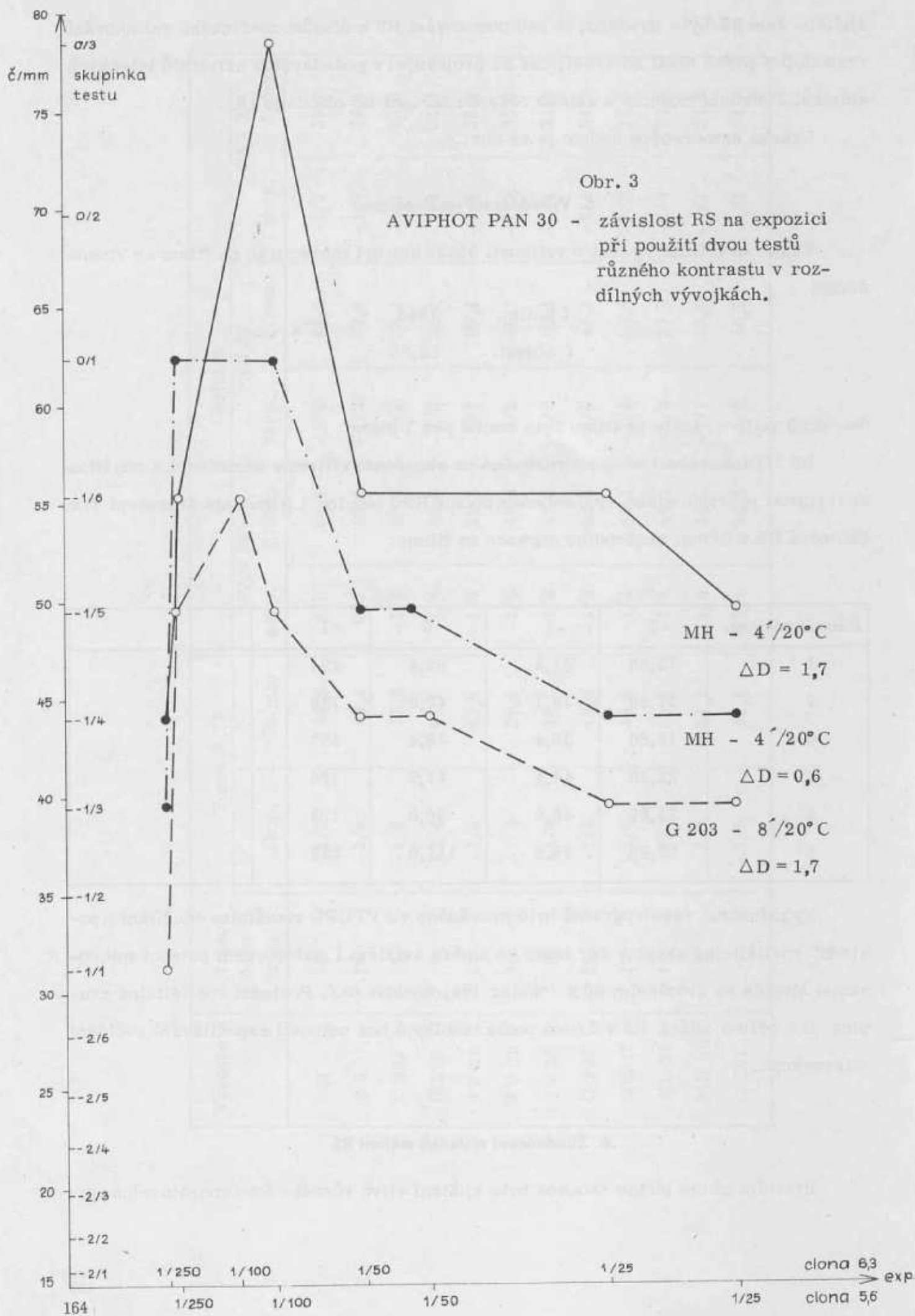
TAB. 5

Řada/podskup.	-2	-1	0	+1	
1	15,68	31,3	62,4	124	
2	17,60	35,1	69,8	139	
3	19,80	39,4	78,4	157	
4	22,20	44,1	87,7	176	
5	24,80	49,6	99,0	198	
6	27,80	55,6	111,0	222	

Vyhodnocení resolvogramů bylo prováděno ve VTOPÚ vizuálním odečítáním poslední rozlišitelné skupiny čar testu ve směru svislém i vodorovném pomocí mikroskopu Meopta se zvětšením 90 x /okulár 15x, objektiv 6x/. Poslední rozlišitelná skupina čar přímo udává RS v č/mm podle tabulky 5 bez nutnosti započítávání zvětšení mikroskopu.

6. Zhodnocení výsledků měření RS

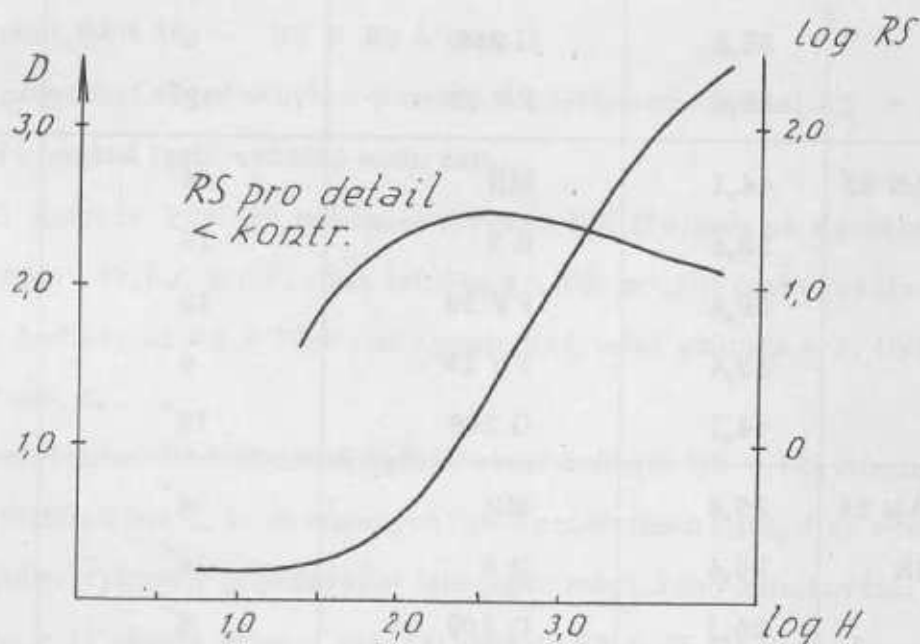
Hlavním cílem těchto zkoušek bylo zjištění vlivu různého fotolaboratorního zpra-



cování na RS při použití zkušební obrazce nízkého kontrastu. Z přehledné tabulky 4 vyplývá, že RS na typu zpracovatelské lázně sice závisí, ne však výrazně. Porovnání nejvyšších dosahovaných hodnot RS pro jednotlivé zkoušené filmy s dříve naměřenými hodnotami sensitometrickými je uvedeno v tabulce 6.

Vzhledem k tomu, že v n.p. Meopta v průběhu zkoušek nebylo možno měřit množství světla, vycházejícího z kolimátoru a dopadajícího na citlivou vrstvu měřeného filmu, není možné tedy přiřadit ani maximum RS k příslušné charakteristické křivce materiálu při daném zpracování.

Z literatury [1] je zřejmé, že maximální RS přísluší osvitům, náležejícím ke spodní rovinné části charakteristické křivky. Pro přímé získání charakteristické křivky fotomateriálu a křivky rozlišovací schopnosti současně je nutno mít k dispozici tzv. sensiresolvometrický klín [7], kde v každém políčku klínu je umístěn i obrazec pro zjištění RS. Takovéto klíny jsou ale velmi drahé, v ČSSR nejsou dostupné. Proměření sensiresolvometrického klínu jsou získány křivky, zobrazené na obr. 4.



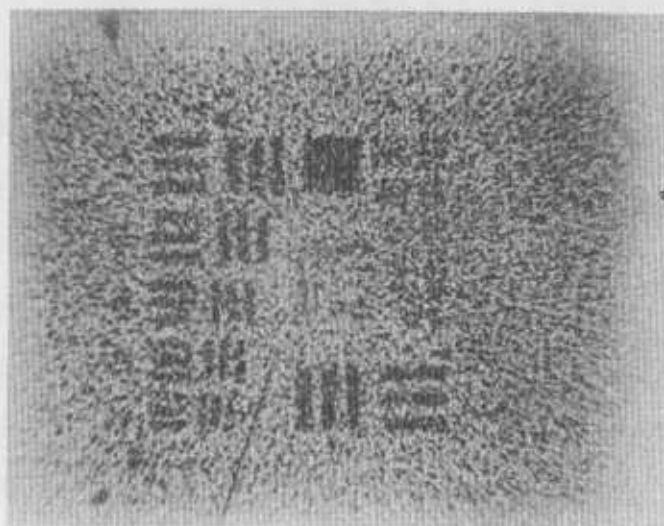
Obr. 4

Z tabulky 6 je zřejmá závislost citlivosti materiálu na hodnotě RS. Se stoupající citlivostí stoupá i zrnitost a klesá RS. Na dosažení maximálních RS u jednotlivých filmů se podílejí jak vývojky jemnozrné, měkčeji pracující, tak vývojky pracující

strměji /MH, GP203, GP209/. Pouze ustalující vývojky + monolázně vykazují hodnoty výrazně nižší. Zpracování fotomateriálu monolázní předpokládá bohatší expozici. Např. při použití testu o vyšším kontrastu $\Delta D = 1,7$ byla dosažena na materiálu Aviphot PAN 33 hodnota RS = 49,6 při 1/50, cloně 6,3 v ML Ke při 5"/20°C. Naproti tomu bylo na stejném materiálu při testu nízkého kontrastu při expozici 1/250, cloně 5,6 v ML 17 při 10"/20°C dosaženo RS pouze 27,8 č/mm. Poslední čitelná skupina 2/6. Ukázka je na obr. 5.

TAB. 6

Film	RS č/mm	Vývojka	Vyvol.doba 20°C	Strmost G
Foma A 17 17° DIN	49,6	MH	4"	1,80
	55,6	G 203	8"	1,90
	49,6	FV 29	12"	1,40
	49,6	G 206	16"	1,90
Aviphot PAN 30 20° DIN	62,4	MH	4"	1,50
	62,4	B 2	16"	1,12
	55,6	G 203	8"	1,55
	55,6	G 209	6"	1,61
	55,6	FV 29	12"	1,60
Aviphot PAN 33 24° DIN	44,1	MH	4"	1,30
	39,4	B 2	16"	0,95
	39,4	FV 29	12"	1,00
	39,4	FV 29	8"	0,85
	44,1	G 206	16"	1,27
Aviphot PAN 36 25 - 27° DIN	39,4	MH	4"	1,30
	39,4	B 2	16"	1,15
	35,1	G 209	6"	1,68
	35,1	FV 29	12"	1,40
	35,1	ML 24	10"	1,02



Obr. 5.

Mikrofotografie rozlišovacího testu kontrastu $\Delta D = 0,6$ na filmu Aviphot PAN 33, 1/250, clona 5,6, ML 17 při 10°/20 C /zvětšení mikrofotografie 50x/.

Na obr. 5 je zřetelná zrnitost materiálu.

U svých citlivějších materiálů Aviphot PAN 33 a 36 udává výrobce Agfa Gevaert [2] bez udání metody a typu zkušebního obrazce tyto hodnoty RS :

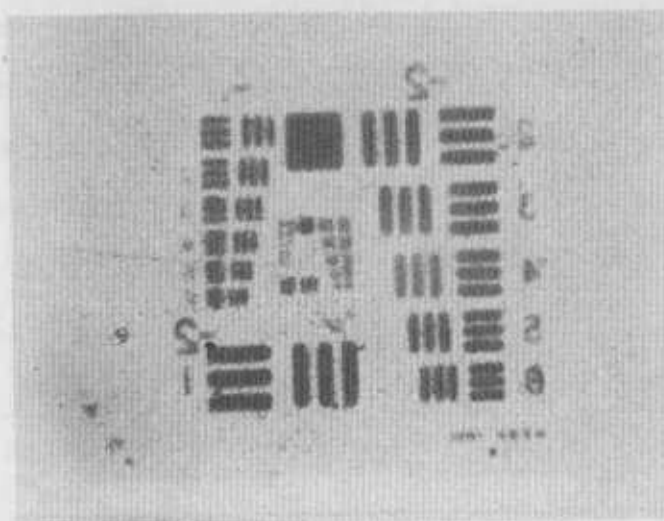
pro Aviphot PAN 33 - RS = 95 č/mm

pro Aviphot PAN 36 - RS = 80 č/mm.

Během provedení zkoušek byla u obou filmů zjištěna maximální RS = 49,6 č/mm [8], ovšem při použití testu vyššího kontrastu.

Materiál Aviphot PAN 30 vykazuje vysokou RS, zřejmou už z měření s testem nižšího kontrastu /62,4 č/mm/. /Viz tabulka 4/. Při použití testu vyššího kontrastu byly dosaženy hodnoty až RS = 78 č/mm - poslední čitelná skupina 0/3. Ukázka tohoto případu je na obr. 6.

V případě filmu Aviphot PAN 30 udává Agfa Gevaert hodnotu RS = 125 č/mm [2], rovněž bez udání bližších údajů. Ze zkoumaných filmů právě tento film, díky vysokým hodnotám RS, nejlépe vyhovuje požadavkům leteckého měřického snímkování. Tuzemský materiál Foma A 17 během měření vykázal hodnoty RS = 55,6 č/mm při použití testu jak vyššího, tak nižšího kontrastu. Výrobce Fotochema Hradec Králové v [3] hodnotu RS neudává, není tedy možnost srovnání.



Obr. 6

Mikrofotografie rozlišovacího testu na filmu Aviphot PAN 30, test o kontrastu $\Delta D = 1,7$, vývojka MH, $4\frac{1}{2}/20$ C, expozice 1/100, clona 5,6,

7. Závěr

Článek se svou problematikou výběru optimálního negativního materiálu a jeho zpracování ve vztahu k hodnotám RS snaží objasnit otázky, týkající se zlepšení kvality leteckých snímků.

Byla provedena porovnání tuzemského filmu Foma A 17 s materiály zahraničními, tj. filmy Aviphot PAN 30, 33, 36 firmy Agfa Gevaert. Z expozičních zkoušek vyplynulo, že nejvyšší RS je vázána pouze na optimální expozici. Je nutno vyvarovat se jak podexpozicí, tak přeexpozicí. Rovněž zpracování fotolaboratorní, ač neovlivňuje RS takovou měrou jako expozice, musí být prováděna optimálně pro daný typ materiálu.

LITERATURA

- [1] Brok : Fyzikální základy letecké fotografie, 1952
- [2] Aviphot - Filme - Platten, Papiere, Agfa Gevaert 1970
- [3] TPD-048-63 - Letecký film A, B, Fotochema 1963
- [4] Receptář lázní Foma, 1967
- [5] ČSN 66 6402 Sensitometrické zkoušení fotografických materiálů na průhledném podkladu, 1966
- [6] Builletin letecké fotografie, č. 11, 1966, VZS 031 Kbely
- [7] Novikov : Fyzičeskije osnovy aerometodov
- [8] Šimonová : Objektivizace fotolaboratorních prací při zpracování leteckých snímků, VTOPÚ 1970.

Došlo dne 28. 7. 1971

СОДЕРЖАНИЕ

Вагала: К проблематике геодезических сетей применяемых в качестве топогеодезического обеспечения боевых действий войск	1
Павлица: Автоматическое программирование в полевых геодезических частях	27
Кадлец: Опыт приобретенный на контрольных проверках передачи данных радиостанцией R-118 BM в геодезическом отряде	50
Цимбалик: К обработке единой астрономо-геодезической сети и базиса космической триангуляции	56
Невосад: Базис космической триангуляции и его значение для астрономо-геодезической сети	79
Фиксел: Использование астрономических величин в основной астрономо-геодезической сети	105
Душатко: Трансформация отклонений отвесов и высот геоида с эллипсоида Хейфорда на эллипсоид Красовского	125
Квасничка: Определение поправок Потсдамской гравиметрической системы по наблюдениям ИСЗ	138
Шимонова: Резольвотрия аэрофотоснимков в геодезических целях	156

I N H A L T

Vahala: Ein Beitrag zur Problematik der geodätischen Netze, die bei der topographischen Sicherung der Kampftätigkeit von Truppen benutzt werden	1
Pavlica: Die automatische Rechenprogrammierung bei den geodätischen Truppenteilen	27
Kadlec: Die Erfahrungen von den Testprüfungen der Datenübertragung mittels Radioferaschreibers R-118 BM bei einer geodätischen Abteilung	50
Cimbálik: Zur Bearbeitung des einheitlichen astronomisch-geodätischen Netzes und der Basis für die kosmische Triangulation	56
Nevosád: Die Basis für die kosmische Triangulation und ihre Bedeutung für das astronomisch-geodätische Netz	79
Fixel: Die Ausnützung der astronomischen Grössen in dem astronomisch-geodätischen Grundnetz	105
Dušátko: Die Transformation der Lotabweichungen und Geoidhöhen vom Hayford's Ellipsoid auf Ellipsoid Krassovski's	125
Kvasnička: Die Bestimmung der Korrektion des Potsdamer Schweresystems auf Grund der Satellitenbeobachtungen	138
Simonová: Resolvometrie der Luftfilme für die Zwecke des Vermessungswesens (der Vermessung)	156