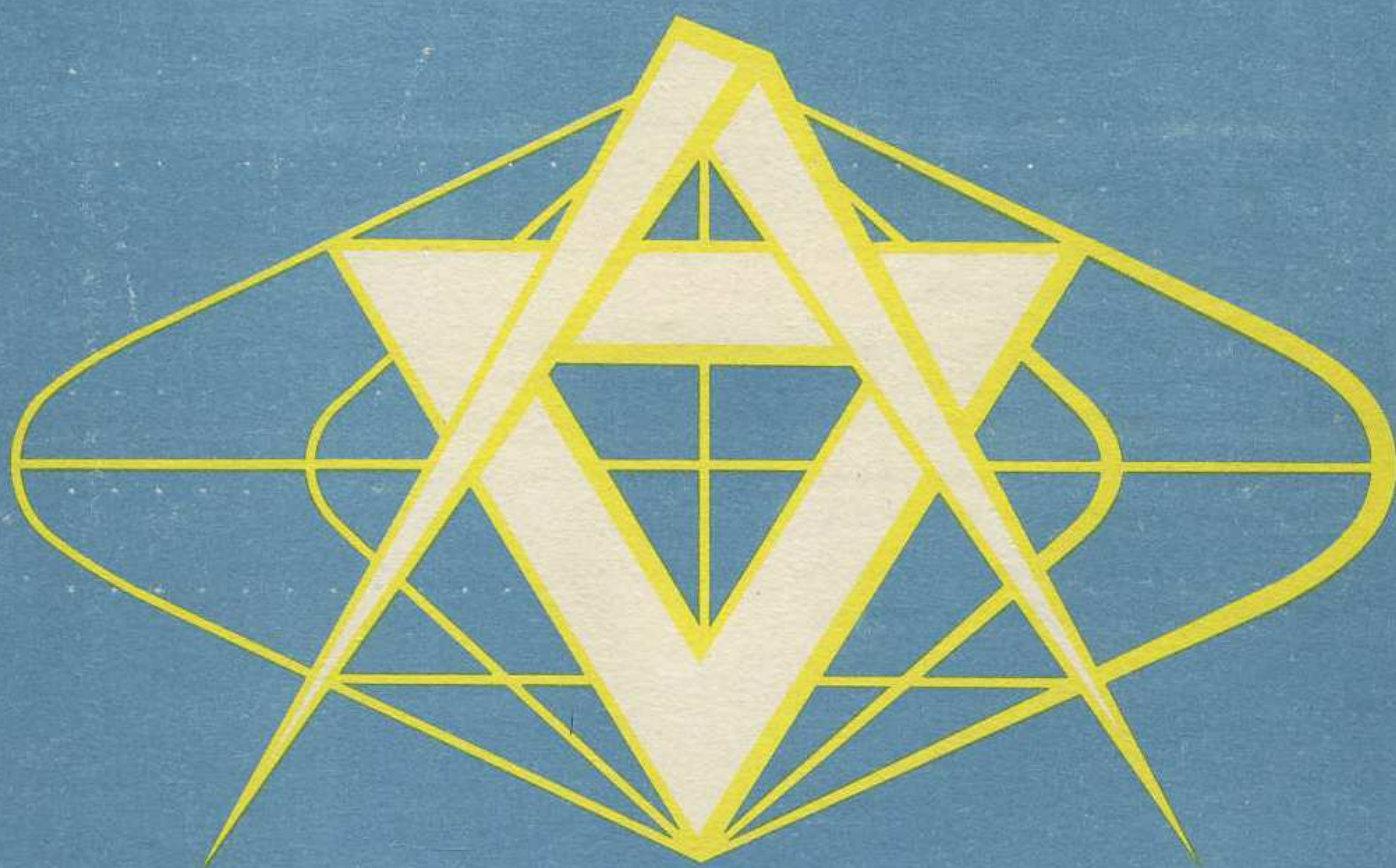


**SBORNÍK
TOPOGRAFICKÉ
SLUŽBY
MNO**



**VOJENSKÝ
TOPOGRAFICKÝ OBZOR**

2/76

O B S A H

	Strana
Doc. dr. ing. Jan Klíma: „Zjišťování přesnosti ^{vrstevnic} souřadnic “	1
<i>Recenzent: doc. ing. Lubomír Lauermann, CSc.</i>	
Doc. I. A. Kutuzov: „Současný stav a perspektivy rozvoje geodézie a kartografie v SSSR“	17
Plk. ing. Vladimír Vahala, CSc.: „Určení anomálií střední křivosti geoidu pomocí oskulačních elipsoidů“	26
<i>Recenzent: ing. Milan Burša, DrSc.</i>	
Ing. Milan Burša, DrSc.: „Terestrické souřadnicové systémy pevně spojené se zemským tělesem“	34
Pplk. ing. Jaroslav Prachař: „Určení geodetických souřadnic bodu z měřených směrů a délek vyrovnáním MNČ“	54
<i>Recenzent: ing. Jan Říkal</i>	
Ing. Jan Fixel, CSc.: „Využití metody výškové přímky při topografickém zabezpečení bojové činnosti vojsk“	71
<i>Recenzent: pplk. ing. Václav Horník</i>	
Mjr. ing. Drahomír Dušátko, ing. Petr Novák, Zdeněk Holub: „Určení úplné hodnoty tíhového zrychlení gravimetrem o velkém přímém rozsahu bez připojení na tíhový bod“	88
<i>Recenzent: ing. Jan Fixel, CSc.</i>	
Pplk. ing. Libor Filipský: „K problémům třírozměrné digitalizace topografických ploch“	94
<i>Recenzent: plk. ing. František Miklošik, CSc.</i>	
Čet. abs. dr. Petr Charvát: „Z nejstarších dějin zeměměřičství“	110
<i>Recenzent: pplk. ing. Vladimír Martinák, CSc.</i>	

Tímto článkem se redakční rada sborníku loučí se svým dlouholetým předsedou generálmajorem v zál., doc. dr. ing. Janem Klímou, který zesnul 16. listopadu 1975 ve věku 68 let.

Po řadu let, kdy stál v čele vojenské topografické služby ČSLA, měl vždy na zřeteli progresivní vývoj oboru geodézie a kartografie v ČSSR, vyvíjel maximální snahu k tomu, aby naše armáda byla dokonale zabezpečena geodetickými a kartografickými podklady, aby kvalita a produktivita vojenských měřických a kartograficko-reprodukčních prací byla zvyšována a stála na světové úrovni. Svou bohatou, iniciativní a průkopnickou odbornou i organizačorskou činností se zapsal do historie vojenské topografické služby ČSLA.

Dr. Ing. Jan Klíma

Zjišťování přesnosti vrstevnic

K získání názoru na kvalitu topografického zobrazení terénu se používá obecně asi od r. 1902 známá rovnice Koppeho, který první vyjádřil vztah mezi přesností výšky a úhlem sklonu mezi vrstevnicemi zobrazujícími terén v obecné formě

$$m_h = \pm (a + b \operatorname{tg} \alpha). \quad (1)$$

Koeficienty rovnice a , b byly určeny z vyhodnocení nového vyměřování v terénu při přísnějších požadavcích na přesnost a kvalitu ověřovacího měření.

V průběhu historie byl tento vztah ověřován mnoha autory; byl také různě upravován, např. Raabem a jinými do kvadratické formy [22]

$$m_h = \pm (a^2 + b^2 \operatorname{tg} \alpha). \quad (2)$$

Podobné zkušební měřické práce byly provedeny také ve vojenské topografické službě ČSLA [20].

Výsledky provedených zkušebních vyměřování poskytly však velmi nestejně

hodnoty koeficientů. Jednotliví autoři měli k tomu svá často značně odlišná odůvodnění; k jednotnému názoru na zdroj rozdílů se nedospělo.

Podle výsledků výzkumů byly také v jednotlivých státech upravovány požadavky na přesnost při mapování, jak ukazuje tabulka.

stát	mapové měřítko	požadavky na přesnost
Švýcarsko	1:10 000	$\pm / 1 + 3 \operatorname{tg} \alpha /$
Francie	1:20 000	$\pm / 0,4 + 3 \operatorname{tg} \alpha /$
Švýcarsko	1:25 000	$\pm / 1 + 7 \operatorname{tg} \alpha /$
Německo	1:25 000	$\pm / 0,8 + 12 \operatorname{tg} \alpha /$
ČSSR /20/	1:25 000	pro univerzální metodu $\pm / 1,2 + 8,8 \operatorname{tg} \alpha /$ pro smíšenou metodu $\pm / 1,1 + 8,7 \operatorname{tg} \alpha /$
ČSSR /21/	1:25 000	$\pm / 0,5 + 5,0 \operatorname{tg} \alpha /$ až $\pm / 1,1 + 8,7 \operatorname{tg} \alpha /$

Značná rozdílnost ve výsledcích výzkumu v požadavcích na přesnost svědčí o určité subjektivitě získaných výsledků.

Ze všech podobných zkušeností vyplynul logický závěr, že uvedené vztahy nemohou být konečným kritériem pro hodnocení přesnosti vrstevnic, resp. kvalit zobrazení terénu.

Jsou to však v současné době obecně přijatá kritéria, která v postačující míře umožňují posoudit přesnost topografického mapování.

S narůstajícím zájmem o objektivní posouzení nejen přesnosti, ale i morfologických kvalit topografických map byla v posledních letech různými autory, především Finsterwalderem, Schaefrem, Hoitzem a j. obrácena pozornost i k jiným aspektům charakteristiky vrstevnic.

Pro stanovení přesnosti a tvarové věrnosti zobrazení reliéfu terénu má základní význam posuzování průběhu vrstevnic jako prostorových křivek, spolu s hodnocením chyb, které se mohou přitom vyskytnout. Zkoumání vztahů v této oblasti se věnovalo několik autorů, zejména Linding, Hoitz, Finsterwalder aj. /5, 8, 14, 15, 16, 17/.

Přesnost vrstevnice jako prostorové křivky je charakterizována:

- 1/ chybou v poloze, jíž se rozumí posun ve směru spádnice mezi teoreticky přesnou a reálně zakreslenou vrstevnicí;
- 2/ chybou ve směru, která je definována úhlem mezi sečnami dvou soumězných bodů na teoretické a reálně zakreslené vrstevnici;
- 3/ chybou v křivosti, která je určena rozdílem mezi křivostí teoretické a reálně zakreslené vrstevnice;
- 4/ chybou ve výšce, která je způsobena chybou v poloze a je závislá na sklonu terénu.

Tyto chyby nemohou být chápány osamoceně; vzájemně se v jisté míře ovlivňují:

- chyba v poloze ovlivňuje chybu ve výšce a obráceně;
- chyba ve směru ovlivňuje chybu v poloze;
- chyba v křivosti zvětšuje chybu ve směru.

Z toho lze dedukovat, že primární chybou je chyba v poloze, protože má v různé míře vliv na velikost všech ostatních chyb.

Zvláštní pozornost je třeba věnovat sklonu terénu, který rovněž ovlivňuje jednotlivé chyby.

Případy, kdy by bylo možno jednoduše vyčíslit citované chyby podle uvedených zásad, budou však velmi řídké, především proto, že nebude k dispozici teoreticky přesná horizontála.

Pro praktické výpočty je nutno teoretickou horizontálu nahradit jinou srovnávací linií, maximálně se k ní přimykající. Provést nové přesnější vyměřování k jejímu určení by bylo ekonomicky dosti nákladné, kromě toho takový pokus by byl omezen na relativně malý prostor, zahrnující jen omezený počet terénních tvarů.

Teoretické závěry je však třeba ověřit na větším počtu případů. Možnost provést takové srovnání i když s omezeným stupněm přesnosti se například naskýtá tam, kde je provedeno původní topografické mapování téhož prostoru ve dvou různých měřítkách.

Vyšší přesnosti se přirozeně dosahuje při mapování ve větším měřítku zpravidla proto, že u většího měřítko mapování

- jednotka plochy obsahuje větší počet geodeticky určených bodů,
- chyby, které vznikají při použité mapovací metodě jsou zpravidla nižší u téže metody při mapování v měřítku větším,

- nelze zanedbat také to, že požadavky na přesnost stanovené předpisy jsou zpravidla přísnější pro větší měřítko.

Vždy musí být splněn požadavek, aby metoda topografického mapování byla v posuzované oblasti v obou měřítkách stejná. Předpokladem pro použití srovnávací metody je také domněnka, že v obou měřítkách mají stejné nebo alespoň přibližně stejné hodnoty chyby, které vznikají

- při určování všech druhů geodetických bodů,
- použitou metodou topografického mapování,
- v důsledku kartografického zpracování,
- reprodukčním procesem,
- technickou manipulací s tiskovými podklady a s mapovými listy.

U nás, vzhledem k tomu, že na území ČSSR je provedeno původní mapování v měřítku 1:25 000 i v měřítku 1:10 000, lze za uvedených podmínek za srovnávací základnu zvolit např. měřítko 1:10 000 a k němu vztahovat průběh linií v měřítku 1:25 000. Pro větší názornost bude třeba srovnávací linii, v tomto případě horizontálu H , rektifikovat. Rektifikace předpokládá nahrazení malých obloučků křivky úsečkami, totéž se pak projeví i na srovnávané horizontále H' .

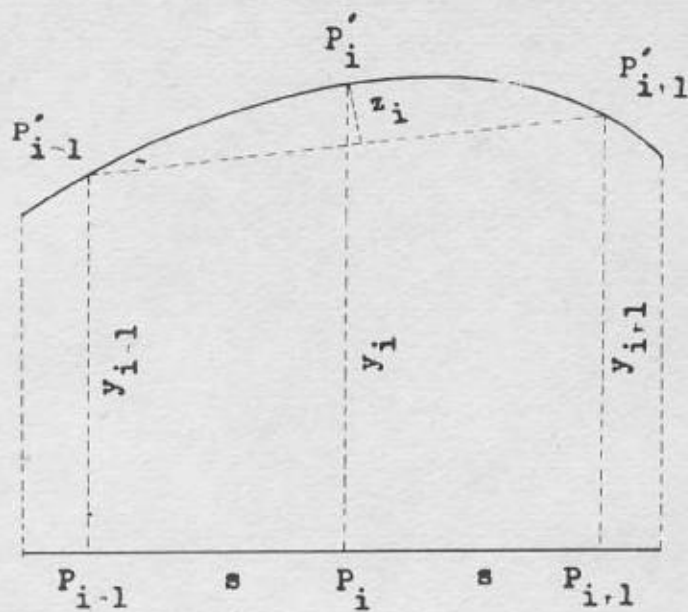
Vztah srovnávací a srovnávané horizontály lze obecně vyjádřit rovnicí

$$H' = H(s, y) = f(s, y), \quad (3)$$

v níž s jsou úsečky, y pořadnice křivky /obr. 1/.

Srovnávanou horizontálu H lze v tomto případě pokládat za zobrazení křivky chyb srovnávané horizontály, která může být využita k posouzení tvarové přesnosti zobrazení terénních tvarů.

Porovnání provedená v širším prostorovém rozsahu mohou podat poměrně kvalifikovaný obraz o vzájemných vztazích a dosahované přesnosti topografického mapování v obou mapových měřítkách. Rovnice (3) křivky H' je známa jen v obecné formě; bylo by ji možné konkrétně určit z úseček s_i srovnávací horizontály H a pořadnic y_i srovnávané horizontály H' k úsečkám s_i příslušejícím. Vzhledem k rektifikaci srovnávací horizontály H a vztahem k srovnávané horizontále H' lze v tomto případě odvodit přibližné hodnoty chyb /viz obr. 1/.



Obr. 1

- 1/ Chyba v poloze m_{y_i} je konkretizována pořadnicemi y_i v bodě P_i rektifikované horizontály H a z jejího vztahu k srovnávané horizontále H' . Protože však rektifikace srovnávací horizontály H zahrnuje i chybu v poloze této horizontály, představují pořadnice y_i rozdíl mezi chybou v poloze obou horizontál, srovnávací H a srovnávané H' . V důsledku toho všechny další chyby, pokud k jejich zjištění je používáno pořadnice y_i , budou tímto rozdílem částečně ovlivněny.
- 2/ Chyba ve směru m_{φ_i} je rovna směrnici tečny v bodě P'_i na srovnávané horizontále H' . Lze ji vyjádřit vztahem $m_{\varphi_i} = f/s, y$. Jde-li o výpočet směrnice tečny v bodě P'_i z geometrického znázornění křivky H , lze ji přibližně odvodit ze sousedních souměrných bodů P'_{i-1} , P'_{i+1} výrazem

$$m_{\varphi_i} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2s}, \quad (4)$$

v němž hodnoty s, y_{i+1}, y_{i-1} jsou známé.

- 3/ Chyba v křivosti m_{κ_i} . Vzhledem k rektifikaci srovnávací horizontály H existuje předpoklad, že její křivost je ve všech bodech rovna nule; pak chyba v křivosti srovnávané horizontály H' za předpokladu stejnoměrného, relativně malého zakřivení křivky v daném intervalu je dána hodnotou

$$z_i = \frac{s^2}{2R_i} \quad \kappa_i = \frac{1}{R_i} = \frac{2z_i}{s^2}. \quad (5)$$

Protože
$$z_i = y_i - \frac{1}{2} (y_{i+1} + y_{i-1}),$$

lze rovnici (5) upravit na tvar

$$\varkappa_i = \frac{(y_i - y_{i-1}) - (y_{i+1} - y_i)}{s^2}. \quad (6)$$

Jestliže křivost mezi body P'_{i-1} a P'_{i+1} není stejnoměrná, bude chyba v křivosti v jisté míře závislá také na úsečkách \underline{s} . Proto je nutné, aby rektifikační úsečky s_i byly dostatečně malé.

Hodnotu křivosti v této formě lze však vyjádřit jen u regulárních terénních tvarů; vyskytnou-li se singulární terénní tvary, nelze chybu v křivosti vyjádřit; křivost má na nich nekonečnou hodnotu. Geometricky lze chybu v křivosti znázornit výškou oblouku z_i nad spojnicí bodů P_{i-1} , P_{i+1} /obr. 1/.

4/ Chyba ve výšce m_{h_i} je změna výšky způsobená chybou v poloze vzhledem ke sklonu v uvažovaném bodě P_i . Lze ji vyjádřit vztahem $m_{h_i} = y_i \cdot \operatorname{tg} \alpha_i$. (7)

Tato chyba se nedá přímo odvodit z geometrie srovnávaných horizontál. Je nutno zdůraznit, že posuzované chyby mohou být získány nikoliv z diferenciálních veličin, nýbrž jen z malých konečných veličin; proto také výsledky mohou podávat jen přibližné hodnoty.

K získání vztahu uvedených chyb k úhlu sklonu terénu použil Linding [14] poučky o závislosti křivosti normálního řezu \varkappa_N a křivosti \varkappa řezu skloněného k normále plochy o úhel δ ; křivost normálního řezu je vyjádřena rovnicí

$$\varkappa_N = \varkappa \cos \delta. \quad (8)$$

V aplikaci na sledovaný případ je úhel δ doplňkovým úhlem k úhlu sklonu terénu α , takže rovnici (8) lze převést na přibližný tvar

$$\varkappa = \varkappa_N \operatorname{cosec} \alpha. \quad (9)$$

Rovnice vyjadřuje, že úhel sklonu terénu ovlivňuje chybu v křivosti. Pro malé úhly nepřesahující 15° lze přibližně položit

$$\operatorname{cosec} \alpha \cong \operatorname{cotg} \alpha.$$

Chyba tím vzniklá nepřesáhne 3 %, což lze tolerovat. Vzhledem k nepřesnostem v určení sklonu terénu z mapy lze pak rovnici (9) upravit na tvar

$$\varkappa_i \doteq \varkappa_{N_i} \operatorname{cotg} \alpha_i. \quad (10)$$

Je nutno proto připustit, že v určitých stejných geomorfologických podmínkách bude mít křivost vždy tutéž hodnotu, která bude ovlivněna převážně vztahem vyplývajícím z rovnice (10).

Je také účelné připomenout vztah křivosti k poloměru křivosti, který je dán vztahem

$$R_i = \frac{1}{\kappa_i} \quad (11)$$

Aby bylo možno utvořit si přesnější názor o správnosti uvedených úvah, bylo využito skutečnosti, že na území ČSSR bylo provedeno původní mapování v měřítku 1:25 000 i v měřítku 1:10 000. K porovnání byly vybrány 2 listy mapy měřítka 1:10 000 a to M-33-100-A-a-1, M-33-100-A-a-3 a jim odpovídající část mapy měřítka 1:25 000. Uvedené mapové listy byly všechny zpracovány kombinovanou metodou, takže s určitou nezbytnou licencí lze předpokládat, že charakter chyb v obou mapovaných měřítkách bude přibližně stejný.

Ve vybraném prostoru jde o typ reliéfu erozně denudačního, pahorkatinného charakteru v oblasti erozně a tektonicky porušené paroviny, největší převýšení dosahuje zhruba 160 m, maximální sklon terénu nepřesahuje 60°; je sporadicky zalesněn.

Vzhledem ke sledované materii byly využity pouze kartografické podklady se zákresy vrstevnic. Pro srovnání mohly však být využity pouze 10m vrstevnice; přebytečné vrstevnice byly na tiskových podkladech vykryty. Vrstevnice z měřítka 1:10 000 byly pak zmenšeny do měřítka 1:25 000. Bylo tam možno vyhnout se eventuálním chybám, které by mohly vzniknout jejich překreslováním. Diference, které vznikly při montáži, byly rovnoměrně rozděleny.

Na soutisku /obr. 2/ jsou vrstevnice z měř. 1:25 000 vytištěny modrou barvou, vrstevnice z měř. 1:10 000 červenou barvou. Vzniklý obraz nelze pokládat za výjimečný. Kdyby byly naprosto přesně dodrženy všechny podmínky mapování, neměly by vzniknout žádné rozdíly. Diference, které reálně vznikají mezi vrstevnicemi týchž hodnot, je možné pokládat za chyby vrstevnic v měřítku 1:25 000 oproti měř. 1:10 000, přičemž jsou absolutizovány vrstevnice znázorněné v měřítku větším. Odůvodnění bylo uvedeno v předchozím textu.

Dalo by se očekávat, že vzájemný průběh jednotlivé srovnávané vrstevnice bude kolísat, že tedy srovnávaná vrstevnice bude přecházet ve více a méně pravidelných intervalech z jedné strany na druhou a bude tak vytvářet jakousi vlnovku. S takovým průběhem počítá např. Förstner [6], který průběh srovnávané horizon-

tály nahrazuje křivkou tvaru

$$y = a \sin \frac{\pi}{b} x \quad (12)$$

v níž a, b jsou parametry sinusoidy pokusně určené.

V některých prostorech obrazu (2) tomu tak přibližně je; takový průběh svědčí o tom, že vyskytující se chyby jsou nahodilého charakteru. V mnohých prostorech však srovnávaná vrstevnice probíhá v dlouhých úsecích jen po jedné straně srovnávací vrstevnice, což ukazuje na výskyt systematických chyb.

Z chyb, které jsou uvedeny v odst. 1 - 4 na str. 3 ovlivňují systematické chyby chybu v poloze /1/ a chybu ve výšce /4/. Výpočet chyb ve směru /2/ a křivosti /3/ není systematickými chybami ovlivněn. Pro výpočet konkrétních chyb /1/ až /4/ byla vybrána vrstevnice 500 m, která probíhá v severozápadní části mapového listu ve svažitém terénu i v údolí.

Na obr. 3 je zmenšený obraz obou vrstevnic, a sice základní - srovnávací /z měř. 1:10 000/ silnou čarou, a srovnávané /z měř. 1:25 000/ slabou čarou. Rektifikace srovnávací vrstevnice v celkové délce 1250 m byla provedena po 5m úsečkách, vzniklé diference byly vyneseny jako její pořadnice. Na obr. 4 čára α , která je rektifikovaným zobrazením srovnávané vrstevnice, vyjadřuje v podstatě křivku chyb v poloze. Kromě toho byl ve všech bodech úseček rektifikované vrstevnice odečten sklon terénu /na obr. 4 čára b /.

Z průběhu čáry α je patrné, že převážná její část probíhá nad srovnávanou vrstevnicí a je proto ovlivněna systematickou chybou; hodnota systematické chyby pak činí -1,7 m. Při dalším zkoumání je zřejmé, že ani po odstranění této systematické chyby není průběh dostatečně sourodý; velikost systematické chyby výrazně ovlivňuje úsek mezi úsečkami 109 - 114.

Zdroje systematických chyb by vyžadovaly samostatný hlubší rozbor. Je v nich obsažen např. i podíl z rozdílného výškového normálu map 1:25 000 a 1:10 000. Nadmořské výšky v mapách 1:10 000 jsou o 0,28 m vyšší než v mapách měř. 1:25 000, což se projeví v daném případě v rozdílech polohy identických vrstevnic, zejména v údolních tvarech.

V tomto úseku, který probíhá v oblouku údolí, se zjišťují pořadnice y_i a rovněž i sklon terénu poměrně obtížně, s menší přesností a projeví se také větší roz-

díl v poloze identických vrstevnic, vyplývající z rozdílného výškového normálu obou mapových děl. Vypustí-li se zmíněný úsek, lze v levé větší části určit systematickou chybu o hodnotě 1,2 m, v druhé menší části o hodnotě 1,5 m; po této redukci jeví se průběh čáry a mnohem pravidelnější.

Při vizuálním porovnání křivky a chyb v poloze s křivkou sklonu terénu lze usuzovat na určitou - algebraicky nevyjádřenou závislost chyb v poloze sklonu terénu.

Další křivka c v obr. 4 znázorňuje průběh chyby v křivosti podél celé rektifikované vrstevnice. Závislost chyby v křivosti na sklonu terénu, na kterou ukazuje rovnice (10) není při pouhém vizuálním srovnání nijak výrazně patrna.

V tabulce 1 jsou na ukázkou na 50 bodech z celkového počtu 250 bodů uvedeny hodnoty pořadnic y_i srovnávané vrstevnice, což jsou v podstatě chyby v poloze /ve sloupci 2/, sloupec 3 obsahuje pořadnice γ_i redukované, dále jsou uvedeny vypočtené hodnoty chyb ve směru /sloupec 4/, v křivosti /sloupec 5/ a ve výšce /sloupec 6/. V další tabulce jsou uvedeny průměrné hodnoty vypočtených chyb /1 až 4/ seřazené podle sklonu terénu po 1° do 7 skupin.

I když z obou tabulek a z grafů nelze přímo potvrdit závislost jednotlivých druhů chyb na sklonu terénu, nelze tento názor také zamítnout z toho důvodu, že pokus o aplikaci této metody pouze na jedné, nahodile vybrané vrstevnici nemůže postačovat ke zdůvodněnému závěru. Linding [15] a také Finsterwalder [5] upozorňují na poměrně značné změny vypočtených hodnot, použije-li se k výpočtům příslušné váhy, vycházející z úhlu sklonu terénu, což v druhém pokusu provedeno není.

K matematickému potvrzení uvedených vztahů by bylo potřeba provést výpočetní a grafické práce na mnohem větším územním rozsahu s různými typy terénu a o větším počtu případů. Takový úkol je velmi rozsáhlý, bylo by k němu potřeba použít počítače, k čemuž možnosti pisatele nepostačují.

Uvedená nová metoda hodnocení přesnosti znázornění terénu umožňuje nesporně objektivnější hodnocení přesnosti topografického mapování, než při použití rovnic Koppeho, Raaba apod.

Nevýhoda této metody spočívá v nesnadné volbě základní - srovnávací - horizontály, a v potřebě relativně značného množství výpočtů, které se neobejde bez

použití počítače. Nová metoda může však najít aplikaci i v oblasti informační.

Na terénní tvar /objekt/ z hlediska informačního lze nahlížet jako na zdroj charakteristik, umožňujících kvantitativní vymezení, nebo umožňujících stanovit, zda určitý znak nebo charakteristika se vyskytuje nebo chybí-li. V takovém případě je možno charakteristiky reliéfu pokládat za proměnné, které lze uspořádat do posloupnosti

$$a_{x_{1a}}, b_{x_{2b}} \dots i_{x_{nk}} \quad (13)$$

kde x_{ik} značí hodnotu i -té charakteristiky a k číslo charakteristiky. Výraz (13) je v podstatě kód, v němž jsou obsaženy dostupné hodnoty každého symbolu x_i .

Podle souhlasu nebo rozdílu v kódu lze určit rozdělení souboru objektů /terénních tvarů/ na třídy nebo druhy.

Geometrickou interpretaci této závislosti lze reprodukovat tak, že každou charakteristiku lze vyjádřit jako souřadnici, čímž se získá soubor charakteristik Q .

Objekt /terénní tvar/, který má určité množství charakteristik podle kódu /13/, se zobrazí v rozsahu souboru Q bodem.

Jeden druh /třída/ se bude od druhého v souboru Q rozlišovat některými kritickými hodnotami charakteristik.

Při realizaci kódu je nutno vypustit podřadné detaily, aby vystoupily základní charakteristiky. Tyto mohou být dále zhušťovány nebo generalizací redukovány, je však třeba vymežit únosnou míru takového postupu. Takové generelní vymezení rozsahu druhu /třídy/ a k němu příslušející klasifikaci lze označit za předběžnou. Přesná klasifikace se určí v procesu speciálního průzkumu, kdy se vyhledávají přesné hodnoty charakteristik a určují hranice oblastí.

Do jednoho druhu /třídy/ lze soustředit jen objekty /terénní tvary/, které vyvolávají stejné chování subjektu.

Pro konstrukci kódu lze použít jako velmi výraznou jednotnou charakteristiku terénních tvarů v každém jejich bodě křivost, resp. její reverzní hodnotu - poloměr křivosti.

Při rozdělení na druhy /třídy/ v příslušných měřítkových řadách by bylo účelné řadit je do rámce

a/ mikroreliéfu, kam by měly být zahrnuty terénní tvary, s nimiž se operu-

je v rámci teorie topografie; v rámci vojenského použití sem patří terénní tvary taktického významu,

b/ mikroreliéfu, kam by bylo vhodné zařadit terénní tvary, s nimiž se operuje v rámci teorie geografie; v rámci vojenského použití jde o terénní tvary operačního významu.

Je zřejmé, že zde jde pouze o zcela povšechnou charakteristiku klasifikace; rozpracování by vyžadovalo značné teoretické i praktické úsilí. Postup Lindingův nebo Forstnerův by po určité úpravě umožňoval výhodné využití i při digitalizaci vrstevnic. Zároveň by bylo možné - po přijetí základních dohodnutých zásad klasifikace - aby digitalizátor podle vloženého programu sám určil příslušný kód terénního tvaru.

Celá tato materie je značně rozlehlá, není však doposud koncepčně v dostatečné míře rozpracována. Aby oblast digitalizace reliéfu terénu mohla být rozsáhle realizována a sloužila řešení konkrétních reálných úloh, bude nutné se jí zabývat podrobněji.

Článek nechtěl podrobně vyčerpat celou problematiku, nýbrž pouze upozornit na nové směry v hodnocení přesnosti topografického mapování a ukázat, jak by bylo možno metodu využít i v oblasti digitalizace reliéfu terénu.

Tabulka 1

Poř. čís.	Y_i	$Y_{i_{red}}$	m_{φ_i}	m_{n_i}	m_{n_i}	$tg\alpha_i$
jednotky	m	m	obl.m	m ⁻¹	cm	-
1	2	3	4	5	6	7
1	+2,1	+0,9	-	84	-	-
2	+2,1	+0,9	0,09	48	-	-
3	+3,0	+1,8	-	-	-	-
4	+2,1	+0,9	0,01	68	-	-
5	+2,9	+1,7	0,10	24	15	0,0855
6	+3,1	+1,9	0,06	40	16	0,0855
7	+2,3	+1,1	0,31	60	9	0,0847
8	-	-1,2	0,23	92	10	0,0855
9	-	-1,2	-	-	10	0,0840
10	-	-1,2	0,02	8	10	0,0813
11	-0,2	-1,4	0,11	28	9	0,0763
12	-1,1	-2,3	0,14	16	15	0,0662
13	-1,6	-2,8	0,02	28	17	0,0613
14	-1,3	-2,5	0,16	40	15	0,0606
15	-	-1,2	0,11	44	7	0,0606
16	+0,2	-1,0	0,12	64	7	0,0667
17	-1,2	-2,4	0,17	28	20	0,0833
18	-1,9	-3,1	0,12	104	20	0,0629
19	-	-1,2	0,07	84	8	0,0645
20	-2,6	-1,4	0,13	552	11	0,0787
21	-1,3	-2,5	0,25	92	15	0,0588
22	-0,1	-1,3	0,13	49	8	0,0645
23	-	-1,2	0,10	40	7	0,0625
24	+1,1	-0,1	0,22	-	1	0,0833
25	+2,2	+1,0	0,11	132	8	0,0752
26	-	-1,2	0,04	15	9	0,0740

Poř. čís.	Y_i	$Y_{i,red}$	m_{φ_i}	m_{α_i}	m_{h_i}	$tg\alpha_i$
jednotky	m	m	obl.m	m ⁻¹	cm	-
1	2	3	4	5	6	7
27	-1,8	-3,0	0,18	72	24	0,0800
28	-1,8	-3,0	0,01	4	26	0,0877
29	-1,7	-2,9	0,18	64	32	0,1176
30	-	-1,2	0,15	60	12	0,10310
31	+3,2	+2,0	0,32	128	20	0,10000
32	+3,2	+2,0	0,11	44	16	0,0813
33	+2,1	+0,9	0,11	44	7	0,0740
34	+2,1	+0,9	0,10	40	6	0,0714
35	+1,1	-0,1	0,13	28	1	0,0676
36	+0,8	-0,4	0,08	56	3	0,0606
37	+1,9	+0,7	0,11	44	4	0,0513
38	+1,9	+0,7	-	-	3	0,0431
39	+1,9	+0,7	0,22	88	3	0,0325
40	+4,1	+2,9	0,11	132	10	0,0325
41	+3,0	+1,8	0,09	124	8	0,0417
42	+5,0	+3,8	0,30	40	17	0,0458
43	+6,0	+4,8	0,04	64	22	0,0505
44	+5,4	+4,2	0,22	40	24	0,0588
45	+3,8	+2,6	0,25	28	15	0,0588
46	+2,9	+1,7	0,09	36	14	0,0833
47	+2,9	+1,7	0,11	44	13	0,0769
48	+1,8	+0,6	-	88	5	0,0847
49	+2,9	+1,7	0,19	12	16	0,0952
50	+3,7	+2,5	0,11	20	21	0,0833
51	+4,0					
až						
250						

Tabulka 2.

Skupina		počet	Průměrné hodnoty					
			Y_i	$Y_{i,red}$	m_{φ_i}	m_{α_i}	m_{n_i}	$tg \alpha_i$
		jednotky	m	m	obl.m	m ⁻¹	cm	
		1	2	3	4	5	6	7
1	1° - 2°	25	2,00	1,75	2,78	70,0	5,9	0,03162
2	2° - 3°	54	2,46	2,25	2,50	107,3	10,3	0,04413
3	3° - 4°	60	2,0	2,1	1,1	43,9	13,0	0,06212
4	4° - 5°	51	1,7	1,5	1,4	55,0	11,8	0,07783
5	5° - 6°	26	2,0	1,5	1,4	58,0	5,8	0,09324
6	6° - 7°	11	2,0	1,2	1,2	36,6	14,5	0,11494
7	7° - 8°	7	3,1	1,6	0,9	25,7	23,5	0,12987
8	8° - 9°	3	2,3	1,1	1,8	54,5	16,7	0,14706

L i t e r a t u r a

- [1] Appelt G.: Zur Genauigkeit der topographischen Karte 1:50 000. Allgem. Verm. Nachrichten 1966 /dále jen zkratka AVN/.
- [2] Bartsch E.: Zum Formtreue in Karten. Kartographische Nachrichten, 1966 /dále jen zkratka KN/.
- [3] Finsterwalder R.: Topographie und Morphologie. Die Höhenschichten in den Massstäben 1:25 000, 1:50 000. Zeitschrift für Vermessungskunde 1939. /dále jen zkratka ZfV/.
- [4] Finsterwalder R.: Photogrammetrische Höhenschichtlinien, AVN 1966.
- [5] Finsterwalder R.: Schichtlinienprüfung Vercors 2, ZfV 1957.
- [6] Förstner R.: Schichtlinienfehler, ZfV 1957.
- [7] Gronwald W.: Über die Geländedarstellung in topograph. Karten, ZfV 1940.
- [8] Hoitz H.: Ein Vorschlag für die einheitliche Deutung der Schichtlinienfehler, ZfV, 1957.
- [9] Idler R.: Beitrag zur Genauigkeit topograph. Karten, ZfV 1942.
- [10] Imhof E.: Generalisierung der Höhenkurven. Pertermanns Geogr. Mitteilungen, 1957.
- [11] Jordan-Eggert: Handbuch der Vermessungskunde, III. d. 1956.
- [12] Katzenberger: Die neue topograph. Karte in Bayern. ZfV 1963.
- [13] Koppe C.: Die neue Landeskarte des Herzogstums Braunschweig, ZfV 1902.
- [14] Linding G.: Neue Methoden der Schichtlinienprüfung. ZfV 1956.
- [15] Linding G.: Über die Ermittlung der Geländegenauigkeit aus Schichtlinien. ZfV 1956.
- [16] Linding G.: Ermittlung der Koppeschen Formel über den Lagefehler. AVN 1956.
- [17] Linding G.: Ein neuer Weg zur Bestimmung des Höhenfehlers nach Koppe. AVN 1956.
- [18] Merkel H.: Beitrag zur Genauigkeitsfrage topograph. Karten. ZfV 1957.
- [19] Pehnack M.: Prüfung neuer Messtischblätter 1:25 000 auf ihre Genauigkeit. Mitteilungen d. Reichsamt für Landesaufnahme, 1937.

- [20] Srnka, Severa, Batěk, Kočenda: Studium přesnosti topografických map 1:25 000. Výzkumná zpráva 1957.
- [21] Pavlica, Červinka: Studium stanovení mezí přesnosti topografických map měř. 1:25 000, Vojenský topografický obzor 1958.
- [22] Raab K. O.: Kritik der Fehlergrenzen für die Oberflächendarstellung in topograph. Karten. AVN 1935.
- [23] Schaefer A.: Genauigkeitsuntersuchungen topograph. Geländeaufnahmen. Mitteilungen d. Reichsamt für Landesaufnahme, 1944.
- [24] Schmidt P. E.: Die Schichtliniengenauigkeit der top. Karte 1:5000, AVN 1954.
- [25] Sokolovskaja J. E.: K voprosu o dopustimoj veličine ošibok vysot na topograf. planach masštabov 1:5000 a 1:2000. Geodezija i kartografija, 1957.
- [26] Sokolov M. N.: Trebovanija k točnosti top. kart i top. sjomok v masštabach 1:2000, 1:5000, 1:10 000. Geodezija i kartografija 1958.
- [27] Thum E. T.: Zur Untersuchung der Genauigkeit der top. Karte 1:25 000. Vermessungstechnik 1959.

Došlo dne 15. 4. 1975

Současný stav a perspektivy rozvoje geodézie a kartografie v SSSR

Geodetické a topografické práce

Geodetické práce se provádějí v SSSR co do rozsahu na celém území a co do obsahu od řešení vědeckých úkolů /upřesnění údajů o tvaru a rozměrech Země, sledování pohybů zemské kůry v seismicky aktivních oblastech atd./ až po topograficko-geodetické zabezpečení výstavby měst, sídlišť a průmyslových objektů. Provádí se topografické a velkoměřítkové mapování pro účely národního hospodářství, které zahrnuje celé oblasti, rajóny, města, průmyslové nebo zemědělské aglomerace.

Současná astronomicko-geodetická síť umožňuje určení souřadnic bodů s chybou řádově 2,0 - 2,5 m na vzdálenost 4-5 tisíc km vzhledem k výchozím bodům. Tato přesnost odpovídá relativní délkové chybě 1:2 000 000 u značných vzdáleností mezi vrcholy a chybě v azimutu 0"1.

Současně s budováním astronomicko-geodetické sítě se neustále prováděly a provádějí rozsáhlé práce při zaměřování vyplňujících sítí nižších řádů, které slouží jako základ pro topografické mapování. Plánem stanovené tempo zhušťovacích prací jak pro celé území, tak zejména pro průmyslové a zemědělské rajóny i pro území měst a sídlišť odpovídá plánem stanoveným úkolům velkoměřítkového mapování.

Za minulá léta bylo v podstatě dokončeno zaměření nivelační sítě. Celková délka nivelační sítě vysoké přesnosti v SSSR se rovná desetinásobku délky zemského rovníku a spolu s nivelačními sítěmi III. a IV. řádu se rovná sedmdesátipětinásobku délky rovníku. Vybudovaná nivelační síť svou přesností uspokojuje současné požadavky i požadavky perspektivního rozvoje. Další nivelační práce odpovídají

plánem stanoveným úkolům zhušťování výškové sítě pro účely topografického mapování a opakované nivelace v seismicky aktivních oblastech.

Za léta existence SSSR byl v zemi vybudován průmysl, který vyrábí geodetické přístroje a pomůcky a dnes prakticky plně zabezpečuje požadavky ministerstev i podniků na různé typy teodolitů, dálkoměrů, nivelačních a tachymetrických přístrojů.

Jestliže do Velké říjnové revoluce bylo území SSSR pokryto jen z 10 % vyměřováním různého druhu, často i primitivními metodami, potom v současné době jsou rozsáhlá území SSSR plně zmapována a k dispozici jsou moderní mapy v měřítku 1:100 000 a menším. Úspěšně pokračuje topografické mapování v měřítku 1:25 000 a 1:50 000. Mapy se neustále obnovují na úrovni současných požadavků.

Zvláštní pozornost se za poslední léta věnuje velkoměřítkovému mapování v měřítku 1:10 000 a větším. Mapy v měřítku 1:10 000 se zhotovují pro zemědělsky obdělávané celky, pro rajóny určené k melioraci, k průmyslové výstavbě i k výstavbě měst.

Podle usnesení pléna ÚV KSSS /1966/ i následujících usnesení ÚV KSSS i rady ministrů SSSR "O rozsáhlých melioracích jako podkladu k dosažení vysoké a stálé úrody obilí i jiných zemědělských plodin" bylo provedeno během osmé a deváté pětiletky organizacemi Hlavní správy geodézie a kartografie topografické mapování v měřítku 1:10 000 na území jižních oblastí evropské části SSSR, na Ukrajině, Kavkazu, v Bělorusku, ve Střední Asii a také v západní Sibiři a na Dálném Východě celkem na rozloze větší než 120 miliónů hektarů. Ve srovnání se sedmou pětiletkou vzrostlo mapování 1:10 000 v osmé pětiletce 18krát a v deváté pětiletce 3,9krát. Rozsah tohoto mapování pro další období se nezmění.

V SSSR pokračují rozsáhlé vyměřovací práce v měřítku 1:5000, 1:2000 a větším. V pětiletce vzrostl objem prací v těchto měřítkách v působnosti Hlavní správy na 7-8 miliónů hektarů a v desáté pětiletce vzroste tento objem ještě dvakrát.

Počínaje rokem 1972 přistoupily organizace Hlavní správy k plánovitému rozvíjení polohových a výškových základů všech měst SSSR a ke zhotovení map 1:2000 pro zastavěné části měst a map 1:5000 pro rajóny měst určené k perspektivní výstavbě. Počátkem r. 1976 bylo 400 měst plně zabezpečeno geodetickými zá-

klady i mapami. V r. 1976 mají být podle plánu provedeny geodetické práce v dalších 380 městech, z nichž 150 měst dostane obnovené mapy.

V následující pětiletce budou ve všech městech dokončeny polohové a výškové základy a zhotoveny moderní mapy velkých měřítek. Současně zahájila Hlavní správa geodézie a kartografie plánovité mapování sídlišť městského typu, vesnických sídlišť a vyměřování podzemních komunikací ve městech.

Vyměřování v měřítku 1:1000 a 1:500 provádějí především projektové organizace "GOSSTROJ SSSR" a v posledních letech přibývá těchto prací i u organizací Hlavní správy.

Kartografické práce

Překvapující úspěchy byly dosaženy také v oboru kartografie. Jestliže v prvních letech rozvoje kartografické služby SSSR pozůstávalo veškeré zařízení ze dvou plochých litografických rychlolisů, tří nátiskových strojů a jednoho fotoaparátu, potom v současné době má Ústřední správa kartografické tiskařské stroje všech typů pro uspokojení základních požadavků na tisk map a atlasů. V prvních letech po založení zeměměřické služby bylo možno jen snít o kartografické produkci a nyní roční tematický plán sestavitelských a vydavatelských prací Ústřední správy obsahuje na 600-700 druhů map a atlasů. Průměrná roční produkce map a atlasů převyšuje množství 60 miliónů exemplářů.

Za léta sovětské vlády se zformovala sovětská kartografie jako věda, která má nezbytná odvětví a navazuje na geografii a další vědy o Zemi.

V současné době se plně uspokojují požadavky národního hospodářství na geodetické podklady a kartografickou produkci. V osmé pětiletce bylo nutné prakticky zdvojnásobit objem topogeodetických a kartografických prací. V deváté pětiletce objemy opět dvakrát vzrostly vzhledem k osmé pětiletce.

Hlavní úlohou organizací Hlavní správy na nejbližší roky zůstává rozšíření progresivnějších metod a výrobních prostředků pro topograficko-geodetické a kartografické práce.

Vědecko-výzkumné práce

Této práci se věnují vědecko-výzkumné ústavy Hlavní správy geodézie a kar-

tografie i její vědecko-redakční skupina. V současné době úspěšně pracují tři vědecké organizace:

- Ústřední vědecko-výzkumný ústav geodézie, fotogrammetrie a kartografie, který se zabývá výzkumem vědeckých problémů z oblasti geodézie a kartografie a aplikací v oblasti topograficko-geodetické a kartografické praxe. Do těchto prací patří také výzkum ekonomického rozvoje celého odvětví;
- Vědecko-výzkumný ústav užitě geodézie, který se zabývá výzkumem inženýrské geodézie;
- Nově je organizováno a aktivně se rozvíjí Státní vědecko-výzkumné a výrobní středisko "Priroda", v jehož působnosti je rozvíjení teorie a metod zjišťování přírodního bohatství. Úzce spolupracuje s ústavu Akademie věd SSSR a s ústavu ministerstev.

Rozvoj v nejbližších letech

Na podkladě analýzy požadavků národního hospodářství na topograficko-geodetické a kartografické práce v budoucích 15 letech lze stanovit pro topograficko-geodetickou službu SSSR tyto základní úkoly:

1. V oblasti geodetických prací:

- Dobudování státních geodetických sítí vysoké přesnosti na celém území SSSR a zhuštění těchto sítí v osídlených a ekonomicky rozvinutých rajónech;
- další zdokonalení astronomicko-geodetické sítě pomocí základnových a astronomických měření vyšší přesnosti a s využitím nejnovějších úspěchů vědy a techniky;
- vyrovnání astronomicko-geodetické sítě a následující vyrovnání všech vyplňujících sítí v jediném systému při využití moderních výkonných samočinných počítačů;
- vytvoření automatizovaného vyhledávacího systému geodetických údajů na podkladě výkonných samočinných počítačů;
- další budování nivelačních sítí vysoké přesnosti s cílem dokončení státní nivelační sítě na celém území SSSR a provedení opakované nivelace vysoké přesnosti.

Opakování nivelace vysoké přesnosti i astronomicko-geodetické práce s vyšší

přesností mají v poslední době stále větší význam, poněvadž vysoká přesnost určení vzájemné polohy a výšky mezi body umožňuje studovat dynamiku pohybů zemské kůry v závislosti na čase. To má zvláštní význam pro rozvoj vědy o Zemi a zejména pro studium seismických jevů, pohybu kontinentů apod.

2. V oblasti topografických prací:

- Hlavním úkolem topograficko-geodetické služby je zvýšení tempa při mapování ve velkých měřítkách podle objednávek různých odvětví národního hospodářství. Zvláštní pozornost je třeba věnovat mapování všech měst a obcí v měřítku 1:5000 a 1:2000. V současné době je aktuální také neustálá konfrontace obsahu map se skutečností, shromažďování informací o změnách a obnova map podle stupně rozsahu změn. Je třeba systematicky obnovovat mapy a udržovat je v souladu se skutečností.

3. V oblasti speciálních topograficko-geodetických prací:

Před topograficko-geodetickou službou stojí pro příští plánovací etapu úkol připravit geodetické a topografické podklady pro využití pobřežních pásem /šelfů/. Dobývání surovin ve velkých hloubkách na souši je nákladný a složitý proces, který může být efektivní jen při pozitivním výsledku průzkumu na podkladě geodetického a topografického poznání naší planety. Jedna z úloh spočívá také v poznání tvaru, gravitačního pole a v kartografickém zpracování povrchu Měsíce a nejbližších planet.

Úkoly kartografické výroby

Požadavky národního hospodářství i obyvatelstva SSSR na kartografickou produkci neustále rostou. Proto k úkolům kartografické výroby patří tisk topografických map, vydávání různých map a atlasů a jejich tisk v patřičném množství. V příští plánovací etapě je třeba výrazně zvýšit sortiment a počet výtisků kartografických děl pro masové používání. Zvláštní pozornost je třeba věnovat tématickým mapám, neboť požadavky na ně v národním hospodářství neustále rostou. Předpokládá se podstatně zvýšit objem redakční i výrobní kapacity. Výrobní kapacita vzroste v následující pětiletce 1,5 až dvakrát.

Vědecké problémy

Společným úsilím geodetů a geofyziků se provádějí přesná gravimetrická měření na území SSSR. Výsledky těchto prací spolu s prvky astronomicko-geodetické sítě přispívají k poznání tvaru a gravitačního pole Země. Údaje o anomáliích skutečného tvaru Země a zemského gravitačního pole jsou pramenem cenných informací o vnitřním složení Země, o fyzickém stavu jejích hlubinných vrstev atd.

Dosažená přesnost pozemních klasických astronomicko-geodetických a gravimetrických prací je prakticky již vyšší než je požadováno pro účely hospodářství a přibližuje nás až k řešení fundamentálního vědeckého problému spojeného se studiem změn vzájemné polohy bodů na planetě a gravitačního pole s časem.

Výzkum v tomto směru již po řadu let vede Hlavní správa geodézie a kartografie a řada ústavů Akademie věd SSSR i Akademií svazových republik. Některé z těchto výzkumů se v posledním desetiletí staly předmětem úzké mezinárodní spolupráce socialistických zemí ve vědecko-technické oblasti. Tak např. v úzké spolupráci mezi Bulharskem, Maďarskem, NDR, Polskem, SSSR, Rumunskem a Československem byly zkoumány vertikální pohyby zemské kůry ve východní Evropě na podkladě analýzy opakované nivelace vysoké přesnosti a oceánografických měření. V r. 1971 bylo dokončeno zhotovení mapy vertikálních pohybů zemské kůry v této oblasti v měřítku 1:2 500 000. V nejbližším desetiletí po dokončení rozsáhlých prací při budování nivelační sítě vysoké přesnosti v asijské části SSSR, které provádí Hlavní správa geodézie a kartografie, budou vydány mapy vertikálních pohybů zemské kůry pro celé území SSSR.

Tyto mapy pomohou při řešení mnohých důležitých problémů v geologii, geofyzice a geomorfologii - zejména problémů o složení zemské kůry a vrchního pláště. Současně se tyto mapy efektivně využijí při geologickém průzkumu, při projektování velkých vodních děl a při zdokonalování státní nivelační sítě, která slouží jako jednotný výškový podklad pro topografické, vytyčovací a stavební práce.

Práce geodetické služby /zvýšení přesnosti astronomicko-geodetických sítí, opakování nivelace vysoké přesnosti, absolutní i relativní měření tíhového zrychlení s vysokou přesností, sledování výkyvů hladin moří/ musí dát svého druhu jediné údaje o horizontálních i vertikálních pohybech zemské kůry, o výkyvech středních hladin oceánů a moří, o deformacích tvaru Země a změnách jejího gravitač-

ního pole. Speciální vědecký i praktický význam budou mít tyto práce pro výzkum mechanismu tektonických procesů, které probíhají v seismicky aktivních rajónech.

Tvrzení, že s pomocí geodetických metod lze řešit fundamentální problémy vědy o Zemi, lze podpořit existencí principiálně nových technických možností spojených s proniknutím do kosmického prostoru. Geodézie musí maximálně využít všechny rozvíjející se možnosti kosmické techniky. Metody přesného sledování umělých družic Země /UDZ/ s použitím fotografických komor, dopplerovské i radiodálkoměrné aparatury a laserových dálkoměrů umožňují již dnes s velkou přesností určit polohu pozorovacích stanovišť vzhledem k těžišti Země.

Pro určení polohy bodů na zemském povrchu i gravitačního pole Země je technicky možné vytvoření systému "vysokých" družic - nositelů souřadnic. Při pozorování s pomocí velmi přesných laserových aparatur, podobných těm, které se používají při světelné lokaci měsíce, se bude poloha těchto družic určovat s přesností do metru nebo přesněji a poloha pozorovacích stanovišť se bude určovat na podkladě většího počtu pozorování s chybou do jednoho nebo několika decimetrů.

Využití UDZ vybavených přesnými rádiovými výškoměry odkrývá nové cesty při studiu tvaru Země v oblasti moří a oceánů.

Analýza radiotechnického sledování umělých kosmických objektů vysílaných k Měsíci i k planetám a umělých družic Měsíce a planet pomůže upřesnit fundamentální geodetické a astronomické konstanty.

Radiotechnické sledování umožňuje určit s přesností několika metrů vzdálenosti k rotační ose Země i rozdíly v zeměpisných délkách pozorovacích stanic.

Ještě vyšší přesnost při určení souřadnic /perspektivně řádu několika centimetrů/ mohou zabezpečit metody světelné lokace s pomocí kvantových generátorů. Velké úspěchy byly již dosaženy ve Fyzikálním ústavu Lebeděva při Akademii věd SSSR, v astronomicko-fyzikální observatoři AV SSSR na Krymu a řadou laboratoří v USA a ve Francii.

Velké úkoly stojí dnes před kartografy. Nezbytnost inventarizace a racionálního využití přírodních zdrojů Země přináší speciální požadavky na kartografii, geografii a na všechny vědy o Zemi. Zvláště těsně na sebe navazují vědy o Zemi a tématická kartografie. Ani jeden z hlavních problémů věd o Zemi, ať už jde o zabezpečení lidstva sladkou vodou, prozkoumání přírodního bohatství světového oceá-

nu, komplexní průzkum šelfových zón nebo o určení biologické produktivnosti půdy, nemůže být vyřešen bez pomoci odpovídajícího kartografického podkladu.

Zvláštní pozornost si zaslouhuje problém komplexního mapování /lesní mapy, geobotanické mapy, zemědělské mapy atd./ . Je známo, že efektivnost série map zhotovených v procesu komplexního mapování je značně vyšší než různých map s analogickou tematikou a stejného měřítko. Bohužel problémy komplexního mapování se obyčejně nastolují a řeší kartografy a ne geografy, kteří by mohli tyto problémy řešit předem a pravděpodobně na vyšší vědecké úrovni. Aktivní účast geografů při řešení metodických problémů komplexního mapování jistě přispěje k obecnému úspěchu těchto prací. Spolupráce specialistů v oblasti věd o Zemi a kartografie, koordinace kartografických prací prováděných různými ústavy a organizacemi, nabývají v současné etapě na významu.

Automatizace v kartografii

Jeden z nejsložitějších problémů automatizace zhotovování map s pomocí samočinných počítačů je rozpracování matematických metod, algoritmů a programů modelování procesů. Řada kartografických procesů nemá dostatečně přesná kritéria a normativní pravidla. Avšak výzkum v poslední době prokázal, že s pomocí samočinného počítače je možno s uspokojujícím výsledkem stanovit objektivní zákony generalizace obsahu map.

Ještě jeden směr automatizace je spojen s vývojem zařízení, které provádí kartografickou kresbu pro kartografický originál na podkladě informací v číselné podobě. Současný rozvoj fotografické techniky a úspěchy chemie při výrobě polyesterových a jiných polymerních materiálů s malou deformací přispěly k dalšímu zdokonalení kartografické výroby. Bylo umožněno zjednodušení mnohých technologických procesů, usnadněna práce kartografů a zvýšena její produktivita i kultura. Využití plastických hmot umožňuje přechod k rytí tiskových podkladů pro mapy. Tím se zlepšuje kvalita zobrazení a umožňuje se zavedení mechanizace.

Přechází se k nové technice pro výrobu vícebarevných map. Velké perspektivy v uměleckém zlepšení kartografických děl i ve zrychlení výrobních procesů může přinést použití automatických přístrojů pro barevné výtažky.

Na základě historického vývoje došlo k tomu, že různé etapy při zhotovování

kartografického díla nejsou vzájemně propojeny. Nezávisle na sobě se provádějí polní geodetická měření, letecké snímkování, klasifikace fotografických snímků, fotogrammetrické, redakční a vydavatelské práce. Proto hlavním úkolem vědeckotechnického rozvoje v kartografii je vytvoření automatického kartografického systému, který by spojil v jedinou přesně vyladěnou komplexní linku všechny články, tj. získání, analýzu, zpracování, výdej a využití kartografické informace. V dalším vývoji musí být automatizován celý proces přípravy map k vydání.

Předpokládáme, že uspokojení požadavků národního hospodářství v oboru zabezpečení topografickými mapami a geodetickými podklady musí probíhat po dvou liniích:

1/ rozšíření topografické produkce po obsahové stránce i v druzích map. Přitom je třeba zabezpečit operativnost při provádění těchto prací a dodání výrobku až k uživateli;

2/ průzkum použitelnosti topografické produkce a průzkum požadavků uživatelů.

Často se vyskytují případy zvýšených nároků projektantů na topografické podklady. Na základě rozboru těchto požadavků je možné najít optimální řešení, značně snížit objem topografických prací a zrychlit dodání topografických podkladů až k uživateli.

Úspěšné řešení těchto úkolů přispěje ke zvýšení vědecké úrovně geodézie a kartografie a k operativnějšímu zabezpečení národního hospodářství topograficko-geodetickými podklady a kartografickou produkcí.

Došlo dne 30. 8. 1976

Přeložil: pplk. Ing. Vladimír Martinák, CSc.

Určení anomálií střední křivosti geoidu pomocí oskulačních elipsoidů

Ú v o d

Tvarové vlastnosti geoidu je možno kromě tradičních způsobů /výšky geoidu, tížnicové odchylky/ také charakterizovat pomocí anomálií jeho střední křivosti ΔJ /. Tyto anomálie jsou definovány jako rozdíly křivosti geoidu a výchozího elipsoidu.

Je zřejmé, že jádro problému spočívá v určení křivosti geoidu, která je s tvarem geoidu nepravidelně proměnná.

Jedna z možných cest řešení problému spočívá v nahrazení geoidu soustavou tzv. oskulačních elipsoidů /tento pojem není dosud v geodézii zaveden/, tj. elipsoidů, které se v dané oblasti nejlépe přimykají geoidu. Složitost řešení se tedy přesouvá do sféry vymezení oblastí, vhodných pro určení parametrů jednotlivých oskulačních elipsoidů. Tuto metodu teoreticky rozpracoval M. S. MOLODĚNSKIJ [1].

Jako výchozí /srovnávací/ elipsoid použijeme tzv. obecný zemský elipsoid, tj. geocentrický elipsoid o parametrech a_0 , α_0 , nejlépe nahrazující geoid jako celek. Jejich výpočet byl proveden např. v [2] a ověřen jiným způsobem v [3].

Jako nejpravděpodobnější se dnes jeví tyto hodnoty parametrů obecného zemského elipsoidu:

$$a_0 = 6\,378\,139 \text{ m}$$

$$\alpha_0 = 1:298,258 = 0,003\,352\,80 \quad /1/$$

$$e_0^2 = 0,006\,694\,373 \text{ .}$$

1. Teorie řešení

Označíme-li a , e^2 velkou poloosu a čtverec excentricity oskulačního elipsoidu, pak anomálie střední křivosti můžeme obecně určit rovnicí

$$\Delta J = \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{N} \right) - \left(\frac{1}{M_0} + \frac{1}{N_0} \right), \quad /2/$$

$$\text{kde } \frac{1}{M} = \frac{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}}{a(1 - e^2)}, \quad \frac{1}{M_0} = \frac{(1 - e_0^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}}{a_0(1 - e_0^2)}, \quad /3/$$

$$\frac{1}{N} = \frac{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}}{a}, \quad \frac{1}{N_0} = \frac{(1 - e_0^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}}{a_0},$$

značí-li φ zeměpisnou šířku proměnného bodu, v němž křivost počítáme.

Aby nebylo nutno počítat poloměry křivosti M, N v rovině poledníku a prvního vertikálu, lze diferencováním vztahů /3/ odvodit vztah pro ΔJ přímo z rozdílů parametrů obou elipsoidů

$$\Delta a = a - a_0,$$

$$\Delta \alpha = \alpha - \alpha_0,$$

takže rovnice /2/ bude mít tvar

$$\Delta J = \frac{\partial J}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial J}{\partial a} \Delta a. \quad /4/$$

Vzhledem k tomu, že anomálie střední křivosti ΔJ jsou obecně řádu $\frac{1}{a_0} \doteq \frac{1}{6} 10^{-6} \text{ m}^{-1}$, je vhodnější zavést anomální charakteristiku střední křivosti ve tvaru

$$\overline{\Delta J} = a_0 \cdot \Delta J \quad /5/$$

Derivace $\frac{\partial J}{\partial \alpha}$, $\frac{\partial J}{\partial a}$ odvodíme z výchozího vztahu /2/ s ohledem na rovnice /3/.

$$\text{Tedy } \frac{\partial J}{\partial \alpha} = \frac{\partial J}{\partial e^2} \frac{\partial e^2}{\partial \alpha} = \frac{\partial}{\partial e^2} \frac{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2} + (1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} \cdot (1 - e^2)}{a(1 - e^2)} \frac{\partial e^2}{\partial \alpha},$$

$$\frac{\partial J}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a} \frac{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2} + (1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} \cdot (1 - e^2)}{a(1 - e^2)}.$$

$$\text{Poněvadž } e^2 = 2\alpha - \alpha^2, \quad /6/$$

$$\text{je } \frac{\partial e^2}{\partial \alpha} = 2 - 2\alpha = 2(1 - \alpha) \doteq 2. \quad /7/$$

Omezíme-li se na výrazy, obsahující e^2 , tj. zanedbáme-li členy, obsahující e^4, e^6 atd., je

$$(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2} \doteq 1 - \frac{3}{2} e^2 \sin^2 \varphi \quad /8/$$

$$(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} \doteq 1 - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi, \quad /9/$$

a tudíž

$$\frac{1}{1 - e^2} \doteq 1 + e^2 \quad /10/$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \alpha} &\doteq \frac{2}{a} \frac{\partial}{\partial e^2} \left\{ \left[1 - \frac{3}{2} e^2 \sin^2 \varphi + \left(1 - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi \right) \cdot (1 - e^2) \right] (1 + e^2) \right\} \doteq \\ &\doteq \frac{2}{a} \frac{\partial}{\partial e^2} (2 - 2e^2 \sin^2 \varphi + e^2) = \\ &= \frac{2}{a} (-2 \sin^2 \varphi + 1) = \frac{2}{a} \cos 2\varphi, \quad /11/ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial a} &= - \frac{1}{a^2} \frac{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2} + (1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} \cdot (1 - e^2)}{(1 - e^2)} \doteq \\ &\doteq - \frac{1}{a^2} (2 - 2e^2 \sin^2 \varphi + e^2) \doteq - \frac{2}{a^2}. \quad /12/ \end{aligned}$$

S ohledem na odvozené vztahy a položíme-li $\alpha = \alpha_0$, dostaneme

$$\Delta J = \frac{2}{a_0} \cos 2\varphi \Delta \alpha - \frac{2}{a_0^2} \Delta a \quad /13/$$

a s uvážením substituce /5/

$$\overline{\Delta J} = 2 \cos 2\varphi \Delta \alpha - 2 \frac{\Delta a}{a_0}. \quad /14/$$

Každý z oskulačních elipsoidů reprezentuje křivost geoidické plochy v oblasti, z níž jsou jeho parametry odvozeny. Jde tedy o střední hodnotu vztahující se vždy k celé oblasti a pro celkové zpracování je přirozené přiřadit hodnoty $/\Delta J /$, $/\overline{\Delta J} /$ vždy k přibližnému těžišti příslušné oblasti.

Volba dílčích oblastí /příl. 1 a 2/ pro výpočet parametrů oskulačních elipsoidů byla provedena tak, aby v každé takové oblasti byla plocha geoidu pokud možno tvarově homogenní. Přitom by však měla být splněna i druhá podmínka, aby střední chyby $m(\alpha)$, $m(a)$ určení parametrů oskulačních elipsoidů byly dostatečně malé, a to při pokud možno malé velikosti příslušné dílčí oblasti. Jinak by se úloha mohla stát prakticky neurčitou.

Je pochopitelné, že výsledky řešení nám poskytnou obraz o změnách křivosti pouze ve vztahu k velkým undulacím geoidu; u malých, lokálních vln geoidu tyto změny zachyceny nebudou.

Z druhé strany je křivost geoidu vhodnou geometrickou charakteristikou plochy, neboť není závislá na definici souřadnicového systému - je invariantní vůči jakékoli transformaci souřadnic.

2. Číselné řešení

V praktickém řešení jsme vyšli z průběhu výšek geoidu / ζ_{i0} / nad geocentrickým elipsoidem o parametrech /1/, jak byly určeny z družicových údajů. Jsou zobrazeny isoliniemi v příl. 1 /údaje v metrech/. Římskými čísly jsou v této příloze vyznačeny dílčí oblasti I - IL, jak byly použity pro výpočet jednotlivých místních oskulačních elipsoidů.

V příloze 2 jsou vyznačena těžiště dílčích oblastí $T_1, T_{II}, \dots, T_{IL}$, ke kterým jsou odvozené křivostní charakteristiky vztaženy. Arabskými čísly jsou v této příloze označeny uvnitř každé oblasti elementy - sférické čtyřúhelníky $5^\circ \times 5^\circ$. Z údajů / $\zeta_{i0}, \varphi, \lambda$ / přiřazených k těmto elementům, a to k jejich středům, byly vypočteny parametry jednotlivých oskulačních elipsoidů.

Přehled číselných výsledků je v tab. 1 a 2. Jsou v nich uvedeny rozměrové parametry oskulačních elipsoidů a jejich střední chyby, souřadnice středů těchto elipsoidů vzhledem k hmotnému středu Země / $\Delta X_0, \Delta Y_0, \Delta Z_0$ / a jejich střední chyby a výsledné anomálie střední křivosti geoidu.

Lze konstatovat tato rozpětí hodnot:

- velké poloosy oskulačních elipsoidů 6 377 224 m	—	6 378 483 m
- zploštění oskulačních elipsoidů 1:280,2	—	1:310,0
- anomálie střední křivosti -16,2	—	+13,3 / 10^{-5} /

OBLAST Čís.	těžiště oblasti		Δa [m]	$m_{\Delta a}$ [m]	a [m]	$\Delta \alpha$ [10 ⁻⁵]	$m_{\Delta \alpha}$ [10 ⁻⁵]	$\frac{1}{\alpha}$
	φ [°]	λ [°]						
I	61,0	184,0	- 240,1	± 0,1	6 377 899	4,99	± 0,07	293,9
II	57,0	217,5	- 363,9	0,3	6 377 775	- 1,32	0,03	299,4
III	52,5	255,0	- 70,4	13,6	6 378 069	- 0,49	0,05	298,7
IV	75,0	260,0	- 907,2	1,1	6 377 232	16,19	0,06	284,5
V	62,0	299,0	324,1	0,9	6 378 463	- 12,69	0,41	310,0
VI	63,0	333,0	- 124,8	0,5	6 378 014	- 2,29	0,06	300,3
VII	65,0	10,0	118,7	0,5	6 378 258	- 10,29	0,40	307,7
VIII	68,0	49,0	262,5	0,7	6 378 401	- 11,38	0,02	308,7
IX	62,0	81,0	- 358,4	1,1	6 377 781	10,39	0,05	289,3
X	62,5	117,5	285,4	2,1	6 378 424	- 8,20	0,02	305,7
XI	57,0	151,0	- 126,7	1,1	6 378 012	- 7,65	0,02	305,2
XII	23,0	186,5	28,2	2,6	6 378 167	0,58	0,28	297,7
XIII	11,5	213,5	- 21,4	8,2	6 378 118	0,10	0,08	298,2
XIV	25,5	237,0	270,3	1,2	6 378 409	1,66	0,53	296,8
XV	21,0	282,5	- 159,9	4,5	6 377 979	- 3,96	1,66	301,8
XVI	22,5	309,0	- 10,9	12,4	6 378 128	- 1,86	0,17	299,9
XVII	31,0	333,0	- 169,1	1,4	6 377 970	- 2,35	0,65	300,4
XVIII	37,5	19,0	- 49,8	2,9	6 378 089	2,87	13,47	295,7
XIX	33,0	64,0	- 41,2	3,0	6 378 098	3,77	0,11	294,9
XX	32,5	111,0	12,4	6,0	6 378 151	- 0,42	1,30	298,6
XXI	26,0	152,5	- 98,6	3,7	6 378 040	- 2,74	0,05	300,7
XXII	3,5	258,5	103,1	4,6	6 378 242	- 0,11	0,67	298,4
XXIII	5,5	351,0	- 196,4	0,3	6 377 943	- 0,75	0,28	298,9
XXIV	8,5	29,5	- 107,6	27,6	6 378 031	- 0,99	0,12	299,1
XXV	5,0	70,0	272,5	5,9	6 378 411	- 2,22	0,61	300,2
XXVI	1,0	106,0	- 208,0	1,5	6 377 931	0,79	0,42	297,6
XXVII	- 5,5	138,5	11,8	5,8	6 378 151	1,94	0,83	296,5
XXVIII	- 1,0	173,5	83,1	5,6	6 378 222	1,00	0,02	297,4
XXIX	- 25,0	202,0	- 31,0	5,3	6 378 108	0,65	0,60	297,7
XXX	- 28,0	237,0	- 31,4	2,8	6 378 108	- 0,81	0,14	299,0
XXXI	- 35,0	260,0	- 83,1	3,0	6 378 056	- 0,52	0,02	298,7
XXXII	- 17,5	294,5	- 545,3	9,8	6 377 594	- 2,29	0,80	300,3
XXXIII	- 30,0	326,5	157,1	9,9	6 378 296	1,44	1,02	297,0
XXXIV	- 34,0	350,5	- 95,7	3,4	6 378 043	- 0,95	0,69	299,1
XXXV	- 20,5	33,0	- 0,2	18,2	6 378 139	- 0,14	0,10	298,4
XXXVI	- 25,0	70,0	- 169,0	5,6	6 377 970	- 0,36	0,36	298,6
XXXVII	- 29,5	126,5	100,7	2,9	6 378 240	- 1,66	0,38	299,7
XXXVIII	- 38,5	162,5	- 110,3	1,6	6 378 029	- 1,84	0,13	299,9
XXXIX	- 60,5	195,5	114,6	1,1	6 378 254	7,06	0,08	292,1
XL	- 68,0	232,5	- 204,9	1,3	6 377 934	10,78	0,04	289,0
XLI	- 48,0	283,5	- 54,6	1,4	6 378 084	- 0,41	0,09	298,6
XLII	- 70,0	289,0	- 899,7	0,8	6 377 239	18,21	0,00	282,9
XLIII	- 67,0	336,0	- 914,7	0,2	6 377 224	21,61	0,02	280,2
XLIV	- 66,5	24,5	- 252,3	0,3	6 377 887	8,89	0,05	290,6
XLV	- 45,0	31,5	5,5	0,9	6 378 145	- 0,68	0,07	298,9
XLVI	- 62,5	71,5	- 158,1	2,9	6 377 981	- 1,38	0,11	299,5
XLVII	- 53,0	100,0	- 197,9	10,5	6 377 941	- 2,66	0,01	300,6
XLVIII	- 55,0	125,0	- 102,9	8,4	6 378 036	5,81	0,55	293,2
XLIX	- 67,5	152,5	343,8	5,7	6 378 483	3,85	0,02	294,9

Souřadnice středů oskulačních elipsoidů, jejich střední chyby
a anomálie střední křivosti geoidu

Tabulka 2

OBLAST čís.	ΔX_0	$m_{\Delta X_0}$	ΔY_0	$m_{\Delta Y_0}$	ΔZ_0	$m_{\Delta Z_0}$	$\overline{\Delta J}$
	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[10 ⁻⁵]
I	- 7	± 0,1	45	± 2,1	559	± 0,7	2,24
II	- 169	0,4	- 88	11,8	244	0,6	12,49
III	- 48	0,5	- 36	3,4	- 1	2,6	2,46
IV	50	1,0	137	1,8	1968	3,2	0,40
V	193	0,4	- 12	5,9	-1130	1,5	4,04
VI	179	0,1	4	1,8	- 22	0,2	6,61
VII	235	0,3	- 79	10,5	- 782	0,1	9,50
VIII	147	0,3	19	4,6	- 990	0,2	8,15
IX	40	0,4	- 177	1,5	1150	1,6	- 0,39
X	- 123	0,3	- 52	3,5	- 807	0,6	0,46
XI	- 248	0,5	129	8,9	- 416	0,2	10,20
XII	11	0,1	8	2,2	- 20	0,6	- 0,08
XIII	- 62	0,2	54	1,1	- 28	1,4	0,86
XIV	164	0,2	244	1,8	- 56	0,4	- 6,38
XV	- 22	1,3	- 189	0,4	- 180	6,2	- 0,86
XVI	64	0,4	84	0,5	- 28	6,8	- 2,28
XVII	184	0,5	1	2,5	- 38	1,9	3,10
XVIII	10	0,2	- 75	5,2	261	1,0	3,05
XIX	60	0,5	- 102	1,3	241	0,7	4,36
XX	- 129	0,8	- 32	0,3	- 93	6,5	- 0,74
XXI	- 116	0,0	126	0,8	- 128	1,5	- 0,28
XXII	68	0,4	104	0,8	- 31	7,2	- 3,46
XXIII	219	0,1	- 12	10,3	56	2,4	4,68
XXIV	128	0,3	- 21	1,5	34	1,1	1,48
XXV	- 78	0,9	- 341	2,3	- 52	5,8	- 12,92
XXVI	- 223	0,2	157	1,1	10	4,1	8,10
XXVII	- 58	0,8	- 3	12,4	- 1	4,6	3,44
XXVIII	60	0,1	72	8,6	- 71	7,8	- 0,60
XXIX	- 67	2,2	47	1,3	- 19	2,1	1,81
XXX	- 4	0,3	- 33	0,7	42	2,5	0,08
XXXI	33	0,4	- 83	0,3	- 18	4,2	2,25
XXXII	191	0,2	- 516	2,8	- 108	2,8	13,34
XXXIII	- 132	0,3	114	1,0	- 25	0,3	- 3,48
XXXIV	111	0,3	38	3,8	- 15	2,6	2,29
XXXV	14	0,3	- 59	1,7	- 71	4,8	- 0,21
XXXVI	90	0,5	65	2,1	- 170	1,1	4,84
XXXVII	- 65	0,7	- 85	4,3	214	2,2	- 4,87
XXXVIII	- 200	0,1	70	1,5	125	0,7	2,63
XXXIX	144	0,2	67	3,7	- 299	0,7	- 10,86
XL	125	0,3	21	1,2	- 856	1,6	- 9,08
XLI	40	0,4	- 66	0,4	2	1,5	1,80
XLII	68	0,2	- 6	1,2	- 2029	1,9	0,31
XLIII	- 20	0,1	16	1,0	- 2277	0,0	- 1,34
XLIV	- 21	0,1	23	0,9	- 814	0,2	- 4,22
XLV	24	0,2	22	0,9	22	3,1	- 0,17
XLVI	130	0,3	119	1,8	- 41	2,2	6,55
XLVII	63	3,4	151	0,9	5	1,7	7,67
XLVIII	19	0,6	- 98	8,3	- 471	0,8	- 0,75
IL	192	0,3	4	5,2	114	0,4	- 16,23

Hodnoty stejných anomálií $\overline{\Delta J} = \text{const.}$ jsou graficky vyjádřeny v příl. 5 /v jednotkách 10^{-5} /. Z ní je patrné, že extrémní křivostní hodnoty jsou zhruba v pěti místech, jak uvedeno v tabulce 3.

Tabulka 3

Poř. čís.	Geografická poloha	φ	λ	$\overline{\Delta J}$
		[°]	[°]	[10^{-5}]
1	Sev. část ostrovů Maledivy /v Indickém oceánu/	+ 5	70	-12,9
2	Sev. část Ochotského moře	+56	150	+10,2
3	Aljašský záliv	+57	218	+12,5
4	Strž. část jihoamerických And	-18	294	+13,3
5	Při pobřeží Antarktidy /jižně od Austrálie/	-67	152	-16,2

Pozn. Tato místa jsou v příloze 3 vyznačena červeně.

Z á v ě r y

- a/ Moloděnského metody [1] lze s výhodou použít k vyjádření tvarových anomálií plochy geoidu.
- b/ Výchozími podklady k řešení úlohy mohou dobře sloužit výsledky družicových pozorování.
- c/ Řešení úlohy dovoluje v celozemském rozsahu vymežit minimálně 50 oblastí, pro něž lze vypočítat parametry oskulačních elipsoidů.
- d/ Extrémních křivostních anomálií geoidu v rozsahu celé planety je v podstatě pět. V oblasti eurasijského kontinentu průběh křivostních anomálií žádných extrémů nevykazuje.

L I T E R A T U R A

- [1] M. S. MOLODĚŇSKIJ: Metod sovměstnoj obrabotki gravimetričeskich i geodezičeskich matěrialov dlja izučenija gravitacionnovo polja Zemli i jejo figury. Trudy CNIIGAiK 86, Moskva 1951
- [2] M. BURŠA: Fundamental Geodetic Parameters of the Earth's Figure and the Structure of the Earth's Gravity Field Derived from Satellite Data. Prague, June 1971
- [3] V. VAHALA: Transformace světových referenčních geodetických systémů. Voj. topografický obzor 1/1972
- [4] V. VAHALA: Transformace světových referenčních geodetických systémů /dokončení/. Voj. topografický obzor 1/1974
- [5] V. VAHALA: Geodetické sítě malého rozsahu, jejich transformace a transformace světových referenčních geodetických systémů /kandidátská disertační práce/, Praha 1971

Došlo dne 10. 3. 1975

Terestrické souřadnicové systémy pevně spojené se zemským tělesem

1. Ú v o d

Hlavní problém, který při definici a realizaci terestrických systémů, pevně spojených ze zemským tělesem, vyvstává, plyne ze skutečnosti, že Země není tělesem absolutně tuhým. Pohyby existují v jádře, v plášti i v zemské kůře. A bez pozorování z observatoří, umístěných právě na povrchu obecně pohyblivé zemské kůry, žádný souřadnicový systém realizovat nelze.

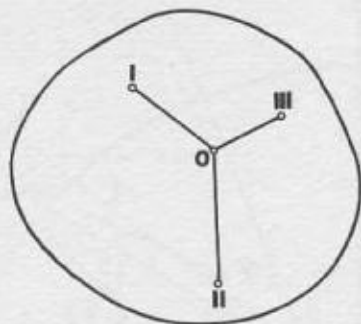
Východiskem by zde bylo přímé měření těchto deformací jakož i variací poruchového potenciálu v důsledku přesunu hmot. Zatím však s takovou možností počítat nelze, i když práce na stanovení variací vzájemných směrů tížnic již započaly [14]. Poměrně snadno by mohly být v principu sledovány časové variace relativních poloh tížnic astronomických stanic, kde se simultánně pozorují šířky (φ) a délky (λ). Úhel ψ_{ik} mezi /obecně mimoběžnými/ tížnicemi vždy dvou stanic ($\varphi_i, \lambda_i, \varphi_k, \lambda_k$), pro něžž platí

$$\cos \psi_{ik} = \sin \varphi_i \sin \varphi_k + \cos \varphi_i \cos \varphi_k \cos (\lambda_k - \lambda_i), \quad (1)$$

je zcela nezávislý na poloze pólu, je to z hlediska definice a polohy pólu invariant. Při jeho výpočtu však vyvstává problém vlivu chyb souřadnic hvězd, pokud byly na stanicích i a k použity různé hvězdy.

Východiskem by též mohla být definice terestrického systému čtyřmi body zemského povrchu 0, I, II, III /obr. 1/, jestliže by byly umístěny ve stabilních místech povrchu zemské kůry - pokud ovšem taková místa vůbec existují. Jeden z bodů /0/ by byl počátkem, s nímž by další tři /I, II, III/ byly spojeny přímými

spojnicemi, které by tak vytvořily souřadnicové osy. O takovém souřadnicovém systému uvažoval Žongolovič v [60]. Systém by byl z hlediska vžité praxe neobvyklý, avšak metodami družicovými prakticky realizovatelný.



Obr. 1

Soudobá praxe je však zcela jiná a právě z ní v našich úvahách budeme vycházet. Budeme se zabývat terestrickými geocentrickými a geodetickými referenčními systémy tak, jak jsou v současné době zavedeny, pokud jde o definici jejich os. Předmětem našich úvah budou tudíž

A/ Geocentrické systémy:

- a/ s osami, neztotožňujícími se s osami hlavního elipsoidu setrvačnosti;
- b/ s ideálními osami v osách hlavního elipsoidu setrvačnosti;

B/ Geodetické referenční systémy:

Poněvadž v případě A/ je počátek systému v hmotném středu zemského tělesa, nelze stanovený problém řešit metodami čistě geometrickými, i když jako celek je problém charakteru spíše geometrického než fyzikálního.

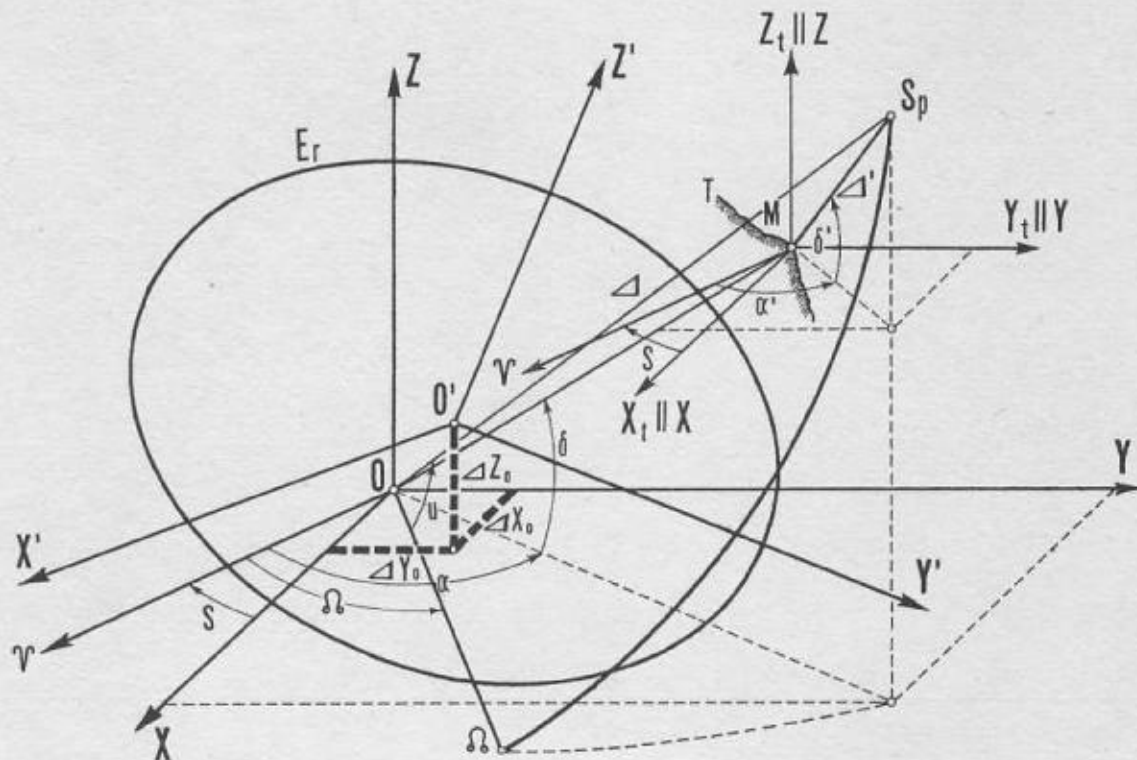
2. Geocentrické souřadnicové systémy

2. 1 Problém určení polohy hmotného středu Země

Hmotný střed zemského tělesa - počátek každého geocentrického souřadnicového systému - byl v předdružicovém období prakticky nedostupný. Mohl by se teoreticky určit na základě řešení okrajových úloh teorie potenciálu, nepřekonatelným úskalím však byla potřeba znalosti okrajových hodnot po celé Zemi.

Umělé družice umožňují indikovat hmotný střed Země, neboť jím rovina oskulární dráhy prochází. Jsou-li B , L , H geodetické souřadnice a geodetická výš-

ka družicové stanice M na zemském povrchu T /obr. 2/ v geodetickém referenčním systému $O'(X', Y', Z')$, vázaném na geodetický referenční elipsoid



Obr. 2

$E_r(a, e^2)$; X_0, Y_0, Z_0 souřadnice O' v geocentrickém systému X, Y, Z s počátkem O v hmotném středu Země; Δ, δ, α geocentrická vzdálenost, geocentrická deklinace a rektascence družice S_0 ; $\Delta', \delta', \alpha'$ topocentrická vzdálenost, topocentrická deklinace a rektascence v topocentrickém systému $X_t \parallel X, Y_t \parallel Y, Z_t \parallel Z$, pak

$$\begin{aligned}
 & (\Delta X_0 + \omega N' \cos B \sin L - \psi \bar{N} \sin B) \sin(\mathcal{L} - s) \sin i - \\
 & - (\Delta Y_0 - \omega N' \cos B \cos L + \epsilon \bar{N} \sin B) \cos(\mathcal{L} - s) \sin i + \\
 & + [\Delta Z_0 + N' \cos B (\psi \cos L - \epsilon \sin L)] \cos i + l = v,
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 l = & [N' \cos B \sin(\mathcal{L} - s - L) + \Delta' \cos \delta' \sin(\mathcal{L} - \alpha')] \sin i + \\
 & + (\bar{N} \sin B + \Delta' \sin \delta') \cos i,
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$N' = N + H, \quad \bar{N} = N' - Ne^2, \quad N = a(1 - e^2 \sin^2 B)^{-\frac{1}{2}}.$$

s je hvězdný čas na základním poledníku / X, Z /; \mathcal{L}, i oskulační elementy, definující směr normály k oskulační rovině; $\omega, \varepsilon, \psi$ jsou úhly Eulerova typu, definující vzájemné směry os X a X' , Y a Y' , Z a Z' , jejichž definice je patrna z příslušných rotačních matic

$$\Omega = \begin{Bmatrix} 1 & \omega & 0 \\ -\omega & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}, \quad E = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \varepsilon \\ 0 & -\varepsilon & 1 \end{Bmatrix}, \quad (4)$$

$$\psi = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & -\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \psi & 0 & 1 \end{Bmatrix};$$

všechny rotace jsou uvažovány kladně, dějí-li se proti směru pohybu hodinových ručiček při pohledu od kladných konců příslušných os.

Neznámé malé úhly $\omega, \varepsilon, \psi$ je lépe řešit cestou čistě geometrickou, k jejich určení není zapotřebí žádných přesných údajů o dráze družice, a do (2) jejich hodnoty dosadit. Pak jsou v (2) jen tři neznámé $\Delta X_0, \Delta Y_0, \Delta Z_0$, určující polohu středu referenčního elipsoidu O' vzhledem k hmotnému středu Země O , nebo naopak polohu hmotného středu v geodetickém referenčním systému. Soustavu rovnic (2) s vhodným geometrickým rozložením oskulačních rovnic je vhodné řešit pod podmínkou $\sum v v = \text{minimum}$.

Jestliže v okamžiku pozorování S jsou kromě \mathcal{L}, i známy též další elementy dráhy, takže je možné vypočítat argument perigea $\bar{\omega}$ a geocentrickou vzdálenost Δ , pak lze určované neznámé vyjádřit takto:

$$\begin{aligned} \Delta X_0 &= \Delta [\cos u \cos (\mathcal{L} - s) - \sin u \sin (\mathcal{L} - s) \cos i] - \\ &\quad - N' \cos B \cos L - \Delta' \cos \delta' \cos (\alpha' - s) - \\ &\quad - \omega N' \cos B \sin L + \psi \bar{N} \sin B, \\ \Delta Y_0 &= \Delta [\cos u \sin (\mathcal{L} - s) + \sin u \cos (\mathcal{L} - s) \cos i] - \\ &\quad - N' \cos B \sin L - \Delta' \cos \delta' \sin (\alpha' - s) + \\ &\quad + \omega N' \cos B \cos L - \varepsilon \bar{N} \sin B, \\ \Delta Z_0 &= \Delta \sin u \sin i - \bar{N} \sin B - \Delta' \sin \delta' - \\ &\quad - N' \cos B (\psi \cos L - \varepsilon \sin L); \end{aligned} \quad (5)$$

$u = \bar{\omega} + v$, v je pravá anomálie.

Soudobá praxe je však poněkud jiná, geocentrické polohy x , y , z družicových stanic M se určují současně s tesserálními a sektoriálními harmonickými v rozvoji geopotenciálu [18].

Zde se chceme dotknout reálné přesnosti řešení úlohy, tj. odpovědět na otázku, jak přesně můžeme neznámé ΔX_0 , ΔY_0 , ΔZ_0 nebo x , y , z určovat. Ukážeme to na výpočtu geopotenciálu W_0 na základní hladinové ploše $W = W_0$ a hodnoty

$$R_0 = \frac{GM}{W_0}, \quad (6)$$

což je poloměr sféry o stejném potenciálu jako je na hladinové ploše $W = W_0$, zvaný délkový rozměrový faktor [9]. Faktor (6) je málo závislý na geocentrické gravitační konstantě GM , když se její vliv uplatní jen prostřednictvím geocentrických souřadnic x , y , z použitých družicových stanic. Platí totiž

$$\begin{aligned} R_0 = & [(X^2 + Y^2 + Z^2)^{\frac{1}{2}} - H] \left\{ 1 + \right. \\ & + \sum_{n=2}^N \sum_{k=0}^n a_n^n [(X^2 + Y^2 + Z^2)^{\frac{1}{2}} - H]^{-n} \cdot \\ & \cdot (J_n^{(k)} \cos k\lambda + S_n^{(k)} \sin k\lambda) P_n^{(k)}(\sin \phi) + \\ & \left. + \frac{1}{3} a_0^3 [(X^2 + Y^2 + Z^2)^{\frac{1}{2}} - H]^3 q [1 - P_2^{(0)}(\sin \phi)] \right\}^{-1}, \\ q = & \frac{a_0^2 \omega^3}{GM}, \quad \tan \phi = \frac{Z}{(X^2 + Y^2)^{\frac{1}{2}}}, \quad \tan \lambda = \frac{Y}{X}; \end{aligned} \quad (7)$$

x , y , z jsou geocentrické souřadnice družicové stanice; H její nadmořské výšky; $J_n^{(k)}$, $S_n^{(k)}$ Stokesovy konstanty zemského tělesa stupně n a řádu k ; $P_n^{(k)}(\sin \phi)$ Legendrovy polynomy; a_0 volitelný délkový faktor.

To znamená, že disperse hodnot faktoru (7) pro jednotlivé družicové stanice charakterizuje zároveň i přesnost, s jakou byly určeny geocentrické polohy stanic, ovšem až na vlivy povahy systematické. Pro porovnání uvádíme číselné výsledky pro všechny tři geocentrické systémy SAO^{x/}/SE I, SE II, SE III/, avšak jen pro stanice, které jsou ve všech třech systémech společné. Je závažné, že analogické výsledky pro systémy GEM^{xx/} vykazují systematické rozdíly vůči výsledkům pro systémy SE, což ozřejmují tabulky 1 a 2.

x/ Smithsonian Astrophysical Observatory

xx/ Goddard Earth Model /Goddard Space Flight Center/

Tabulka 1

Družicová stanice č.	R_0 /v metrech/					
	SE I - GEM 3 /m/	SE I - GEM 4 /m/	SE II - GEM 3 /m/	SE II - GEM 4 /m/	SE III - GEM 3 /m/	SE III - GEM 4 /m/
7050						
1021			- 8	4	-20	- 8
1034			- 9	-14	-14	- 2
1042			-18	-15		
9001	- 3	-11	- 2	-10	- 6	-14
9002	3	-13	1	-15	-11	-27
9003	- 2	- 3	0	- 1	7	6
9023					5	4
9004	- 4	-15	-15	-26	-22	-33
9005	2	9	- 7	0	-12	- 5
9006	- 7	-14	2	- 5	10	3
9007	- 6	- 5	- 4	- 3	- 6	- 5
9008	-20	-16	-27	-23	-31	-27
9009	-15	-12	- 2	1	- 8	- 5
9010	-21	-13	- 9	- 1		
9011			0	6		
9012	-20	-22	-14	-16		
9028			-12	-10	-25	-23
9031			-20	-34	- 2	-16
9091			-18	-28	0	-10
7036			2	0		
7037			- 1	-15		
7039			- 1	2		
7040			- 2	- 3		
7045			12	11		
7075			-22	-17		
7076			14	14		
	-8.5	-10.5	-6.4	-7.9	-7.7	-10.8

Tabulka 2

Systém	R_0 [m]
SE I	6 363 675,3
SE II	672,8
SE III	672,9
GEM 3	682,6
GEM 4	682,4

Přesně vzato, použití řady (7) předpokládá, že nad plochou $w = w_0$ nejsou žádné hmoty. Zdá se však, že skutečnost, že tomu tak není, ovlivní výsledek prakticky málo, jak plyne z porovnání dosažených výsledků s hodnotami vypočtenými jen ze stanic, kde $H \leq 10$ m /tabulka 3/.

Tabulka 3

Systém	R_0 [m]	
	Použity všechny stanice	Pouze stanice s výškou $H \leq 10$ m
SE III	6 363 673	6 376 676
GEM 3	6 363 683	6 376 685
GEM 4	6 363 682	6 376 685

Výsledky ukazují, že poloha hmotného středu zemského tělesa je z družicové dráhové dynamiky určitelná s přesností alespoň $\pm /5 - 10/$ m. Přitom je reálná perspektiva dalšího zpřesnění téměř o řád, např. na základě projektu CANNONBALL [53]. Proto je již možné uvažovat o možnosti určování změn polohy hmotného středu Země v čase, ke kterým dochází např. v důsledku volných a vázaných kmitů zemského tělesa a přesunu hmot.

2. 2 Problém definice směru konvekční geometrické osy Z , blízké hlavní ose elipsoidu setrvačnosti a ose rotační

Současná praxe je taková, že geocentrická osa Z má konvenční definici dle rezoluce XIII. Valného shromáždění IAU^{x/} a XIV. Valného shromáždění IUGG^{xx/},

x/ Mezinárodní astronomická unie

xx/ Mezinárodní unie geodetická a geofyzikální

tj. definici CIO /Conventional International Origin/. Podle této definice je směr osy Z takový, že svírá s tížnicemi pěti / $i = 1, 2, \dots, 5$ / mezinárodních šířkových stanic /ILS^x/ úhly $/90^\circ - \varphi_{oi} /$, když hodnoty konvenčních šířek φ_{oi} jsou dány.

Tato definice dobře umožňuje určovat relativní změny souřadnic pólu x, y a polohy okamžité osy rotace Země vyrovnáním systému rovnic oprav

$$v_i = x \cos \lambda_{oi} + y \sin \lambda_{oi} - (\varphi_i - \varphi_{oi}),$$

nikoli však "absolutní" polohu této osy.

Výhodou je také skutečnost, že definice CIO je vázána na tížnice více než jedné stanice. Variace tížnic /zenitů/ stanic nutno připustit a čím více fundamentálních konvenčních šířek by bylo do definice pojato, tím méně by byla tato geometrická definice riskantní.

Problém definice osy Z a systému CIO byl kriticky diskutován zejména v [14, 24, 60, 62]. Předpoklad, že "střední observatoř" má stálý charakter, že se vzájemné pohyby zenitů stanic v průměru neprojeví, je třeba podle možností ověřovat. V [40] je např. ukázáno, že systematické změny φ okolo $0,43''$ za století /13 cm za rok/ jsou pravděpodobně způsobeny pohybem celého zonálního pásu zemské kůry severní polokoule, na němž je pět mezinárodních šířkových stanic umístěno, vzhledem k pólu setrvačnosti.

2. 3 Problém definice geocentrického nulového poledníku /roviny (x, Z) /

Východiskem jsou zde pozorování času asi na 40 observatořích v rámci BIH^{xx}/ a redukce těchto pozorování do nultého poledníku, dle vztahů [20]

$$x \cos \lambda_{oi} + y \sin \lambda_{oi} = \varphi_i - \varphi_{oi} \tag{8}$$

$$- x \operatorname{tg} \varphi_{oi} \sin \lambda_{oi} + y \operatorname{tg} \varphi_{oi} \cos \lambda_{oi} + t = \text{UTO}_i - \text{UTC};$$

x, y jsou souřadnice pólu, vztažené k CIO; φ_i pozorovaná okamžitá šířka i -té observatoře; φ_{oi} výchozí hodnota šířky i -té observatoře; UTO_i pozorovaná hodnota času UTO na i -té observatoři, počítaná pomocí konvenční délky λ_{oi} ;

x/ International Latitude Service

xx/ Bureau International de l'Heure

$t = UT - UTC$; UTC univerzální koordinovaný čas, vysílaný pomocí časových signálů.

Soubor konvenčních hodnot určuje systém, k němuž je vztažen čas UT $x/$ / $a \ x, y /$. Předpokladem je, že tížnice observatoří, pojatých do systému, nemají žádné vzájemné pohyby, takže "střední observatoř", definovaná váženým průměrem pozorovaných hodnot, je takových pohybů prosta.

Soustava rovnic (8) se řeší vyrovnáním dle metody nejmenších čtverců, přičemž se současně určují souřadnice pólu vzhledem k CIO a neznámá t . Jak ukázal Žongolovič [60], v důsledku takové operace se neredukují pozorování k astronomickému nulovému poledníku Greenwichskému, nýbrž ke geocentrické rovině / $Z, x /$, která s rovinou nulového Greenwichského poledníku není rovnoběžná, svírajíc s ní úhel

$$\delta = y \operatorname{tg} \varphi_0. \quad (9)$$

Takto definovanou rovinu / $x, Z /$ nulového poledníku Žongolovič nazval První geocentrický poledník /PGM/. Rozdíl hvězdných nebo středních časů na Greenwichském poledníku a na PGM činí [60]

$$\delta S = \delta T = \frac{1}{15} y'' \operatorname{tg} \varphi_0 = 0,0838 y''. \quad (10)$$

To dále znamená, že časy UT, UTO, UT1, UT2 nejsou střední časy na Greenwichském nulovém astronomickém poledníku, nýbrž na PGM. K definici je ovšem třeba, obdobně jako při definici CIO, uvést seznam konvenčních délek fundamentálních časových stanic. Takto definovaná geocentrická referenční rovina / $x, z /$ by dobře vyhovovala i všem soudobým úlohám družicovým. Mimoto vazba na více observatoří zeslabí vlivy deformací zemské kůry.

Problém byl zevrubně diskutován zejména v [23, 24, 60, 62] Žongolovičem a Izotovem, a to hlavně z hlediska účelnosti volby jedné ze dvou alternativ:

a/ volit výchozí nulový geocentrický poledník tak, že prochází osou Z /CIO/ a rovnoběžně s rovinou výchozího nulového astronomického poledníku Greenwichského - pak nebude obsahovat Greenwiche;

b/ volit výchozí nulový geocentrický poledník tak, že prochází osou Z

$x/$ Universal Time

/CIO/ a zvoleným výchozím bodem /např. "střední observatoří", jako v případě PGM/, pak ovšem jeho rovina nebude rovnoběžná s rovinou astronomického poledníku žádného bodu /observatoře/.

2. 4 Problém určení směrů os hlavního terestrického elipsoidu setrvačnosti

V předdružicovém období nebyly prakticky vůbec žádné možnosti řešení tohoto problému. Teprve družicová dráhová dynamika přinesla reálné možnosti jeho řešení. Poprvé byl problém diskutován na Druhém mezinárodním sympóziu o družicové geodézii /Athény, 1965/. Na symposiu No 48 "Rotace Země" /Morioka, 1971/ Melchior ukázal [37], že při analýze drah umělých družic skutečně je možné předpokládat nenulové sférické funkce stupně n a řádu k , tj. jsou-li konvenční, tedy nenormované

$$\begin{aligned} \frac{J_2^{(1)}}{S_2^{(1)}} &= \frac{1}{3 M a_0^2} \int \rho^2 P_2^{(1)}(\sin \phi) \begin{matrix} \cos \Lambda \\ \sin \Lambda \end{matrix} dm = \\ &= \frac{1}{M a_0^2} \int_M \rho^2 \sin \phi \cos \phi \begin{matrix} \cos \Lambda \\ \sin \Lambda \end{matrix} dm = \\ &= \frac{1}{M a_0^2} \int_M \begin{matrix} ZX \\ ZY \end{matrix} dm \neq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

nebo

$$J_2^{(1)} = \frac{1}{M a_0^2} E \neq 0, \quad S_2^{(1)} = \frac{1}{M a_0^2} D \neq 0, \quad (12)$$

když D , E jsou deviační momenty setrvačnosti, ρ , ϕ , Λ průvodič, geocentrická šířka a délka hmotného elementu dm .

Označíme-li ε_0 a ψ_0 malé úhly, definované obdobně jako (4)

$$E_0 = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \varepsilon_0 \\ 0 & -\varepsilon_0 & 1 \end{Bmatrix}, \quad \psi_0 = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & -\psi_0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \psi_0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}, \quad (13)$$

vzájemně vřící hlavní osu elipsoidu setrvačnosti a konvenční osu Z , pak úhel mezi oběma osami je

$$\sigma_z = (\varepsilon_0^2 + \psi_0^2)^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

a

$$\epsilon_0 = \frac{M a_0^2}{C-B} S_2^{(1)} = \frac{D}{C-B}, \quad (15)$$

$$\psi_0 = \frac{M a_0^2}{A-C} J_2^{(1)} = \frac{E}{A-C},$$

když A, B, C jsou hlavní momenty setrvačnosti, přičemž

$$B - A = 4 M a_0^2 J_2^{(2)},$$

$$A + B - 2C = 2 M a_0^2 J_2^{(0)}, \quad (16)$$

$$A - C = M a_0^2 (J_2^{(0)} - 2 J_2^{(2)}),$$

$$B - C = M a_0^2 (J_2^{(0)} + 2 J_2^{(2)}),$$

$$J_2^{(0)} = \frac{1}{2 M a_0^2} \int_{\mathfrak{M}} \varrho^2 P_2^{(0)}(\sin \phi) dm,$$

$$J_2^{(2)} = \frac{1}{12 M a_0^2} \int_{\mathfrak{M}} \varrho^2 P_2^{(2)}(\sin \phi) \cos 2\Lambda dm = \quad (17)$$

$$= \frac{1}{4 M a_0^2} \int_{\mathfrak{M}} (X^2 - Y^2) dm = \frac{1}{4 M a_0^2} (B - A).$$

Stokesovy konstanty $J_2^{(0)}$, $J_2^{(2)}$ jsou již dnes známy s přesností asi 5×10^{-8} , rovněž tak konstanta $S_2^{(2)}$, pro niž platí

$$S_2^{(2)} = \frac{1}{2 M a_0^2} \int_{\mathfrak{M}} XY dm = \frac{1}{2 M a_0^2} F; \quad (18)$$

obě tesserální konstanty $J_2^{(2)}$, $S_2^{(2)}$ definují polohu dalších dvou os elipsoidu setrvačnosti Země vzhledem ke konvenčnímu geocentrickému souřadnicovému systému X, Y, Z . Ze soudobých družicových dat vychází orientace rovníkových os elipsoidu setrvačnosti přibližně $15^\circ W$ a $75^\circ E$.

Nutno ovšem připustit, že osy elipsoidu setrvačnosti mění svůj směr a momenty setrvačnosti svou velikost v důsledku přeskupování zemských a atmosférických hmot. To znamená, že Stokesovy konstanty druhého stupně a prvního řádu jsou funkcí času a je třeba zjišťovat jejich časové variace $dJ_2^{(1)}/dt$, $dS_2^{(1)}/dt$.

3. Geodetické referenční souřadnicové systémy

Definice geodetických referenčních souřadnicových systémů X', Y', Z' děje se relativně vůči konvenčnímu systému geocentrickému X, Y, Z a jeho realizace je prakticky snazší než realizace geocentrického systému samotného X, Y, Z . Ovšem vznikají zde obtíže charakteru zcela jiného než při praktické realizaci systémů geocentrických, a sice plynoucí z nepřesnosti řešení redukčního geodetického problému. Příčinou těchto obtíží jsou tyto skutečnosti:

1/ Geodetické souřadnice, vázané na směr normály ke geodetickému referenčnímu elipsoidu E_r nelze měřit, je možné je jen počítat z měřených délkových a směrových elementů na fyzickém povrchu reálné Země, případně z šířky a délky měřené astronomicky, jsou-li ovšem známy složky ξ, η astronomicko-geodetické tížnicové odchylky.

2/ Měřené délkové a směrové elementy je nutné na plochu E_r redukovat, což však nelze provést exaktně, neboť není možnost promítat na E_r pozorovací bod a tudíž exaktně vzájemně přiřadit body zemského povrchu a plochy E_r .

Problém byl zevrubně analyzován Izotovem [22]. Praktický postup je takový, že ve výchozím bodu M_0 se výchozí geodetické souřadnice B, L volí tak, že

$$B_0 = \varphi_0 - \xi_0, \quad L_0 = \lambda_0 - \eta_0 \sec \varphi_0 \quad (19)$$

nebo dokonce, nejsou-li potřebné tíhové údaje k dispozici, je kladeno $\xi_0 = 0, \eta_0 = 0$. Výška geoidu nad E_r v bodě M_0 se buď klade rovna nule / $\zeta_0 = 0$ / nebo se, děje-li se zpracování triangulací /trilaterací atd./ ve druhé aproximaci, vypočte tak, aby se plocha E_r nejlépe přimykala ke geoidu území, pokrytém astronomicko-geodetickou sítí.

Dále je ovšem nutné také volit výchozí geodetický azimut A_0 , který je vázán na pozorovaný azimut astronomický α_0 Laplaceovou rovnicí, zpravidla používanou ve zjednodušeném tvaru

$$A_0 \doteq \alpha_0 - (\lambda_0 - L_0) \sin \varphi_0 = (\alpha_0 - \eta_0) \operatorname{tg} \varphi_0, \quad (20)$$

v němž jsou malé členy zanedbány.

V důsledku této procedury není ovšem geodetický referenční souřadnicový systém x', y', z' orientován vůči x, y, z ideálně jak pokud jde o polohu středu $E_r(O_r)$, tak pokud jde o směry souřadnicových os, tj. obecně

$$\begin{aligned} O' &\neq O \\ x' &\# x, \quad y' \# y, \quad z' \# z. \end{aligned} \quad (21)$$

Měřické chyby, zejména v astronomickém azimutu α_0 . lze interpretovat tak, že nastává nerovnoběžnost souřadnicových os, což jako první zkoumal Izotov [22].

Geodetický referenční souřadnicový systém x', y', z' je tudíž definován relativně vzhledem ke konvenčnímu geocentrickému systému x, y, z šesti transformačními elementy; jsou to

a/ tři translační elementy $\Delta X_0, \Delta Y_0, \Delta Z_0$ - souřadnice středu O' vzhledem k O ;

b/ tři rotační prvky $\varepsilon, \psi, \omega$ definované např. rotačními maticemi (4); k definici geodetických šířek a výšek nad plochou E_r je kromě toho třeba dvou parametrů, definujících referenčně elipsoid E_r , který je vždy volen jako rotační, např. a, e^2 /velká poloosa, čtverec excentricity/.

Všech šest transformačních elementů lze dnes určit družicovými metodami, přičemž $\varepsilon, \psi, \omega$ dokonce způsobem čistě geometrickým, tj. bez údajů o dráze družic, jak bylo poprvé ukázáno v [8] a dále v [11, 59, 61].

Úhly $\varepsilon, \psi, \omega$ byly zavedeny v [8, 11] tak, aby byly malé, na rozdíl od úhlů Eulerových. Nepřesahují u světových geodetických referenčních systémů $2''$ a proto transformační rovnice lze psát v elementárním tvaru lineárním

$$\begin{aligned} x &= \Delta X_0 + x' + \omega y' - \psi z', \\ y &= \Delta Y_0 + y' - \omega x' + \varepsilon z', \\ z &= \Delta Z_0 + z' + \psi x' - \varepsilon y', \end{aligned} \quad (22)$$

a naopak

$$\begin{aligned} x' &= x - \Delta X_0 - \omega y + \psi z, \\ y' &= y - \Delta Y_0 + \omega x - \varepsilon z, \\ z' &= z - \Delta Z_0 - \psi x + \varepsilon y. \end{aligned} \quad (23)$$

Označíme-li a, b, c (A', B', C') směrové kosiny libovolného směru v prostoru v systému X, Y, Z (X', Y', Z') pak platí

$$\begin{aligned} A &= A' + \omega B' - \psi C', \\ B &= B' - \omega A' + \epsilon C', \\ C &= C' + \psi A' - \epsilon B' \end{aligned} \quad (24)$$

a naopak.

Těchto vztahů je zapotřebí při řešení družicových problémů, když pozorované veličiny jsou v systému X, Y, Z nebo v nerotujícím systému, na tento systém vázaném, kdežto terestrická data jsou vždy v geodetickém systému referenčním X', Y', Z' .

Definujeme-li směr v prostoru topocentrickou deklinací a hodinovým úhlem T' vzhledem k rovině výchozího nulového poledníku, pak platí, označíme-li rovníkové souřadnice v geodetickém referenčním elipsoidu indexem r

$$\begin{aligned} \delta' &= \delta'_r + \epsilon \sin T'_r + \psi \cos T'_r \\ T' &= T'_r + \omega - (\epsilon \cos T'_r - \psi \sin T'_r) \operatorname{tg} \delta'_r. \end{aligned} \quad (25)$$

Je-li směr na SP veden ze středů O a O' a je-li $OS_p = O'S_p$, $O'S_p = \Delta_r$, pak

$$\begin{aligned} \delta &= \delta_r - \frac{\Delta X_0}{\Delta_r} \cos T_r \sin \delta_r + \frac{\Delta Y_0}{\Delta_r} \sin T_r \sin \delta_r + \\ &+ \frac{\Delta Z_0}{\Delta_r} \cos \delta_r + \epsilon \sin T_r + \psi \cos T_r, \\ T &= T_r - \left(\frac{\Delta X_0}{\Delta_r} \sin T_r + \frac{\Delta Y_0}{\Delta_r} \cos T_r \right) \sec \delta_r + \\ &+ \omega (\epsilon \cos T_r - \psi \sin T_r) \operatorname{tg} \delta_r, \\ \Delta &= \Delta_r + \Delta X_0 \cos \delta_r \cos T_r - \Delta Y_0 \cos \delta_r \sin T_r + \\ &+ \Delta Z_0 \sin \delta_r; \end{aligned} \quad (26)$$

vztahy pro přechod opačný, tj. od geocentrických veličin Δ, δ, T k příslušným veličinám, vázaným na geodetický referenční systém, tj. Δ_r, δ_r, T_r , jsou analogické, postačí-li lineární aproximace. Vztahy pro převod azimutů, zenitových vzdáleností, případně šířek a délek ze systému X, Y, Z do X', Y', Z' a naopak byly vyvozeny v [7].

Praxe ukazuje, že úhly ϵ, ψ, ω jsou družicovými metodami dnes urči-

telné s přesností asi $\pm 0,3''$, translační elementy Δx_0 , Δy_0 , Δz_0 s přesností alespoň okolo ± 15 m. V období předdružicovém problém nebylo možné prakticky řešit vůbec, v důsledku omezenosti dat, vztahujících se na příslušný geodetický referenční systém. Proto ani nebylo přesně známo, jak jsou elipsoidy E_r v zemském tělese umístěny, jak je umístěn geodetický počátek O' vůči hmotnému středu Země a jak jsou přesně v prostoru usměrněny geodetické osy x' , y' , z' . Družicové řešení spočívá na aplikaci rovnic typu (24) - (25) na směry přímých spojnic družicových stanic, které zároveň musí být geodetickými body prvního řádu.

4. Závěr

1/ Poloha hmotného středu Země, tj. počátku všech geocentrických souřadnicových systémů je dráhovou družicovou dynamikou určitelná s přesností přinejmenším $\pm 5 - 10$ m, přičemž je reálná možnost jejího zvýšení o jeden řád.

2/ Časy UT nejsou časy na Greenwichském nulovém poledníku, nýbrž na PGM, definovaném Žongolovičem [60]. K definici výchozího nulového geocentrického poledníku je třeba, obdobně jako při definici CIO, uvést seznam konvenčních délek fundamentálních časových stanic.

3/ Vzájemná poloha počátků geodetických referenčních souřadnicových systémů /středů referenčních elipsoidů/ je družicovými metodami určitelná s přesností lepší než ± 15 m. Relativní směry os geodetických referenčních souřadnicových systémů vůči konvenčním referenčním směrům, definovaným CIO a PGM, jsou určitelné dokonce bez znalosti drah družic s přesností okolo $\pm 0,3''$.

4/ Jeví se účelným systematicky určovat polohu hmotného středu zemského tělesa i její změny v čase pomocí dráhové dynamiky družic.

L I T E R A T U R A

- [1] Anderle, R. J.: Pole Position for 1971 Based on Doppler Satellite Observations. U. S. NWL Rep. TR-2734, 1972.
- [2] Anderle, R. J.: Pole Position for 1972 Based on Doppler Satellite Observations. U. S. NWL Rep. TR-2952, 1973.
- [3] Anderle, R. J. and Beuglass, L. K.: Doppler Satellite Observations of Polar Motion. Bull. géod. 96, 1970.
- [4] Bomford, G.: The Direction of the Minor Axis of Geodetic Reference Spheroids. IAU Symp. No. 32, Stresa 1968.
- [5] Burša, M.: Comparison of SE and GEM Geocentric Systems and Recent Parameters of the Geopotential Model. *Studia geoph. et geod.*, 1974, in print.
- [6] Burša, M.: Fundamental Geodetic Parameters of the Earth's Figure and the Structure of the Earth's Gravity Field Derived from Satellite Data. *Studia geoph. et geod.*, 1972.
- [7] Burša, M.: Fundamentals of the Theory of Geometric Satellite Geodesy. *Travaux Inst. Géophys. No. 241, Praha 1967.*
- [8] Burša, M.: K voprosu opredělenija napravlenij maloj osi referenc-ellipsoida i ischodnogo geodezičeskogo meridiana po nabljuděnijam ISZ. *Studia geoph. et geod.*, 1965.
- [9] Burša, M.: Potential on the Geoidal Surface, the Scale Factor for Lengths and Earth's Figure Parameters from Satellite Observations. *Studia geophys. et geod.*, 1969.
- [10] Burša, M.: Scale Factor for Lengths of the Geopotential Model. *Studia geoph. et geod.*, 1974, in print.
- [11] Burša, M.: Teorija opredělenija něparalelnostěj maloj osi referenc-ellipsoida poljarnoj osi inercii Zemli i ploskostěj ischodnogo astronomičeskogo i geodezičeskogo meridianov po nabljuděnijam ISZ. *Studia geoph. et geod.*, 1962.
- [12] Dejaiffe, R.: Le détermination astronomique des mouvements du pôle par les procédés en usage dans les stations internationales de latitude. *Obs. Roy. de Belg., Comm., Sér. B, No 68, 1972.*

- [13] Fedorov, J. P.: O principach postrojenja koordinatnykh sistem, primenyaemykh v astronomii. Sb. Sistemy koordinat v astronomii, izdat. FAN, Taškent, 1971.
- [14] Fedorov, J. P. i dr.: Dviženije poljusa Zemli c 1890. O po 1969. O. AN USSR, Kijev 1972.
- [15] Fedorov, E. P., Korsun, A. A. and Mironov, N. T.: Non-Periodic Latitude Variations and the Secular Motion of the Earth's Pole. IAU Symp. No. 48, Morioka 1971.
- [16] Feissel, M., Guinot, B. and Taton, N.: Comparison of the Coordinates of the Pole as Obtained by Classical Astrometry /IPMS, BIH/ and as Obtained by Doppler Measurements on Artificial Satellites /DPMS/. IAU Symp. No. 48, Morioka 1971.
- [17] Gaposchkin, E. M.: Pole Position Studied with Artificial Satellites. IAU Symp. No. 48, Morioka 1971.
- [18] Gaposchkin, E. M., Veis, G. and Latimer, J.: Smithsonian Institution Standard Earth III. Coordinates. SAO, 1973, preprint.
- [19] Garland, G. D.: Possible Rates of Relative Continental Motion. IAU Symp. No. 32, Stresa 1968.
- [20] Guinot, B. et al.: Rapport Annuel 1969, . . . , 1973, BIH, Paris.
- [21] Guinot, B. et Feissel, M.: Nouvelles méthodes de calcul du BIH. IAU Symp. No. 32, Stresa 1968.
- [22] Izotov, A. A.: K teorii ustanovlenija ischodnykh geodezičeskikh dat. Trudy CNIIGAIK 96, 1953.
- [23] Izotov, A. A.: O privedenii astronomičeskikh nabljudenij k nepodvižnomu poljusu. Geod. i kart. No. 1, 1971.
- [24] Izotov A. A.: Voprosy postrojenja sistemy koordinat, otnesennoj k centru mas i osi vraščeniya Zemli. Nabl. ISZ No. 5, 1967. Geod. i kart. No. 9, 1969.
- [25] Jeffreys, H.: The Variation of Latitude. IAU Symp. No. 48, Morioka 1971.
- [26] Jeffreys, H.: The Variation of Latitude. Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. /141/, 1968.
- [27] Jurkina, M. I.: Integralnyje uravněnija Moloděnskogo dlja teorii figury Zemli. Uravněnija gradusnykh izmerenij. Trudy CNIIGAIK 198, 1972.

- [28] Kaula, W. M. et al.: The Rotation of the Earth and Polar Motion. Trans. Amer. Geoph. Union, Vol. 54, No 8, 1973.
- [29] Korsuň, A. A., Fedorov, J. P.: O sovmestnom opredělenii koordinat poljusa i něravnomernostěj vraščeniija Zemli. AŽ t. 50, vyp. 3, 1973.
- [30] Kovalevsky, J.: Space Geodesy and Dynamics of the Earth and the Moon. Mitteilungen Nr. 31, 1971.
- [31] Lambeck, K.: Determination of the Earth's Pole of Rotation from Laser Range Observations to Satellites. Bull. géod. 101, 1971.
- [32] Markowitz, Wm.: Concurrent Astronomical Observations for Studying Continental Drift, Polar Motion and the Rotation of the Earth. IAU Symp. No. 32, Stresa 1968.
- [33] Markowitz, Wm.: Sudden Changes in Rotational Acceleration of the Earth and Secular Motion of the Pole. In: Earthquake Displacement Fields and the Rotation of the Earth, Reidel Publ., Co., 1970.
- [34] McCarthy, D.D.: Secular and Nonpolar Variation of Washington Latitude. IAU Symp. No. 48, Morioka 1971.
- [35] Melchior, P.: Contribution apportée par les marées terrestres dans l'étude de la rotation de la Terre. IAU Symp. No. 32, Stresa 1968.
- [36] Melchior, P.: Geodynamics, Meeting Point for Astronomy, Geodesy and Geophysics. Geodesy and Geophysics, Symp. IAG, Potsdam 1973.
- [37] Melchior, P.: Past and Future of Research Methods in Problems of the Earth's Rotation. IAU Symp. No. 48, Morioka 1971.
- [38] Melchior, P., Dejaiffe, R. and Verbeiren, R.: General Considerations About the Revision of all the Calculations of the International Latitude Service. IAU Symp. No. 48, Morioka 1971.
- [39] Michajlov, A. A.: O priveděniij astronomičeskich opredělenij široty, dolgoty i azimuta k jedinoj epoche. AŽ t. 47, No. 3, 1970.
- [40] Michajlov; A. A.: O vekovyh izmeněnijach geografičeskich koordinat. AŽ t. 45, No. 3, 1968.
- [41] Munk, W. H. and MacDonald, Gordon T. F.: The Rotation of the Earth. Cambridge, Univ. Press, 1960.
- [42] Okuda, T. and Sugawa, C.: On the Secular Variation of Latitude. IAU Symp. No. 32, Stresa 1968.

- [43] Rochester, M. G.: The Earth's Rotation. Trans. Amer. Geoph. Union, Vol. 54, No. 8, 1973.
- [44] Runcorn, S. K.: Polar Wandering and Continental Drift. IAU Symp. No. 32, Stresa 1968.
- [45] Smylie, D. E. and Mansinha; L.: The Elasticity Theory of Dislocations in Real Earth Models and Changes in the Rotation of the Earth. Geophys. J. /23/, 1971.
- [46] Stoyko, A.: Mouvement séculaire du pôle et la variation des latitudes des stations du SIL. IAU Symp. No. 32, Stresa 1968.
- [47] Stoyko, N.: Variation séculaire des longitudes. IAU Symp. No. 32, Stresa 1968.
- [48] Torao, M., Okazaki, S. and Fuji, S.: Secular Variation of Longitude and Related Problems. IAU Symp. No. 32, Stresa 1968.
- [49] Veis, G.: Geodetic Uses of Artificial Satellites. Smithsonian Contribution to Astrophysics, Vol. 3, No. 9, 1960.
- [50] Veis, H.: The Reference System. SAO Sp. Rep. No 200, Vol. 1, 1966.
- [51] Vicente, R.O.: Old and New Methods of Observing Polar Motion. IAU Symp. No. 48. Morioka 1971.
- [52] Vicente, R. O.: The Detection of Changes in the Coordinates of a Place on the Earth. IAU Symp. No. 32, Stresa 1968.
- [53] Weiffenbach, G. C. and Hoffman, T. E.: A Passive Stable Satellite for Earth-Physics Application /CANNONBALL, a Satellite for Accurate Laser Ranging/, SAO, 1970.
- [54] Yumi, S.: Report of the IPMS, 1970.
- [55] Yumi, S.: Stability of Station and the Earth's Figure. In: Earthquake Displacement Fields and the Rotation of the Earth, Reidel Publ. Co., 1970.
- [56] Yumi, S. and Wako, Y.: On the Secular Motion of the Mean Pole. IAU Symp. No. 32, Stresa 1968.
- [57] Yumi, S. and Wako, Y.: Secular Motion of the Pole. In: Earthquake Displacement Fields and the Rotation of the Earth, Reidel Publ. Co., 1970.
- [58] Zhongolovitch, I. D.: Le premier méridien géocentrique, les longitudes et le temps universal. Le Conseil Astron. de l'Acad. des Sci. de l'URSS, Moscou 1971.

- [59] Žongolovič, I. D.: Sputniki Zemli i geodezija AŽ t. 41, vyp. 1, 1964.
- [60] Žongolovič, I. D.: Ustanovlenije geocentričeskoj sistěmy koordinatnych ošej, svjazannyh s Zemlej. Sb. Sistěmy koordinat v astronomii, izd. FAN, Taškent 1971.
- [61] Žongolovič, I. D. i Sabanina; T. B.: Opredělenije naklona kvazi-geocentričeskoj sistěmy koordinat s pomoščju ISZ. Nabl. ISZ No. 5, 1967.
- [62] Žongolovič, I. D.: Metod opredělenija napravlenija zemnoj chordy iz so- vokupnosti sinchronnych ploskostěj. Nabljuděniija ISZ, No. 10, Ulan- Bator, 1971.

Došlo dne 16. 9. 1974

Určení geodetických souřadnic bodu z měřených směrů a délek vyrovnáním MNČ

1. Úvod

Pro určení geodetických souřadnic bodu z měřených směrů a délek nemusí být běžně používaný přechod do roviny vždy výhodný ani praktický. Dřívější praxe totiž jako prvořadé hledisko posuzovala jednoduchost výpočetních vztahů, což bylo plně oprávněné v době, kdy se veškeré výpočty prováděly na ručních kalkulačních strojích. Současný značný rozvoj výpočetní techniky si však v nejbližší době nesporně vynutí zásadní změny i v řešení úloh geodetických, kde zřejmě výpočty v rovině nebo na referenční kouli budou stále ve větším rozsahu nahrazovány výpočty na ploše referenčního elipsoidu.

Rovněž v oblasti geodetického zabezpečení /zvláště při určování relativních poloh bodů vzájemně značně vzdálených/ bude zřejmě stále častěji potřebné řešit základní geodetické úlohy buď v soustavě prostorových pravoúhlých souřadnic nebo v soustavě souřadnic geodetických.

Na možnost řešení jedné ze základních geodetických úloh protínání z orientovaných směrů v soustavě prostorových souřadnic jsem upozornil v [1], kde byl podrobně popsán celý postup výpočtu včetně odvození všech potřebných vztahů. Cílem tohoto článku je ukázat jednoduchý postup přímého řešení zmíněné úlohy v geodetických souřadnicích pro obecný případ, ve kterém měřenými veličinami jsou směry i délky. Hlavní pozornost jsem zde věnoval volbě vhodných funkčních vztahů mezi měřenými a vyrovnávanými veličinami a dále pak i odvození co nej-jednoduššího a nejvýhodnějšího tvaru parciálních derivací, které vystupují jako koeficienty u neznámých v rovnicích oprav při vyrovnání zprostředkujících měření. Pro konkrétní představu o numerickém řešení úlohy a o potřebné výpočetní přes-

nosti jsem považoval za účelné ukázat celý postup na jednoduchém příkladu, který je pro názornost vypočten na elektronickém kalkulačním stroji.

2. Odvození parciálních derivací

Nechť bod $P_i (B_i, L_i)$ je jedním z bodů daných, zatímco bod P_u je bodem určeným, u kterého předpokládáme známé pouze přibližné souřadnice B_u^0, L_u^0 . Pokud bychom z geodetických souřadnic obou uvažovaných bodů a z parametrů referenčního elipsoidu vypočetli prostorové pravoúhlé souřadnice pomocí rovnic

$$\begin{aligned} X &= N \cos B \cos L \\ Y &= N \cos B \sin L \\ Z &= N(1 - e^2) \sin B, \end{aligned} \quad (1)$$

kde

$$\begin{aligned} N &= \frac{a}{w}, \\ w &= \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}, \end{aligned} \quad (1.1)$$

a je velká poloosa použitého rotačního elipsoidu a

e je jeho první excentricita,

pak přibližný azimut vnějšího určujícího směru A_{iu}^0 bude dán vztahem

$$\cotg A_{iu}^0 = \frac{[(X_u^0 - X_i) \cos L_i + (Y_u^0 - Y_i) \sin L_i] \sin B_i - (Z_u^0 - Z_i) \cos B_i}{(X_u^0 - X_i) \sin L_i - (Y_u^0 - Y_i) \cos L_i}. \quad (2)$$

Přejdeme-li zpět od prostorových pravoúhlých souřadnic ke geodetickým, pak dosazením vztahů (1) do rovnice (2) získáme po úpravě

$$\cotg A_{iu}^0 = \sin B_i \cotg(L_i - L_u^0) - \frac{(1 - e^2) \cos B_i}{\sin(L_i - L_u^0)} \operatorname{tg} B_u^0 - \frac{e^2 \cos B_i \sin B_i}{w_i \sin(L_i - L_u^0)} \cdot \frac{w_u^0}{\cos B_u^0}. \quad (2a)$$

Parciální derivaci azimutu vnějšího určujícího směru A_{iu} podle souřadnice určovaného bodu B_u pak odvodíme z rovnice (2a), kterou nejprve upravíme na tvar

$$\begin{aligned} \cotg A_{iu} = \frac{1}{\sin(L_i - L_u)} & \left[\sin B_i \cos(L_i - L_u) - \right. \\ & \left. - (1 - e^2) \cos B_i \operatorname{tg} B_u - \frac{e^2 \cos B_i \sin B_i}{w_i} \cdot \frac{w_u}{\cos B_u} \right], \end{aligned} \quad (2b)$$

ve kterém pro zjednodušení symboliky upustíme od označení přibližných hodnot.

Potom

$$\frac{\partial A_{iu}}{\partial B_u} = -\frac{\sin^2 A_{iu}}{\sin(L_i - L_u)} \left[-\frac{(1-e^2)\cos B_i}{\cos^2 B_u} - \frac{e^2 \cos B_i \sin B_i}{w_i} \frac{\frac{1}{2} w_u^{-1} (-2e^2 \sin B_u \cos^2 B_u) + w_u \sin B_u}{\cos^2 B_u} \right]$$

a po úpravě

$$\frac{\partial A_{iu}}{\partial B_u} = \frac{\sin^2 A_{iu}}{\sin(L_i - L_u) \cos^2 B_u} \left[(1-e^2)\cos B_i + \frac{w_u}{w_i} e^2 \cos B_i \sin B_i \sin B_u - \frac{e^4}{w_u w_i} \sin B_i \cos B_i \sin B_u \cos^2 B_u \right] \quad (3a)$$

Poněvadž poslední člen uvnitř hranaté závorky v rovnici (3a) /ve kterém vystupuje excentricita $e \approx 0,08$ ve čtvrté mocnině/ dosáhne ve srovnání s prvním členem hodnoty prakticky o pět řádů nižší, bude možno jej zanedbat. Získáme tedy vztah

$$\frac{\partial A_{iu}}{\partial B_u} = \frac{\sin^2 A_{iu} \cos B_i}{\sin(L_i - L_u) \cos^2 B_u} \left[1 - e^2 + \frac{w_u}{w_i} e^2 \sin B_i \sin B_u \right], \quad (3b)$$

který pro předpokládanou délku stran do 100 km, tedy pro

$$|B_u - B_i| < 1^\circ$$

lze dále zjednodušit na tvar

$$\frac{\partial A_{iu}}{\partial B_u} = \frac{\sin^2 A_{iu} \cos B_i}{\sin(L_i - L_u) \cos^2 B_u} \left[1 - e^2 \cos^2 B_i \right] \quad (3c)$$

Úpravou rovnice (2a) dále dostaneme

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} A_{iu} &= \frac{\cos B_u \sin(L_i - L_u)}{\cos B_u \sin B_i \cos(L_i - L_u) - (1-e^2) \sin B_u \cos B_i - \frac{w_u}{w_i} e^2 \cos B_i \sin B_i} \\ &= \frac{(I.)}{(II.)} \end{aligned} \quad (2c)$$

a vypočteme

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{iu}}{\partial L_u} &= \cos^2 A_{iu} \left[\frac{\cos B_u \cos(L_i - L_u) (II.) - (I.) \cos B_u \sin B_i \sin(L_i - L_u)}{(II.)^2} \right] \\ &= -\frac{\cos^2 A_{iu} \cos B_u}{(II.)} \left[\cos(L_i - L_u) + \operatorname{tg} A_{iu} \sin B_i \sin(L_i - L_u) \right] \\ &= -\sin A_{iu} \cos A_{iu} \left[\operatorname{cotg}(L_i - L_u) + \operatorname{tg} A_{iu} \sin B_i \right]. \end{aligned}$$

Další úpravou pak získáme poněkud jednodušší tvar

$$\frac{\partial A_{iu}}{\partial L_u} = -\sin^2 A_{iu} [\cotg A_{iu} \cotg(L_i - L_u) + \sin B_i] \quad (4)$$

Pro odvození parciálních derivací azimutu vnitřního určujícího směru podle souřadnic určovaného bodu B_u, L_u použijeme výchozího vztahu

$$\begin{aligned} \cotg A_{ui} &= \frac{(1 - e^2) \sin B_i \cos B_u - \cos B_i \sin B_u \cos(L_i - L_u) + \frac{w_i}{w_u} \frac{e^2}{2} \sin 2B_u}{\cos B_i \sin(L_i - L_u)} = \\ &= \frac{(III.)}{(IV.)} \end{aligned} \quad (5)$$

Potom

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{ui}}{\partial B_u} &= -\frac{\sin^2 A_{ui}}{\cos B_i \sin(L_i - L_u)} \left[-(1 - e^2) \sin B_i \sin B_u - \cos B_i \cos B_u \cos(L_i - L_u) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{e^2 w_i}{2} \left(\frac{2 \cos 2B_u}{w_u} + \frac{2e^2 \sin^2 B_u \cos^2 B_u}{w_u^3} \right) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

Po úpravě a vypuštění zanedbatelného členu, ve kterém vystupuje čtvrtá mocnina excentricity, bude

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{ui}}{\partial B_u} &= \frac{\sin^2 A_{ui}}{\sin(L_i - L_u)} \left[(1 - e^2) \sin B_u \operatorname{tg} B_i + \right. \\ &\quad \left. + \cos B_u \cos(L_i - L_u) - \frac{w_i e^2 \cos 2B_u}{w_u \cos B_i} \right] \end{aligned} \quad (6a)$$

Stejně tak jako rovnici (3b) /pro požadavek přesnosti čtyř až pěti platných číslic a předpokládanou délkou stran do 100 km/ můžeme vztah (6) zjednodušit na tvar

$$\frac{\partial A_{ui}}{\partial B_u} = \frac{\sin^2 A_{ui}}{\sin(L_i - L_u) \cos B_i} [1 - e^2 \cos^2 B_u] \quad (6b)$$

Z rovnice (5) dále dostaneme

$$\frac{\partial A_{ui}}{\partial L_u} = -\sin^2 A_{ui} \left[\frac{-\cos B_i \sin B_u \sin(L_i - L_u) (IV.) + (III.) \cos B_i \cos(L_i - L_u)}{(IV.)^2} \right]$$

a po úpravě

$$\frac{\partial A_{ui}}{\partial L_u} = \sin^2 A_{ui} [\sin B_u - \cotg A_{ui} \cotg(L_i - L_u)] \quad (7)$$

Stejně tak jako azimut normálového řezu lze i délku geodetické křivky na rotačním elipsoidu /spojující body P_i a P_u / vypočíst přechodem do soustavy pros-

torových pravoúhlých souřadnic. Pokud dosazením do rovnic (1) vypočteme prostorové pravoúhlé souřadnice obou koncových bodů, bude délka přímočaré spojnice /tětivy/ t_{iu} dána vztahem

$$t_{iu}^2 = (X_u - X_i)^2 + (Y_u - Y_i)^2 + (Z_u - Z_i)^2. \quad (8)$$

Pro výpočet délky geometrické křivky S_{iu} /za předpokladu, že půjde o stranu trigonometrické sítě, tedy kratší než 100 km/ bude možno použít jednoduchého vztahu

$$S_{iu} = t_{iu} + \frac{t_{iu}^3}{24R^2}, \quad (9)$$

kde R je střední poloměr křivosti v zeměpisné šířce $B \approx B_i$ nebo $B \approx B_u$.

Poněvadž malá změna veličiny t_{iu} rozhodně nezmění v mezích požadované přesnosti číselnou hodnotu druhého členu na pravé straně rovnice (9), bude zřejmě změna v délce tětivy t_{iu} prakticky rovna změně v délce geodetické křivky S_{iu} . Proto při odvození parciálních derivací délky S_{iu} podle B_u a L_u můžeme pro strany trigonometrické sítě položit

$$\frac{\partial S_{iu}}{\partial B_u} = \frac{\partial t_{iu}}{\partial B_u}, \quad \frac{\partial S_{iu}}{\partial L_u} = \frac{\partial t_{iu}}{\partial L_u}.$$

Dosazením vztahů (1) do (8) získáme po úpravě rovnici

$$t_{iu}^2 = a^2 \left[(1-e^2)^2 \left(\frac{\sin B_u}{w_u} - \frac{\sin B_i}{w_i} \right)^2 + \frac{\cos^2 B_u}{w_u^2} + \frac{\cos^2 B_i}{w_i^2} - 2 \frac{\cos B_u \cdot \cos B_i}{w_u \cdot w_i} \cos(L_i - L_u) \right], \quad (10)$$

kterou zavedením pomocných symbolů

$$\begin{aligned} S_u &= \frac{\sin B_u}{w_u}, & C_u &= \frac{\cos B_u}{w_u} \\ S_i &= \frac{\sin B_i}{w_i}, & C_i &= \frac{\cos B_i}{w_i} \end{aligned} \quad (11)$$

formálně zjednodušíme na tvar

$$t_{iu}^2 = a^2 [(1-e^2)(S_u - S_i)^2 + C_u^2 + C_i^2 - 2C_u C_i \cos(L_i - L_u)] \quad (10a)$$

a ten použijeme pro určení

$$\frac{\partial t_{iu}}{\partial B_u} = \frac{a^2}{2t_{iu}} \left[(1-e^2) 2(S_u - S_i) \frac{\partial S_u}{\partial B_u} + \right. \\ \left. + 2C_u \frac{\partial C_u}{\partial B_u} - 2C_i \cos(L_i - L_u) \frac{\partial C_u}{\partial B_u} \right]. \quad (12a)$$

Poněvadž podle (11) a (1.1)

$$S_u = \frac{\sin B_u}{w_u} = \frac{\sin B_u}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 B_u}},$$

bude

$$\frac{\partial S_u}{\partial B_u} = \frac{\cos B_u w_u - \sin B_u \frac{1}{2} w_u^{-1} (-2e^2 \sin B_u \cos B_u)}{w_u^2} \\ = \frac{\cos B_u}{w_u} + \frac{e^2 \sin^2 B_u \cos B_u}{w_u^3}$$

a po zpětném zavedení pomocných symbolů (11)

$$\frac{\partial S_u}{\partial B_u} = C_u (1 - e^2 S_u^2). \quad (13a)$$

Obdobně pro

$$C_u = \frac{\cos B_u}{w_u} = \frac{\cos B_u}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 B_u}}$$

bude

$$\frac{\partial C_u}{\partial B_u} = \frac{\sin B_u w_u - \cos B_u \frac{1}{2} w_u^{-1} (-2e^2 \sin B_u \cos B_u)}{w_u^2} \\ = -\frac{\sin B_u}{w_u} + \frac{e^2 \sin^2 B_u \cos B_u}{w_u^3}$$

a s ohledem na (11)

$$\frac{\partial C_u}{\partial B_u} = -S_u (1 - e^2 C_u^2). \quad (13b)$$

Dosazením (13a) a (13b) do (12a) získáme

$$\frac{\partial t_{iu}}{\partial B_u} = \frac{a^2}{t_{iu}} \left\{ C_u (1-e^2) (S_u - S_i) (1 - e^2 S_u^2) \right. \\ \left. - S_u (1 - e^2 C_u^2) [C_u - C_i \cos(L_i - L_u)] \right\}. \quad (12b)$$

Z rovnice (10a) lze konečně přímo napsat

$$\frac{\partial t_{iu}}{\partial L_u} = -\frac{a^2}{t_{iu}} C_u C_i \sin(L_i - L_u). \quad (14)$$

3. Výpočet absolutních členů a koeficientů rovnic oprav

U absolutních členů rovnic oprav /definovaných jako rozdíl přibližné a měřené hodnoty zprostředkující veličiny/ bude třeba upravit výchozí funkční vztah na takový tvar, aby výpočet přibližné hodnoty zprostředkující veličiny byl dostatečně přesný, pokud možno i jednoduchý a ekonomický. Z tohoto hlediska nebude vhodné používat pro výpočet délky tětivy t_{iu} rovnici (10a), poněvadž pro požadavek přesných sedmi platných číslic výsledku by bylo nutné počítat všechny veličiny vystupující uvnitř hranaté závorky na pravé straně s přesností jedenácti platných číslic. Proto bude zřejmě účelné vztah (10a) upravit na tvar

$$t_{iu} = a \sqrt{[C_u - C_i \cos(L_i - L_u)]^2 + [C_i \sin(L_i - L_u)]^2 + [(1 - e^2)(S_u - S_i)]^2}, \quad (10b)$$

ve kterém při výpočtu přibližné vzdálenosti nedojde ke ztrátě čtyř, nýbrž pouze dvou platných číslic.

Zavedením pomocných veličin C_u, S_u, C_i, S_i /definovaných vztahy (11) do rovnic (2c) a (5) a jejich jednoduchou úpravou získáme vztahy

$$\operatorname{tg} A_{iu} = \frac{\sin(L_i - L_u)}{\sin B_i \left[\cos(L_i - L_u) - \frac{C_i}{C_u} e^2 \right] - (1 - e^2) \cos B_i \operatorname{tg} B_u} \quad (2d)$$

a

$$\operatorname{tg} A_{ui} = \frac{\sin(L_i - L_u)}{(1 - e^2) \cos B_u \operatorname{tg} B_i - \sin B_u \left[\cos(L_i - L_u) - \frac{C_u}{C_i} e^2 \right]}, \quad (5a)$$

ve kterých při výpočtu číselných hodnot přibližných azimutů dojde ke ztrátě maximálně dvou platných číslic.

Ve srovnání s požadavkem výpočetní přesnosti sedmi až osmi platných číslic u přibližných hodnot zprostředkujících veličin bude pro koeficienty rovnic oprav plně postačující přesnost podstatně nižší, maximálně čtyři až pět platných číslic. Proto také bylo možno odvozené rovnice (3a) a (6) pro výpočet parciálních derivací

$$\frac{\partial A_{iu}}{\partial B_u}, \quad \frac{\partial A_{ui}}{\partial B_u}$$

nahradit podstatně jednoduššími přibližnými vzorci (3c) a (6b).

Všimněme si však ještě vzájemného vztahu obou posledně zmíněných veličin.

Jednoduchou úpravou věty Clairautovy známé ve tvaru

$$N_i \cos B_i \sin A_{iu} = -N_u \cos B_u \sin A_{ui}$$

získáme vztah

$$\sin^2 A_{iu} = \frac{(1 - e^2 \sin^2 B_i) \cos^2 B_u}{(1 - e^2 \sin^2 B_u) \cos^2 B_i} \sin^2 A_{ui} .$$

Jeho dosazením do odvozené rovnice /srovnej (3c)/

$$\frac{\partial A_{iu}}{\partial B_u} = \frac{\sin^2 A_{iu} \cos B_i}{\sin(L_i - L_u) \cos^2 B_u} [1 - e^2 \cos^2 B_i]$$

bude

$$\frac{\partial A_{iu}}{\partial B_u} = \frac{\sin^2 A_{ui}}{\sin(L_i - L_u) \cos B_i} \cdot \frac{1 - e^2 \sin^2 B_i}{1 - e^2 \sin^2 B_u} (1 - e^2 \cos^2 B)$$

a poněvadž pro

$$|B_i - B_u| < 1^\circ$$

můžeme položit

$$\frac{1 - e^2 \sin^2 B_i}{1 - e^2 \sin^2 B_u} \doteq \frac{1 - e^2 \cos^2 B_u}{1 - e^2 \cos^2 B_i} ,$$

obdržíme

$$\frac{\partial A_{iu}}{\partial B_u} = \frac{\sin^2 A_{ui}}{\sin(L_i - L_u) \cos B_i} (1 - e^2 \cos^2 B_u) . \quad (3d)$$

Z porovnání vztahů (3d) a (6b) je zřejmé, že

$$\frac{\partial A_{iu}}{\partial B_u} = \frac{\partial A_{ui}}{\partial B_u} . \quad (15)$$

Tento závěr má nesporně značný význam pro praxi, poněvadž při sestavování rovnic oprav pro vnější určující směry nebude třeba počítat koeficienty u neznámé dB_u ze vztahů (3c), ale bude možno přímo použít číselné hodnoty vypočtené pro vnitřní směry ze vztahů (6b) nebo naopak.

Pro získání konkrétních údajů o skutečné relativní přesnosti vypočtených parciálních derivací z přibližných vzorců (3c) a (6b) jakož i o praktické využitelnosti rovnice (15) jsem na počítači ZPA 600 porovnal hodnoty přibližné s hodnotami exaktními. Výsledky tohoto testu, vypočteného pro zeměpisné šířky 40° , 50° a 60° , délky stran 20, 50 a 80 km a pro azimuty po deseti stupních jsou plně uspokojivé. Relativní chyby parciálních derivací vypočtených z přibližných vzorců (3c) a (6b) se pohybovaly v mezích

$$|\Delta_i| \leq 0,00003 \quad \text{pro } s_i = 20 \text{ km}$$

$$|\Delta_2| \leq 0,00007 \quad \text{pro } s_2 = 50 \text{ km}$$

$$|\Delta_3| \leq 0,00013 \quad \text{pro } s_3 = 80 \text{ km}$$

Společný vliv způsobený použitím přibližných vzorců (6b) a (15), tedy celková relativní chyba parciální derivace při neznámé u vnějšího určujícího směru /vypočtená z přibližného vzorce pro vnitřní určující směr (6b)/ dosahovala prakticky týchž hodnot a nepřekročila uvedené meze Δ_1, Δ_2 a Δ_3 .

V rámci zmíněného testu jsem dále v tomtéž rozsahu zeměpisných šířek, délek stran a azimutů porovnal i číselné hodnoty parciálních derivací

$$\frac{\partial A_{iu}}{\partial L_u} \quad \text{a} \quad \frac{\partial A_{ui}}{\partial L_u}$$

vypočtené z exaktních vzorců (4) a (7). Výsledkem tohoto srovnání bylo zjištění, že rozdíl obou veličin lze aproximovat jednoduchou funkcí

$$\beta = f(B_i, B_u).$$

Pro možnost výpočtu parciální derivace

$$\frac{\partial A_{iu}}{\partial L_u}$$

/vystupující v rovnicích oprav pro vnější určující směr/ z číselné hodnoty

$$\frac{\partial A_{ui}}{\partial L_u}$$

/pro vnitřní směr/ nebo naopak se jako velmi vhodný ukázal empirický vztah

$$\frac{\partial A_{iu}}{\partial L_u} \doteq \frac{\partial A_{ui}}{\partial L_u} - \sin\left(\frac{B_i + B_u}{2}\right). \quad (16a)$$

Prakticky týchž výsledků bylo dosaženo i u vztahu

$$\frac{\partial A_{iu}}{\partial L_u} = \frac{\partial A_{ui}}{\partial L_u} - \frac{\sin B_i + \sin B_u}{2}, \quad (16b)$$

který je počtářsky poněkud výhodnější vzhledem k tomu, že číselné hodnoty $\sin B_i$ a $\sin B_u$ jsou k dispozici z předchozích výpočtů. Poněvadž skutečné relativní chyby parciálních derivací vypočtených z rovnice (16b) nepřekročily meze

$$|\bar{\Delta}_1| \leq 0,000003 \quad \text{pro } s_1 = 20 \text{ km}$$

$$|\bar{\Delta}_2| \leq 0,000003 \quad \text{pro } s_2 = 50 \text{ km}$$

$$|\bar{\Delta}_3| \leq 0,000002 \quad \text{pro } s_3 = 80 \text{ km},$$

Ize zjednodušený výpočet hodnoty

$$\frac{\partial A_{iu}}{\partial L_u}$$

z rovnice (16b) považovat za plně oprávněný.

Je tedy zřejmé, že vzhledem k možnosti použití jednoduchých vztahů (6b) a (7) a hlavně pak využitím rovnic (15) a (16b) bude výpočet koeficientů v rovnicích oprav pro vnitřní i vnější určující směry velmi jednoduchý. Plně spolehlivých hodnot /v mezích požadované přesnosti čtyř až pěti platných číslic/ nesporně dosáhneme u všech směrů, jejichž azimut nebude roven ani blízký nule nebo sto osmdesáti stupňům. Pouze pro tento případ /kdy přirozeně i rozdíl zeměpisných délek ($L_i - L_u$) bude roven nebo blízký nule/ nebudou rovnice (6b) a (7) pro výpočet spolehlivých hodnot parciálních derivací použitelné. Poněvadž však limita funkce (6b)

$$\lim_{\substack{L_i \rightarrow L_u \\ A_{ui} \rightarrow 0}} \frac{\sin^2 A_{ui}}{\sin(L_i - L_u) \cos B_i} [1 - e^2 \cos^2 B_u] = 0,$$

bude možné např. v intervalech

$$359^\circ 59' 55'' < A_{ui} < 0^\circ 00' 05''$$

$$\text{a} \quad 179^\circ 59' 55'' < A_{ui} < 180^\circ 00' 05'' \quad (17)$$

$$\text{tedy pro} \quad |\operatorname{tg} A_{ui}| < 2424 \cdot 10^{-8}$$

$$\text{položit} \quad \frac{\partial A_{ui}}{\partial B_u} = 0.$$

$$\text{Pro výpočet číselné hodnoty} \quad \frac{\partial A_{ui}}{\partial L_u}$$

v uvedených mezích (17) pak bude možné použít jednoduchý vztah

$$\frac{\partial A_{ui}}{\partial L_u} = \frac{1}{\sin \varphi_u - \cos \varphi_u \operatorname{tg} \varphi_i}, \quad (18)$$

kde

$$\varphi_i = B_o + dB_o$$

$$\varphi_u = B_o - dB_o$$

$$B_o = \frac{B_i + B_u}{2}$$

$$dB_o = \frac{(B_i - B_u)(1 - e^2)}{2(1 - e^2 \sin^2 B_o)}$$

Rovnici (18), kterou uvádíme bez odvození, je možno získat ze známého řešení

druhé hlavní geodetické úlohy přechodem na kouli o poloměru N_0 , ve kterém uvážíme, že veličiny $(L_i - L_u)$ a A_{ui} jsou malé.

4. Sestavení rovnic oprav

Odvozený tvar koeficientů rovnic oprav bude zřejmě použitelný nejen pro vyrovnání geodetických souřadnic jednoho bodu, nýbrž i pro společné vyrovnání většího počtu nově určovaných bodů. Pokud tedy v určité části sítě bude n bodů daných a nejméně dva vzájemně zaměřené body určované, pak bude třeba rozlišit dva typy záměr a to:

- 1/ mezi bodem daným P_i a bodem určovaným P_u ,
- 2/ mezi dvěma body určovanými P_q a P_r .

Uvážíme-li, že v mezích požadované přesnosti je možné počítat koeficienty u neznámých v rovnicích oprav pro vnější určující směry ze vztahů (15) a (16b), pak rovnice oprav lze vyjádřit ve tvaru:

- 1/ Pro vnitřní směr, vnější směr a délku mezi bodem daným P_i a bodem určovaným P_u

$$\begin{aligned} v_{ui} &= d\omega_u + b_{ui} dB_u + c_{ui} dL_u + l_{ui} \\ v_{iu} &= b_{ui} dB_u + c_{ui}^* dL_u + l_{iu} \\ \bar{v}_{iu} &= \bar{b}_{iu} dB_u + \bar{c}_{iu} dL_u + \bar{l}_{iu} \end{aligned} \quad (19)$$

kde $d\omega$ je pootočení přibližně orientované osnovy měřených směrů na určovaném bodě,

$$\begin{aligned} b_{ui} &= \frac{\partial A_{ui}}{\partial B_u}, & c_{ui} &= \frac{\partial A_{ui}}{\partial L_u}, & l_{ui} &= A_{ui}^0 - A_{ui}, \\ c_{ui}^* &= c_{ui} - \frac{1}{2} (\sin B_u + \sin B_i), & l_{iu} &= A_{iu}^0 - A_{iu}, \\ \bar{b}_{iu} &= \frac{\partial t_{iu}}{\partial B_u}, & \bar{c}_{iu} &= \frac{\partial t_{iu}}{\partial L_u}, & \bar{l}_{iu} &= s_{iu}^0 - s_{iu}. \end{aligned}$$

- 2/ Pro směr z bodu P_q na P_r , z P_r na P_q a pro vzdálenost mezi dvěma body určovanými

$$\begin{aligned} v_{qr} &= d\omega_q + b_{qr} dB_q + c_{qr} dL_q + d_{rq} dB_r + g_{rq}^* dL_r + l_{qr} \\ v_{rq} &= d\omega_r + b_{qr} dB_q + c_{qr}^* dL_q + d_{rq} dB_r + g_{rq} dL_r + l_{rq} \\ \bar{v}_{rq} &= \bar{b}_{rq} dB_q + \bar{c}_{rq} dL_q + \bar{d}_{qr} dB_r + \bar{g}_{qr} dL_r + \bar{l}_{rq} \end{aligned} \quad (20)$$

kde

$$b_{qr} = \frac{\partial A_{qr}}{\partial B_q}, \quad c_{qr} = \frac{\partial A_{qr}}{\partial L_q}, \quad d_{rq} = \frac{\partial A_{rq}}{\partial B_r}, \quad g_{rq} = \frac{\partial A_{rq}}{\partial L_r},$$

$$c_{qr}^* = c_{qr} - \frac{1}{2}(\sin B_q + \sin B_r) = -g_{rq}, \quad g_{rq}^* = g_{rq} - \frac{1}{2}(\sin B_r + \sin B_q) = -c_{qr},$$

$$l_{qr} = A_{qr}^o - A_{qr}, \quad l_{rq} = A_{rq}^o - A_{rq},$$

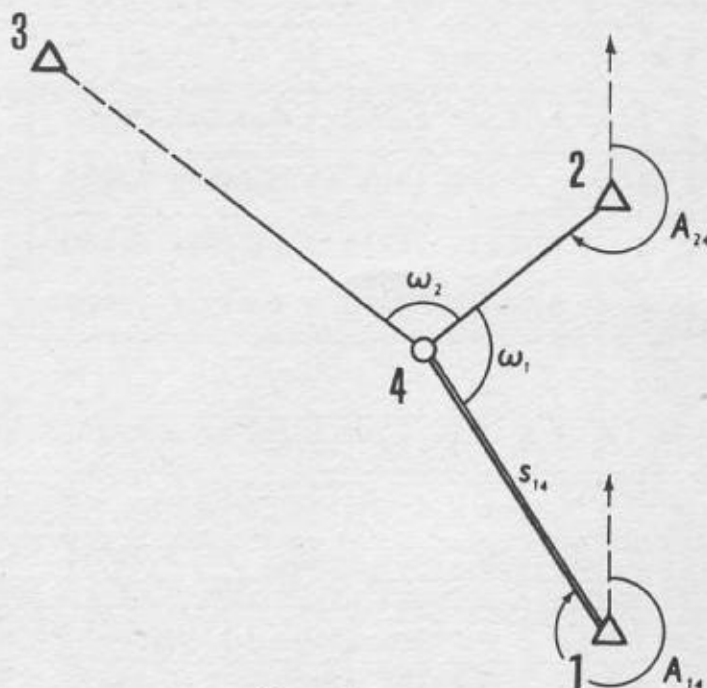
$$\bar{b}_{rq} = \frac{\partial t_{rq}}{\partial B_q}, \quad \bar{c}_{rq} = \frac{\partial t_{rq}}{\partial L_q}, \quad \bar{d}_{qr} = \frac{\partial t_{qr}}{\partial B_r}, \quad \bar{g}_{qr} = \frac{\partial t_{qr}}{\partial L_r} = -\bar{c}_{rq}, \quad \bar{l}_{rq} = s_{rq}^o - s_{rq}.$$

Číselné hodnoty koeficientů v rovnicích (19) vypočteme přímo ze vztahů (6b), (7), (12b) a (14). Pro výpočet koeficientů v rovnicích (20) pak použijeme týchž vztahů (6b), (7), (12b) a (14), v nichž v nezměněném pořadí nahradíme i a u indexy příslušných parciálních derivací q, r .

Pokud do prvních dvou rovnic (19) a (20) dosadíme absolutní členy v jednotkách šedesátinných sekund, pak vypočtené neznámé dB_j, dL_j ($j = u, q, r$) budou mít tentýž rozměr. V tomto případě však bude třeba koeficienty ve třetí rovnici (19) a (20) dělit hodnotou ρ'' . Kromě toho /s ohledem na poměr čtverců středních chyb měřených směrů a délek/ bude žádoucí těmto rovnicím přisoudit příslušnou váhu. Pro eliminaci neznámých $d\omega_j$ z první rovnice (19) a z prvních dvou rovnic (20) uijeme známého postupu redukce koeficientů a absolutních členů v příslušných rovnicích oprav, uvedeného např. v [4] na straně 141.

5. Příklad výpočtu s použitím odvozených vztahů

Pro určení geodetických souřadnic bodu 4 byly změřeny dva vnější orientované směry z bodů 1 a 2, dále pak tři vnitřní směry na body 1, 2 a 3 a vzdálenost strany 1 - 4.



Obr. 1

Měřené veličiny redukované na výpočetní plochu Krasovského elipsoidu jsou:

$$A_{14} = 326^{\circ} 57' 38'',91 \quad \omega_1 = 94^{\circ} 23' 44'',85 \quad s_{14} = 44\,287,28 \text{ m}$$

$$A_{24} = 232^{\circ} 33' 57'',46 \quad \omega_2 = 104^{\circ} 26' 59'',20$$

Souřadnice daných bodů

Bod	B	L
1	$49^{\circ} 10' 00'',0000$	$15^{\circ} 00' 00'',0000$
2	$49^{\circ} 40' 00'',0000$	$15^{\circ} 00' 00'',0000$
3	$49^{\circ} 50' 00'',0000$	$14^{\circ} 00' 00'',0000$

Přibližné souřadnice určovaného bodu /vypočtené např. rayonem na elipsoidu z azimutu A_{14} a délky s_{14} podle [3]/ jsou:

$$B_4^o = 49^{\circ} 30' 00'',0300 \quad L_4^o = 14^{\circ} 39' 59'',9600 .$$

Z geodetických souřadnic daných bodů a z přibližných souřadnic bodu určovaného vypočteme hodnoty

i	$L_i - L_u$	$\sin(L_i - L_u)$	$\cos(L_i - L_u)$
1	$20' 00'',0400$	0,00581 79253	0,99998 30757
2	$20' 00'',0400$	0,00581 79253	0,99998 30757
3	$-39' 59'',9600$	-0,01163 50719	0,99993 23102

Bod	$\sin B$	$\cos B$
1	0,75661 47829	0,65386 08953
2	0,76229 19136	0,64723 33725
3	0,76417 14114	0,64501 32200
4	0,76040 60600	0,64944 79377

a dosazením do rovnic (1.1) a (11) s použitím parametrů Krasovského elipsoidu

i	w	s	C
1	0,99808 22833	0,75806 85436	0,65511 72245
2	0,99805 33686	0,76377 87092	0,64849 57547
3	0,99804 37482	0,76566 92533	0,64627 75015
u	0,99806 29977	0,76188 18269	0,65070 83613

Ze vztahů (10b) a (9) vypočítáme číselné hodnoty tětiny a přibližné vzdálenosti

$$t_{i4}^{\circ} = 44^{\circ}288,404$$

$$s_{i4}^{\circ} = 44^{\circ}288,493.$$

Dosazením do rovnic (5a) a (2d) získáme tangenty /cotangenty/ přibližných azimutů

Směr	Funkce	Hodnota
4 - 1	$\operatorname{tg} A^{\circ}$	- 0,65668360
4 - 2	$\operatorname{cotg} A^{\circ}$	0,77248425
4 - 3	$\operatorname{cotg} A^{\circ}$	- 0,77741889
1 - 4	$\operatorname{tg} A^{\circ}$	- 0,65038574
2 - 4	$\operatorname{cotg} A^{\circ}$	0,76543558

Pro určení absolutních členů rovnic oprav dále vypočteme

Směr	A°	ω	$A^{\circ}-\omega$	A
4 - 1	146° 42' 27",90	94° 23' 44",85	52° 18' 43",05	146° 42' 30",91
4 - 2	52° 18' 52",12	0° 00' 00",00	52° 18' 52",12	52° 18' 46",06
4 - 3	307° 51' 43",81	255° 33' 00",80	52° 18' 43",01	307° 51' 46",86
1 - 4	326° 57' 38",15			326° 57' 38",91
2 - 4	232° 34' 05",78	Průměr	52° 18' 46",06	232° 33' 57",46

Následuje výpočet číselných hodnot parciálních derivací

$$1/ \quad \frac{\partial A_{ui}}{\partial B_u} \quad \text{a} \quad \frac{\partial A_{iu}}{\partial B_u} \quad \text{z rovnic (6b) a (15)}$$

$$\cos B_u = 0,64945$$

i	$\sin A_{ui}^{\circ}$	$\sin (L_i-L_u)$	$\cos B_i$	$\frac{\partial A_{ui}}{\partial B_u} = \frac{\partial A_{iu}}{\partial B_u}$
1	0,54891	0,0058179	0,65386	78,981
2	0,79138	0,0058179	0,64723	165,85
3	- 0,78949	- 0,0116351	0,64501	- 82,819

$$2/ \quad \frac{\partial A_{ui}}{\partial L_u} \text{ a } \frac{\partial A_{iu}}{\partial L_u} \text{ z rovnic (7) a (16b)}$$

$$\sin B_u = 0,76041$$

i	$\cotg A_{ui}^\circ$	$\cotg(L_i - L_u)$	$\frac{\partial A_{ui}}{\partial L_u}$	$\frac{1}{2}(\sin B_u + \sin B_i)$	$\frac{\partial A_{iu}}{\partial L_u}$
1	-1,5228	171,88	79,092	0,759	78,333
2	0,77248	171,88	-82,678	0,761	-83,439
3	-0,77742	-85,941	-41,170		

$$3/ \quad \frac{\partial t_{iu}}{\partial B_u} \text{ a } \frac{\partial t_{iu}}{\partial L_u} \text{ z rovnic (12b) a (14) pro měřenou vzdálenost 1 - 4}$$

C_u	0,65071	S_u	0,76188
$(1 - e^2)^2$	0,98666	$1 - e^2 C_u^2$	0,99717
$S_u - S_i$	0,0038133	$C_u - C_i \cos(L_i - L_u)$	-0,0043978
$1 + e^2 S_u^2$	1,0039	$C_u C_i \sin(L_i - L_u)$	0,0024801

$$\frac{a^2}{\rho^2 t_{iu}} = 4453,4$$

$$\frac{\partial t_{iu}}{\partial B_u} = 25,825$$

$$\frac{\partial t_{iu}}{\partial L_u} = 11,045$$

Váhy, koeficienty a absolutní členy rovnic oprav zapíšeme do tabulky

		p	b	c	b'	c'	l'
směr	4-1	1	78,98	79,09	24,98	94,01	-3,01
směr	4-2	1	165,85	-82,68	111,85	-67,76	6,06
směr	4-3	1	-82,82	-41,17	-136,82	-26,25	-3,05
					b	c	l
směr	1-4	1			78,98	78,33	-0,76
směr	2-4	1			165,85	-83,44	8,32
délka	1-4	20			25,82	-11,04	1,213

Z normálních rovnic

$$\begin{aligned} 78\,932 \text{ dB} & - 14\,992 \text{ dL} + 2\,966 = 0 \\ -14\,992 \text{ dB} & + 29\,654 \text{ dL} - 1\,635 = 0 \end{aligned}$$

vypočteme

$$dB = -0''{,}0300$$

$$dL = 0''{,}0400$$

které přičteme k přibližným souřadnicím určeného bodu.

Vyrovnané souřadnice bodu 4 tedy budou

$$\underline{B_4 = 49^\circ 30' 00''{,}0000}$$

$$\underline{L_4 = 14^\circ 40' 00''{,}0000}$$

6. Závěr

Uvedený postup výpočtu vyrovnaných hodnot geodetických souřadnic určeného bodu z měřených směrů a délek má nesporně řadu výhod. V praxi bude zřejmě použitelný nejen pro výpočet geodetických souřadnic jednoho bodu na elektronickém kalkulačním stroji v polních podmínkách, nýbrž i při použití počítače např. pro vyrovnaní sítí druhého, případně i třetího řádu, vložených do nově vyrovnaného základu astronomicko-geodetické sítě.

Hlavní výhodou navrženého postupu je jeho jednoduchost a úspornost výpočetních prací. Absolutní členy rovnic oprav se počítají z poměrně jednoduchých vztahů (2d), (5a) a (10b) uvedených v odst. 3. Pro jejich určení jsou při výpočtu na kalkulačním stroji plně postačující desetimístné tabulky goniometrických funkcí. Koeficienty rovnic oprav pro směry pak lze vypočítat podle velmi jednoduchých výpočetních vztahů pomocí malého počtu aritmetických operací a to s operandy, které jsou /s výjimkou funkce sinus přibližného azimutu/ k dispozici z předchozího výpočtu přibližné hodnoty zprostředkující veličiny. Značnou výhodou je i skutečnost, že koeficienty v rovnicích oprav pro směry stačí vypočítat pouze u směrů vnitřních.

Poměrně dosti složitý tvar rovnice (12b) /ve srovnání s jednoduchým tvarem rovnice (6b) by nesporně znamenal podstatně větší počet aritmetických operací při výpočtu koeficientů v rovnicích oprav pro délky. Proto při číselném výpočtu přibližné hodnoty tětiny t_{iu} z rovnice (10b) bude nesporně velmi výhodné uchovat v paměti počítače /nebo v případě použití kalkulačního stroje zapsat/ číselné hodnoty dílčích výsledků a přisoudit jim charakter pomocných veličin

t_x, t_y, t_z pomocí rovnic

$$t_x = C_u - C_i \cos(L_i - L_u), \quad t_y = C_i \sin(L_i - L_u), \quad t_z = (1 - e^2)(S_u - S_i) \quad .$$

Potom pro úsporný výpočet koeficientů v rovnicích oprav pro délky bude možno použít vztahu (14) upraveného na tvar

$$\frac{\partial t_{iu}}{\partial L_u} = - \frac{a^2}{t_{iu}} C_u t_y$$

a s uvážením, že

$$(1 - e^2)(1 + e^2 S_u^2) = 1 - e^2 C_u^2 = \frac{1 - e^2}{w_u^2}$$

upravit i rovnici (12b) na jednoduchý tvar

$$\frac{\partial t_{iu}}{\partial B_u} = \frac{a^2 (1 - e^2)}{t_{iu} w_u^2} [C_u t_z - S_u t_x] \quad .$$

Konečná úprava odvozených vztahů pro výpočet absolutních členů i koeficientů v rovnicích oprav jak pro směry tak i pro délky zaručí tedy poměrně vysokou efektivnost výpočtů a přirozeně i plně postačující spolehlivost vyrovnaných hodnot geodetických souřadnic i pro nejvyšší požadavky přesnosti.

L i t e r a t u r a

- [1] Prachař: Řešení úlohy protínání z orientovaných směrů na elipsoidu, VTO 1/75
- [2] Prachař, Pavlica, Novotný: Desetimístné tabulky goniometrických funkcí, Brno 1974
- [3] Vykuřil: Výpočet zeměpisných souřadnic a azimutů pro body určené směrem a délkou, VTO 1/64
- [4] Vykuřil: Vyrovnávací počet, Brno 1964
- [5] Vykuřil: Vyšší geodézie, díl I., Brno 1971

Došlo 29. 3. 1975

Využití metody polohových čar při topografickém zabezpečení bojové činnosti vojsk

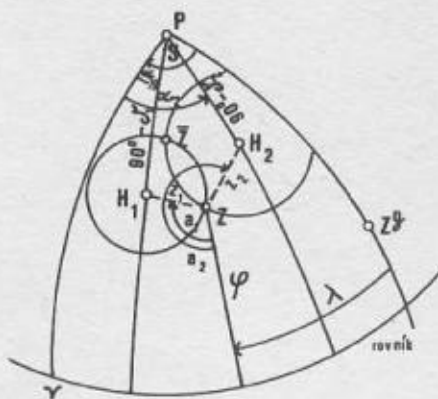
Referát přednesen na geodetickém semináři VAAZ K 23
v Brně 15. 11. 1973

Ú V O D

Pro některé úkoly topografického zabezpečení bojové činnosti vojsk je třeba znát astronomické souřadnice. Metoda polohových čar umožňuje určit současně obě tyto souřadnice. Podle zvolené metodiky měření je možno získat souřadnice s vnitřní přesností až $\pm 0,5''$. Přesnost je závislá na počtu naměřených sérií, na počtu pozorovaných hvězd a na přesnosti určení času průchodů hvězd. Metoda byla vypracována ve Francii r. 1870 profesorem Fascim. Zveřejnil ji r. 1873 fregatní kapitán Marcq de Blond de Saint-Hilaire a dodnes se používá v navigaci.

1. Princip metody

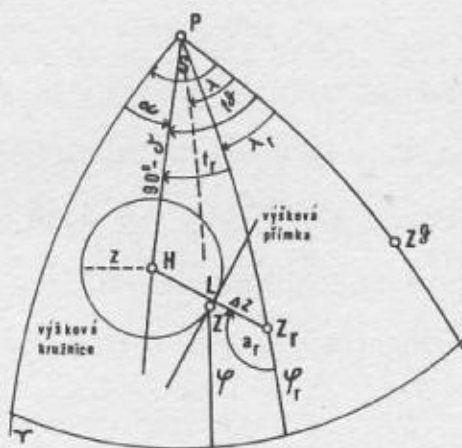
Změříme-li zenitovou vzdálenost z hvězdy H /obr. 1/ a zároveň určíme odpovídající čas záměry v greenwichském hvězdném čase, pak geometrickým místem



Obr. 1

zenitu stanoviště je kružnice opsaná kolem zdánlivé polohy hvězdy. Sférický poloměr kružnice odpovídá pravé zenitové vzdálenosti hvězdy, v jaké se tato jeví z pozorovacího stanoviště. Tato kružnice je v navigaci označována jako výšková kružnice. Polohu zenitu stanoviště můžeme určit za předpokladu, že určíme alespoň dvě pravé zenitové vzdálenosti různých hvězd. Průsečík těchto dvou výškových kružnic určuje polohu zenitu. Jak je zřejmé z obr. 1, je tato úloha dvojnásobná. Který z průsečíků obou kružnic platí pro dané stanoviště, určují hodnoty azimutů $a_1, a_2, \bar{a}_1, \bar{a}_2$ / pozorovaných hvězd.

Pro praktické řešení úlohy využijeme z každé kružnice pouze malou část, která se nachází v blízkosti zenitu stanoviště. Protože však neznáme přesné hodnoty zeměpisné šířky a délky stanoviště, použijeme pro určení polohy zenitu libovolný bod Z_r , který leží v blízkosti zenitu /obr. 2/. Vzdálenost pomocného bodu od



Obr. 2

hvězdy H si označíme z_r a astronomické zeměpisné souřadnice pomocného bodu φ_r, λ_r . Za předpokladu, že známe greenwichský hvězdný čas S okamžiku záměry na zvolenou hvězdu, můžeme vypočítat zenitovou vzdálenost z_r a azimut hvězdy a_r . Těchto hodnot by dosáhla hvězda H v horizontálním systému za předpokladu, že by pomocný bod Z_r byl totožný se zenitem stanoviště. Tyto hodnoty můžeme vypočítat řešením sférického trojúhelníka P, Z_r, H , neboť dvě strany trojúhelníku jsou rovny $/90^\circ - \varphi_r /$ a $/90^\circ - \delta /$. Úhel, který tyto dvě strany svírají, je

$$t_r = S + \alpha \pm \lambda_r \quad \begin{matrix} W \\ E \end{matrix}$$

kde

S - greenwichský hvězdný čas záměry na hvězdu

t_r - hodinový úhel vztažený na poledník pomocného bodu Z_r

α - rektascense použité hvězdy

λ_r - zeměpisná délka pomocného bodu Z_r .

Hodnoty z_r a a_r vypočítáme ze vztahů

$$\begin{aligned}\cos z_r &= \sin \varphi_r \sin \delta + \cos \varphi_r \cos \delta \cos t_r \\ \cotg a_r &= \frac{\sin \varphi_r \cos t_r - \cos \varphi_r \operatorname{tg} \delta}{\sin t_r}\end{aligned}\quad (1)$$

přičemž platí $a_r \leq 180^\circ$, jestliže je $t_r \leq 180^\circ$.

Průsečík hlavní kružnice proložené zvoleným bodem Z_r a hvězdou H s výškovou kružnicí, na které musí ležet zenit pozorovacího stanoviště, si označíme \angle . Tento průsečík bude ležet ve vzdálenosti $\Delta z = z_r - z$ od zvoleného bodu Z_r . Pravou zenitovou vzdálenost z získáme z rovnice

$$z = z_m + i_z + R + dz_A \quad (2)$$

kde

z_m - odpovídající čtení výškového kruhu při průchodu hvězdy střední nití

i_z - indexová chyba výškového kruhu teodolitu

R - hodnota astronomické refrakce

dz_A - korekce z denní aberace $dz_A = 0,32'' \cos \varphi \sin a \cos z$.

Hlavní kružnice procházející body Z_r, H svírá s meridiánem pomocného bodu azimut /viz obr. 2/

a_r , jestliže $z_r > z$, to tedy znamená, že Δz je kladné

$a_r \pm 180^\circ$ jestliže $z_r < z$, pak Δz je záporné.

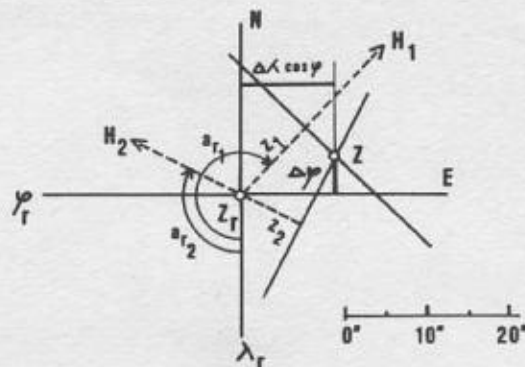
Azimutem a_r a zenitovou vzdáleností Δz je dána poloha bodu \angle vzhledem ke zvolenému bodu Z_r . Proložíme-li bodem \angle hlavní kružnici, která bude kolmá k vertikální rovině procházející body Z_r, H , pak část této kružnice v bezprostřední blízkosti bodu \angle můžeme nahradit přímkou. Její poloha se bude na sféře tím méně lišit od výškové kružnice, čím bude větší poloměr výškové kružnice.

Výšková kružnice a za určitých podmínek i výšková přímka nám představuje geometrické místo polohy zenitu pozorovacího stanoviště. Jak jsme si již uvedli, změříme-li alespoň ještě jednu zenitovou vzdálenost jiné hvězdy a zároveň určíme odpovídající čas záměry, získáme druhou polohovou přímku. Průsečík obou polohových přímek odpovídá zenitu stanoviště.

2. Grafické určení polohy polohové čáry

Pro snadnější určení polohy polohové přímky si zmenšíme nebeskou sféru tak, aby odpovídala velikosti Země. Tuto zmenšenou sféru si zobrazíme do roviny, aby byly zachovány úhly. Zvolíme si libovolný pomocný bod Z_r tak, aby souřadnice φ_r , λ_r se co možná nejméně lišily od hledané polohy zenitu. Pro okamžik pozorování si pak vypočítáme podle (1) zenitovou vzdálenost z_r a azimut a_r hvězdy H . Polohu zvoleného pomocného bodu Z_r si zakreslíme do rovinného zobrazení sféry podle daných souřadnic φ_r , λ_r . Ve směru a_r vyneseme rozdíl Δz mezi vypočítanou zenitovou vzdáleností z_r a pravou zenitovou vzdáleností z . Rozdíl Δz vynášíme směrem ke hvězdě, jestliže je Δz kladné, v opačném směru, jestliže je Δz záporné. Proložíme-li takto získaným bodem L přímkou kolmou na směr $Z_r H$, získáme hledanou polohovou přímku.

Místo konformního rovinného zobrazení nebeské sféry můžeme použít jakékoliv konformní zobrazení zeměpisných souřadnic zemského elipsoidu za předpokladu, že zemský elipsoid bude tak orientován, aby osa rotace byla totožná se zemskou osou a aby základní poledník byl totožný s greenwichským poledníkem. Nejčastěji se používá takové zobrazení, kdy sféru promítneme na tangenciální rovinu dotýkající se sféry v bodě Z_r , takže se zachovají jak úhly tak délky. To tedy znamená, že se meridián bodu Z_r zobrazí jako přímka a rovnoběžka bodu Z_r se zobrazí jako velmi plochá křivka, která je kolmá na místní poledník. Tato křivka může být nahrazena tečnou v bodě Z_r . Rozdíl Δz můžeme vynést v libovolném měřítku /kupř. $1'' = 2 \text{ mm}$ / viz obr. 3.



Obr. 3

Změříme-li v krátkém časovém intervalu více zenitových vzdáleností místo

jedné zenitové vzdálenosti hvězdy, je možno buď převést naměřené časy na střední zenitovou vzdálenost nebo naměřené zenitové vzdálenosti na střední čas.

3. Redukce naměřených hodnot na střední hodnotu

Při pozorování více průchodů téže hvězdy v blízkosti středu nitkového kříže si označíme pravou zenitovou vzdálenost z_i a jí odpovídající čas s_i , kde $i = 1, 2, \dots, n$ je počet pozorování na hvězdu. Chceme-li tato jednotlivá pozorování převést na libovolný čas \bar{s} , jehož hodnota se neliší více než o 20 minut od všech pozorovaných časů s_i , pak musíme vypočítat pro každý okamžik s_i a pro zvolený čas \bar{s} odpovídající zenitové vzdálenosti z_{r_i} a \bar{z}_r podle

$$\begin{aligned}\cos z_{r_i} &= \sin \varphi_r \sin \delta + \cos \varphi_r \cos \delta \cos t_{r_i} \\ \cos \bar{z}_r &= \sin \varphi_r \sin \delta + \cos \varphi_r \cos \delta \cos \bar{t}_r\end{aligned}\quad (3)$$

kde

$$t_{r_i} = s_i + u_0 - \alpha, \quad \bar{t}_r = \bar{s} + u_0 - \alpha. \quad (4)$$

V rovnicích (3) představuje φ_r přibližnou hodnotu zeměpisné šířky stanoviště, t_r přibližnou hodnotu hodinového úhlu. Předpokládá se, že známe s dostatečnou přesností korekci hodin u_0 na greenwichský hvězdný čas pozorování S . Rovnici (4) můžeme napsat

$$t_{r_i} = s_i - \alpha, \quad \bar{t}_r = \bar{s} - \alpha.$$

Předpokládá se, že naměřené časy s_i jsou již opraveny o chod hodin.

Pravé zenitové vzdálenosti se převedou na okamžik \bar{s} pomocí rovnice

$$z_{o_i} = z_i - (z_{r_i} - \bar{z}_r)$$

a vypočítá se střední hodnota

$$z_0 = 1/n \sum_{i=1}^n z_{o_i}.$$

Výpočet této redukce je poměrně jednoduchý, protože při výpočtu redukcí zenitových vzdáleností téže hvězdy jsou součiny $\sin \varphi_r \sin \delta$ a $\cos \varphi_r \cos \delta$ konstanty. Pravé zenitové vzdálenosti získáme z měřených zenitových vzdáleností podle (2).

Chceme-li redukovat časy průchodů na určitou zenitovou vzdálenost \bar{z} , musíme nejdříve vypočítat hodinové úhly

$$\cos t_{r_i} = \frac{\cos z_i - \sin \varphi_r \sin \delta}{\cos \varphi_r \cos \delta}, \quad \cos \bar{t}_r = \frac{\cos \bar{z} - \sin \varphi_r \sin \delta}{\cos \varphi_r \cos \delta} \quad (5)$$

kde

t_{r_i} - je hodinový úhel odpovídající času záměry s_i ,

\bar{t}_r - je hodinový úhel odpovídající zvolené zenitové vzdálenosti \bar{z} .

Naměřené časy zredukujeme na zvolenou zenitovou vzdálenost \bar{z} pomocí vztahu

$$\bar{s}_i = s_i - (t_{r_i} - \bar{t}_r)$$

a opět vypočítáme průměrnou hodnotu $\bar{s} = 1/n \sum_{i=1}^n \bar{s}_i$.

Zenitovou vzdálenost \bar{z} si buď zvolíme, nebo její hodnotu můžeme vypočítat jako průměrnou hodnotu všech pravých zenitových vzdáleností.

4. Grafické řešení určení polohy zenitu

Ve vhodně zvolené zobrazovací rovině si vyznačíme přibližnou polohu zenitu Z_r / má souřadnice φ_r , λ_r /. Příмка $Z_r N$ / obr. 3 / představuje místní poledník a $Z_r E$ rovnoběžku. Dvě výškové přímky, které leží v azimutu a_1 , a_2 a ve vzdálenosti Δz_1 a Δz_2 od zvoleného pomocného bodu Z_r se protnou v bodě, který odpovídá hledanému zenitu. Souřadnice zenitu potom jsou

$$\varphi = \varphi_r + d\varphi, \quad \lambda = \lambda_r + \frac{y}{\cos \varphi_r},$$

přičemž hodnoty oprav získáme přímo z grafického řešení, neboť

$$ZA = d\varphi \quad \text{a} \quad Z_r A = d\lambda \cos \varphi_r = y.$$

Z grafického řešení je zřejmé, že hvězdy musíme volit tak, aby výškové přímky se protínaly pokud možno pod pravým úhlem. Tato skutečnost nastane tehdy, budou-li se azimuty pozorovaných hvězd lišit o $\pm 90^\circ$. Pro kontrolu měření a zároveň také pro zvýšení přesnosti měření se určují více jak dvě polohové přímky. Z rozborů přesnosti vyplývá, že je vhodné hvězdy sdružovat do hvězdných párů. Hvězdy v párech by měly procházet přibližně stejnou zenitovou vzdáleností. Jejich azimuty by se měly lišit o 180° . Tyto hvězdné páry by měly být rovnoměrně rozloženy v horizontu. Tímto výběrem hvězd dosáhneme toho, že poloha zenitu bude určena přibližně se stejnou přesností jak v meridiánu tak na rovnoběžce.

Také tato nadbytečná měření lze vyhodnotit graficky. Polohové přímky se v důsledku měřických chyb neprotnou v jednom bodě, ale vytvoří chybový obrazec, v jehož těžišti se nachází poloha zenitu. Tento způsob určení pravdě nejpodobnější polohy zenitu je dostatečně přesný a v mnoha případech je zcela vyhovující. Souřadnice stanoviště můžeme také získat vyrovnáním.

5. Určení zeměpisných souřadnic vyrovnáním

Pro každé pozorování můžeme napsat rovnici oprav ve tvaru

$$z + v = z_r + d\varphi \cos a_r + 15 d\lambda^s \cos \varphi_r \sin a_r,$$

kde $d\varphi = \varphi - \varphi_r$, $d\lambda = \lambda - \lambda_r$, $\Delta z'' = z_r - z$.

Rovnici oprav můžeme také vyjádřit tvarem

$$v'' = \cos a_r d\varphi + 15 \cos \varphi_r \sin a_r d\lambda^s + \Delta z. \quad (6)$$

Zavedeme-li substituci $d\varphi = x$, $d\lambda \cos \varphi_r = y$, dostaneme rovnici oprav

$$v'' = \cos a_r x + \sin a_r y + \Delta z.$$

Hodnoty z_r a a_r vypočítáme pomocí vztahů (2).

K řešení normálních rovnic

$$\begin{aligned} [\cos^2 a_r] x + [\cos a_r \sin a_r] y + [\cos a_r] \Delta z &= 0 \\ [\cos a_r \sin a_r] x + [\sin^2 a_r] y + [\sin a_r] \Delta z &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

použijeme determinantů.

$$\text{Označíme-li } x = [\cos^2 a_r] [\sin^2 a_r] - [\cos a_r \sin a_r]^2$$

pak

$$\begin{aligned} d\varphi &= \frac{[\cos a_r \sin a_r] [\sin a_r \Delta z] - [\sin^2 a_r] [\cos a_r \Delta z]}{x} \\ dl &= \frac{[\cos a_r \sin a_r] [\cos a_r \Delta z] - [\cos^2 a_r] [\sin a_r \Delta z]}{x} \end{aligned} \quad (8)$$

$$d\lambda = \frac{dl}{15 \cos \varphi_r}.$$

Výsledné veličiny jsou pak

$$\varphi = \varphi_r + d\varphi, \quad \lambda = \lambda_r + d\lambda.$$

Střední chybu jednoho měření můžeme vypočítat ze známého vztahu

$$m = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-2}}, \quad \text{kde } [vv] = [\cos a_r \Delta z] d\varphi + [\sin a_r \Delta z] dl + [\Delta z^2].$$

Střední chyby v určovaných souřadnicích vypočítáme podle

$$m_{\varphi} = \pm \frac{m}{\sqrt{\frac{X}{[\sin^2 a_r]}}} , \quad m_{\lambda} = \pm \frac{m}{\sqrt{\frac{X}{[\cos^2 a_r]}}} . \quad (9)$$

6. Přesnost metody

Přesnost metody mohou ovlivnit následující chyby:

- chyba v měřené zenitové vzdálenosti. Za předpokladu, že zenitová vzdálenost byla měřena v jedné poloze dalekohledu a že bylo cíleno vodorovným vláknem v blízkosti vertikální nitě, je tato chyba závislá převážně na chybě z neurovnané libely dE , na chybě v odečtení kruhu dL , na chybě v dělení kruhu $d\tau$, na chybě v určení refrakce dR a na chybě z nepřesné znalosti indexové chyby di_z . Střední chyba v zenitové vzdálenosti je pak rovna

$$m_z^2 = m_E^2 + m_L^2 + m_{\tau}^2 + m_R^2 + m_{i_z}^2 \quad (10)$$

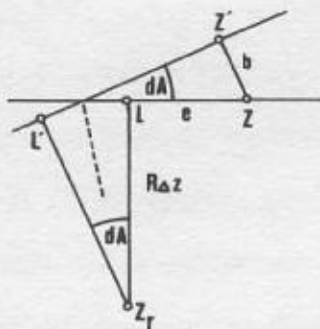
- chyba v určení hodinového úhlu může být způsobena chybou v odečtení hodin dU , osobní chybou pozorovatele dU_p , chybou v korekci hodin du a chybou v rektascenzi $d\alpha$. Takže střední chybu v určení hodinového úhlu získáme ze vztahu

$$m_{t_r}^2 = m_U^2 + m_{U_p}^2 + m_u^2 + m_{\alpha}^2 \quad (11)$$

- k těmto chybám dále přistupuje chyba v deklinaci $d\delta$ a chyba v polohové čáře způsobená buď chybným zákresem nebo výpočtem azimutu. Podle diferenciálních vztahů platících v nautickém trojúhelníku způsobí chyba v hodinovém úhlu dt a v deklinaci $d\delta$ chybu v zenitové vzdálenosti

$$dz_r = -\cos q_r d\delta + \cos \varphi_r \sin a_r dt_r . \quad (12)$$

Chyba v azimutu dA způsobí pootočení výškové přímky o hodnotu dA . Označíme-li /obr.4/ vzdálenost zenitu Z od bodu L e a vzdálenost bodu L od pomoc-



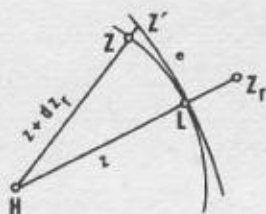
Obr. 4

ného bodu Z_r $R \Delta z \varphi / R$ - poloměr Země/, pak je vzdálenost výškové přímky od zenitu Z

$$\Delta b = (e + R \frac{dz}{\varphi} \operatorname{tg} \frac{dA}{2}) \sin dA \approx e \frac{dA}{\varphi} + R \frac{dz}{\varphi} \operatorname{tg} \frac{dA^2}{2\varphi^2} .$$

Dosadíme-li za $|dA| \leq 0,2^\circ$, $e \leq 1$ km, $R \frac{dz}{\varphi} \leq 1$ km pak $|\Delta b| \leq 3,5$ m nebo $\leq 0,11''$. Z uvedených rozborů vyplývá, že chyba v určení azimutu může být zanedbána, jestliže je azimut určen s přesností několika minut a jestliže vzdálenost bodu Z od stanoviště nebude větší než 1 km. Tyto požadavky se dají splnit, takže v dalším nebudeme tuto chybu uvažovat.

- V neposlední řadě může výsledek ovlivnit chyba, způsobená zanedbáním zakřivení polohové čáry. Při grafickém zpracování nahrazujeme výškovou kružnicí polohovou čarou. Budeme tento případ zkoumat v případě, že sféru zobrazíme na tangentiální rovinu dotýkající se sféry v pomocném bodě Z_r . Na obr. 5 si označíme



Obr. 5

polohu zenitu Z . Proložíme-li body HZ hlavní kružnici, protne polohovou čáru v bodě Z' . Vzdálenost $ZZ' = dz$ odpovídá odlehlosti výškové kružnice od polohové čáry v bodě Z . Označíme-li vzdálenost $\widehat{LZ'}$ e a poloměr výškové kružnice z , pak platí v pravoúhlém trojúhelníku HLZ'

$$\cos (z + dz_r) = \cos z \cos e .$$

Pro malé hodnoty e můžeme psát

$$\cos z - dz_r \sin z \approx \cos z \left(1 - \frac{e^2}{2} \right) \quad \text{odkud plyne}$$

$$dz_r \approx \frac{e^2}{2\varphi} \cotg z \approx 0,0087'' \left(\frac{e'}{\varphi'} \right)^2 \cotg z .$$

Při přesných astronomických pracích můžeme předpokládat, že souřadnice pomocného bodu Z_r se budou jen nepatrně lišit od zenitu Z , takže e dosáhne maximálně několika úhlových minut. Zakřivení polohové čáry můžeme v tomto případě zanedbat.

Zanedbáme-li malý vliv chyby v určení azimutu a zakřivení výškové kružnice,

pak celková chyba v určení polohové čáry je $d\Delta z = dz_r - dz$. Využijeme-li vztahů (10) a (12) bude střední chyba

$$m_{\Delta z}^2 = \cos^2 q_r \cdot m_d^2 + \cos^2 \varphi_r \cdot \sin^2 a_r \cdot m_{t_r}^2 + m_E^2 + m_T^2 + m_R^2 + m_{i_z}^2. \quad (13)$$

Z rovnice (13) je zřejmé, že chyba v deklinaci $d\delta$ se uplatní svou plnou hodnotou, jestliže bude hvězda pozorována v meridiánu. Při pozorování hvězdy v maximální digresi / $q = 90^\circ$ nebo 270° / bude tento vliv nulový. Chyba v určení hodinového úhlu dt_r se nejvíce uplatní při pozorování hvězd v I. vertikálu. Při pozorování hvězd v meridiánu bude vliv této chyby nulový. Chyba v měřené zenitové vzdálenosti vstupuje do výsledku svou plnou hodnotou /pravá polohová čára je posunuta o hodnotu dz /. Jestliže veličina dz bude záporná, pak se polohová čára posune směrem ke hvězdě. To tedy znamená, budeme-li pozorovat dvě hvězdy, jejichž azimut se liší o $\pm 180^\circ$, pak konstantní chyba v zenitové vzdálenosti bude působit v opačném směru. Vliv konstantní chyby v zenitové vzdálenosti se vyloučí, jestliže měření na dvou polohových čarách spojíme do jednoho pozorování. Z těchto závěrů je také zřejmé, že ze stejných důvodů se neuplatní chyba z periodického dělení kruhu, jestliže budeme pozorovat dvě symetricky položené hvězdy přibližně ve stejné zenitové vzdálenosti. V tomto případě se vyloučí i chyba z refrakce.

7. Praktický příklad

Metoda byla použita v r. 1972 při geofyzikální expedici n.p. Geofyzika Brno v Africe ve státě Zambie Ing. L. Zajíčkem a autorem. K měření zenitových vzdáleností byl použit teodolit Zeiss Theo 010 se zenitovými okuláry. Časové okamžiky záměr byly zjišťovány na stopkách typu Rattrapante, jejichž korekce na světový čas SČ byla zjišťována příjmem časového permanentního signálu WWV. K měření byly použity hvězdy značné hvězdné velikosti běžně používané pro navigační úlohy. Tyto hvězdy jsou rovnoměrně rozloženy po obloze a mají své názvy /kupř. α Tau - Rigel, β Ori - Capella, η UMa - Arcturus atd./. V příloze č. 1 a 2 jsou mapky severní a jižní hvězdné oblohy, na kterých jsou tyto jasné hvězdy popsány svými názvy.

Na většině stanovišť byly pozorovány čtyři hvězdy. Na každou hvězdu bylo

měřeno osm zenitových vzdáleností s odečtením času v obou polohách dalekohledu. Ukázka zápisu měření je v tabulce č. 1.

Tabulka č. 1

Bod č. 210		$\varphi_r : -10^{\circ}58'00''$,	$\lambda_r : 29^{\circ}14'00''$	Tlak: 653,5 Torr
Datum:		Teplota: 19,6°C		
Hvězda:	867	zenitová vzdálenost	čas /SČ/	Korekce: $-1,5^s$ 3
I.		$41^{\circ}37'43''$	$22^h 51^m 52^s$	
		41 46	52 11	
		46 32	52 34	
		$41^{\circ}50'32''$	$22^h 52^m 53^s$	
II.		$317^{\circ}57'07''$	$22^h 53^m 55^s$	
		53 14	54 14	
		50 23	54 28	
		$317^{\circ}46'38''$	$22^h 54^m 46^s$	

Na základě kontraktu byly požadovány souřadnice s přesností ± 150 m a proto pro výpočet zcela nestačilo použít vždy jedno měření v I. a II. poloze dalekohledu. Ukázka výpočtu je v tabulce č. 2. Přibližné souřadnice jsou:

$$\varphi_r = -10^{\circ}02'00'', \quad \lambda_r = 32^{\circ}33'00'' \text{ na východ od Greenwiche.}$$

V každé poloze dalekohledu se vypočítá hodnota z_r a α_r . Z měření v obou polohách dalekohledu se vypočítá průměrná hodnota Δz a azimut A . Podobným způsobem byly získány hodnoty Δz a A z měření na další hvězdy. Souřadnice stanoviště byly získány grafickým řešením /viz obr. č. 3/.

Během třech měsíců bylo zaměřeno a vypočítáno přes 160 astronomických zeměpisných souřadnic gravimetrických bodů rozložených na území asi 4x větším než je naše republika.

Poznámka: Na našem území můžeme k určení korekcí chronometru použít občanské časové signály nebo speciální časové signály.

Signál	Délka vlny	Kmitočet
OMA 50	6000 m	50 kHz
OMA 2500	120 m	2,5 MHz
OCB 5	94,6 m	3,1 MHz
DIZ	66,3 m	4,5 MHz
MSF	30 m	10 MHz

Tyto signály lze přijímat /kromě OMA 50/ na sovětském transistorovém přijímači VEF 204. Pro příjem časových signálů OMA 2500, DIZ a OCB 5 lze použít speciální přijímač PČS - 72, který patří do soupravy pro astronomická měření.

Tabulka č. 2

		I	II.
1	z'	$20^{\circ}17'30''$	$20^{\circ}24'46''$
2	refrakce R	$18''$	$17''$
3	z	$20^{\circ}17'48''$	$20^{\circ}25'03''$
4	τ	$18^{\text{h}} 28^{\text{m}} 15^{\text{s}}$	$18^{\text{h}} 31^{\text{m}} 10^{\text{s}}$
5	korekce		
6	světový čas /SČ/	$18^{\text{h}} 28^{\text{m}} 15^{\text{s}}$	$18^{\text{h}} 31^{\text{m}} 10^{\text{s}}$
7	oprava na hvězdný čas	$3^{\text{m}} 02^{\text{s}}, 2$	$3^{\text{m}} 02^{\text{s}}, 5$
8	S_0	$1^{\text{h}} 18^{\text{m}} 44^{\text{s}}$	$1^{\text{h}} 18^{\text{m}} 44^{\text{s}}$
9	S	$19^{\text{h}} 51^{\text{m}} 01^{\text{s}}, 2$	$19^{\text{h}} 52^{\text{m}} 56^{\text{s}}, 5$
10	α	$21^{\text{h}} 42^{\text{m}} 52^{\text{s}}$	$21^{\text{h}} 42^{\text{m}} 52^{\text{s}}$
11	t^{h}	$22^{\text{h}} 08^{\text{m}} 09^{\text{s}}, 2$	$22^{\text{h}} 10^{\text{m}} 04^{\text{s}}, 5$
12	t°	$332^{\circ} 02' 18''$	$332^{\circ} 31' 07,5''$
13	λ_r	$32^{\circ} 33' 00''$	$32^{\circ} 33' 00''$
14	t_r	$4^{\circ} 35' 18''$	$5^{\circ} 04' 07,5''$
	$\sin t_r$	0,079 996	0,088 351
	$\cos t_r$	0,996 795	0,996 089
	$\sin \delta$	0,169 402	
	$\sin \varphi_r$	-0,174 221	
	$\cos \varphi_r$	0,984 707	
	$\cos \delta$	0,985 547	
	$\text{tg } \delta$	0,171 886	
	$\cos z_r$	0,937 852	0,937 167
	z_r	$20^{\circ} 18' 22''$	$20^{\circ} 25' 08''$
	z	$20^{\circ} 17' 47''$	$20^{\circ} 24' 46''$
	$z_r - z$	$+ 35''$	$+ 22''$
	Δz	$+ 28,5''$	
	$\text{cotg } a_r$	-4,286 714	-4,285 177
	a_r	$13^{\circ} 08' 08''$	$13^{\circ} 07' 51''$
	A	$166^{\circ} 52'$	

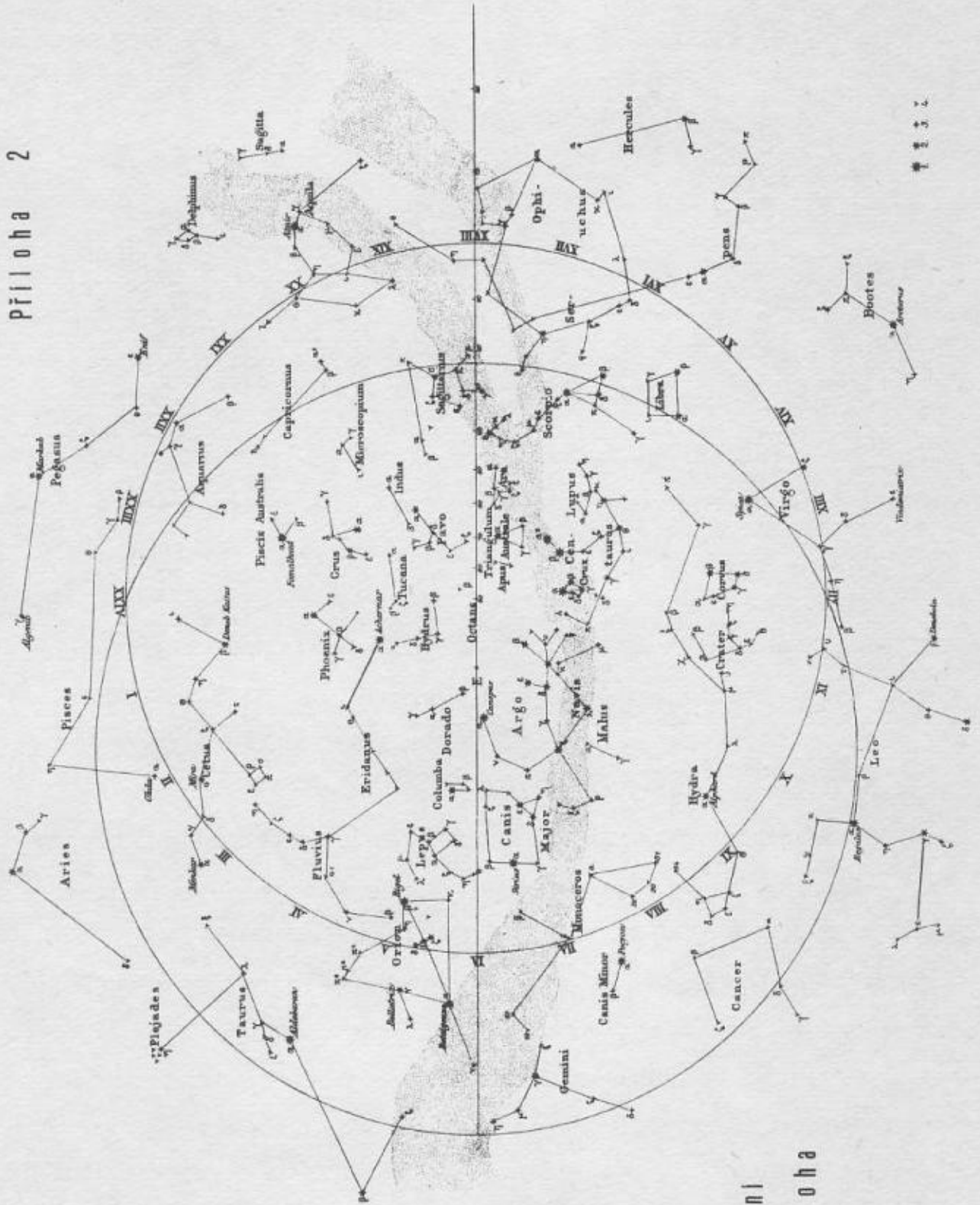
Použité symboly: z' - měřená zenitová vzdálenost, τ - čas měření zenitové vzdálenosti ve světovém čase, s_0 - hvězdný čas o půlnoci v Greenwichi /vyhledá se v ročence/, S - greenwickský hvězdný čas okamžiku pozorování, α - rektascense hvězdy, $t^h(t^\circ)$ - greenwickský hodinový úhel hvězdy v okamžiku pozorování, λ_r - přibližná hodnota zeměpisné délky stanoviště, t_r - hodinový úhel hvězdy odpovídající poloze přibližného zenitu stanoviště Z_r .

8. Postup měření

Před začátkem měření je vhodné orientovat vodorovný kruh teodolitu pomocí busoly tak, aby nula dělení vodorovného kruhu směřovala k jihu. Po výběru vhodných hvězd a jejich identifikaci na obloze zacílíme na zvolenou hvězdu. Na hvězdy s větším zdánlivým pohybem zacílíme vodorovné vlákno před obraz hvězdy a čekáme, až hvězda projde tímto vláknem v blízkosti středu zorného pole. Na hvězdy s malým zdánlivým pohybem pointujeme přímo. Okamžik průchodu stanovíme na chronometru. Kromě zenitové vzdálenosti přečteme i vodorovný kruh /s přesností $0,1^\circ$ /. Tato přibližná hodnota azimutu s měřenou zenitovou vzdáleností usnadní případnou dodatečnou identifikaci hvězdy, zároveň poslouží ke kontrole vypočítaného azimutu A . Na každou hvězdu je vhodné zaměřit ve dvou polohách dalekohledu /vždy 2 - 4 průchody/. Naměřené hodnoty zenitových vzdáleností a časů buď zprůměrujeme, nebo získané časy můžeme převést na střední zenitovou vzdálenost, nebo naměřené zenitové vzdálenosti na střední čas. /viz kap. III/. Při měření vyšší přesnosti je možno zvětšit počet průchodů téže hvězdy vodorovným vláknem. Vyšší přesnost je do značné míry závislá na zvolené metodice měření časů průchodů.

Na začátku a na konci měření je třeba určit korekci chronometru na čas základního poledníku, neboť čas průchodu hvězdy musíme znát ve světovém čase /SČ/. Uprostřed měření se měří teplota a tlak vzduchu.

Meřičská skupina se může skládat pouze z měřiče a zapisovatele. Vybavení polní měřičské skupiny je velmi jednoduché. K měření je třeba vteřinový teodolit /při měření na moři postačí sextant/ s nočním osvětlením /pokud možno se zenitovými okuláry/, dobré stopky, rádiový přijímač pro příjem časových signálů, teploměr a barometr.



Jižní obloha

Popsaná metoda umožňuje určit zeměpisné souřadnice poměrně rychlým způsobem a s postačující přesností. Velkou výhodou metody je skutečnost, že není třeba připravovat pozorovací program. Pro měření lze použít pouze hvězdy s větší hvězdnou velikostí, takže zkušenější pozorovatel je snadno identifikuje na obloze pomocí hvězdné mapy.

Při určování zeměpisné šířky /délky/ je třeba volit hvězdy v blízkosti místního poledníku /I. vertikálu/. Při určování obou veličin volíme hvězdy rovnoměrně rozložené po horizontu. Optimální počet hvězd jsou tři až čtyři hvězdy. K určení astronomických souřadnic lze použít také měření na Slunce. Jednotlivá měření se musí uspořádat tak, aby se azimuty Slunce lišily o více než 30° .

Měření na jednom bodě při pozorování průchodů čtyř hvězd /u každé hvězdy pozorovány čtyři průchody ve dvou polohách dalekohledu/ trvá zkušenějšímu pozorovateli 30 - 45 minut. Přibližně stejnou dobu zabere interpolace zdánlivých poloh hvězd, výpočet azimutu A a zenitové vzdálenosti z , a grafický způsob určení zeměpisných souřadnic stanoviště.

L I T E R A T U R A

- [1] Bohme S.: Zur Genauigkeit der geographischen Ortsbestimmung nach der Standlinienmethode Seewart 1942
- [2] Buchar E.: Geodetická astronomie I Praha 1963
- [3] Belobrov A. P.: Morechodnaja astronomija Leningrad 1953
- [4] Grambow J.: Genauigkeit der Standlinienmethoden Deutsche Luftfahrtforschung 1938
- [5] Jordan, Eggert, Kneissl: Handbuch der Vermessungskunde Band II a Geodätische Astronomie Stuttgart 1970
- [6] Kepinski F.: The simultaneons determination of geographical latitude and time by measuring the altitude of two stars Public. Inst. Astr. prat. E. polytec. Varsovie 1947
- [7] Vykuřil J.: Vyrovnávací počet Brno 1964

Došlo dne 1. 10. 1974

Určení úplné hodnoty tíhového zrychlení gravimetrem o velkém přímém rozsahu bez připojení na tíhový bod

1. Úvod

Hodnoty tíhového zrychlení g /dále jen g / lze získat s určitou přesností buď z tematických map nebo připojovacím měřením na dané tíhové body přímo v terénu. Statických gravimetrů o velkém rozsahu přímého měření lze za určitých předpokladů využít k určení úplné hodnoty g , bez připojení na daný tíhový bod. Podmínkou je znalost charakteristik daného přístroje, shromažďování a periodické vyhodnocování dlouhodobého měřického materiálu získaného měřením s tímto přístrojem. Přesnost dosažitelná tímto způsobem byla ověřena gravimetrem GS-12 a pohybuje se v rozmezí 1 - 2 miligaly.

2. Výpočet relativní tíže g_r u gravimetru GS 12 a hodnota g_0

Není účelem na tomto místě podrobně vysvětlovat konstrukci gravimetru GS 12, způsob měření, jeho komparaci a výpočetní zpracování měření. Zcela postačí uvedení základních vztahů bez odvození. Hodnota g na tíhovém bodě se vypočte:

$$g = g_0 + g_r \quad (1)$$

Měření relativní tíže se vypočte:

$$g_r = \kappa(Z) + \mu g + \mu \kappa(Z) + (S - S_0) \varepsilon + O_s + O_{ch} \quad (2)$$

kde

- g_0 - tíhové zrychlení na bodě, kde je vahadlo gravimetru ve vodorovné poloze a na indexu měřícího systému gravimetru je hodnota čtení rovna nule;
- $\kappa(Z)$ - odečtení měřítka gravimetru Z , převedené na fyzikální jednotky /miligaly, mG1/; získá se při komparaci gravimetru; tabelováno

μg - tíhový vliv přídavných hmot na vahadle gravimetru

$\mu x(z)$ - smíšený tíhový vliv přídavných hmot a čtení měřítka Z

$(S-S_0) \varepsilon$ - zbytkové odečtení galvanometru v mGl

O_s - slapová oprava tíhového zrychlení

O_{ch} - oprava z chodu gravimetru.

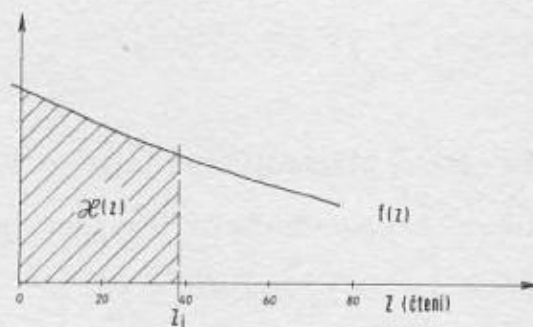
Funkci $x(Z)$ si lze představit jako integrál

$$x(Z) = \int_0^Z f(Z) dz ;$$

kde:

Z - odečtení měřítka gravimetru /viz obr. 1/

$f(Z)$ - nelineární závislost hodnoty dílku gravimetru na stupnici gravimetru Z



Obr. 1 Vyznačená plocha je úměrná hodnotě funkce $x(Z)$

Neznámá proměnná v (2) je prakticky pouze O_{ch} ; $x(Z)$, μ se určí při jarní a podzimní komparaci v laboratoři a na šířkové základně; O_s se vypočte nebo odsune z grafu.

Rovnici (1) lze úmyslně zjednodušit na

$$g + \bar{g}_0 + \bar{g}_r \quad (3)$$

kde

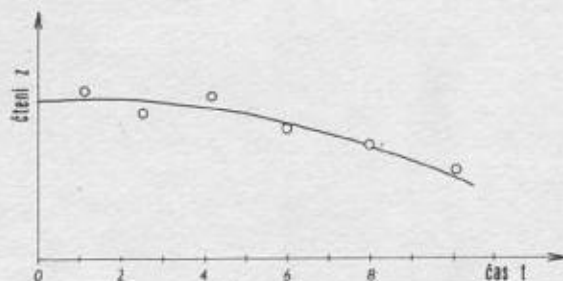
$$\bar{g}_r = x(Z) + \mu g + \mu x(Z) + (S-S_0) \varepsilon + O_s \quad (4)$$

\bar{g}_0 - proměnná hodnota, získaná extrapolací dlouhodobé, případně i krátkodobé změny veličiny chodu gravimetru.

Úkolem tedy je charakterizovat co nejlépe \bar{g}_0 jako funkci času pomocí materiálů z předchozích měření.

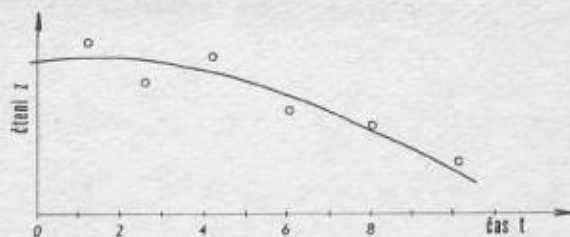
3. Chody gravimetru

Při měření změn tíhového zrychlení dochází k mnohonásobnému zvětšení /až $10^6 \times$ / zprostředkující měřené veličiny. Při takovém zvětšení se již projevují velmi zřetelně důsledky stárnutí konstrukčního materiálu, nepatrných výchylek v teplotním režimu termostatů a podobně. Jestliže je odaretovaný gravimetr v intervalech odečítán na stálém stanovišti, budou se čtení přístroje s časem stále více lišit od hodnoty čtení počátečního:



Obr. 2 Křivka chodu, přístroj je na místě a v klidu

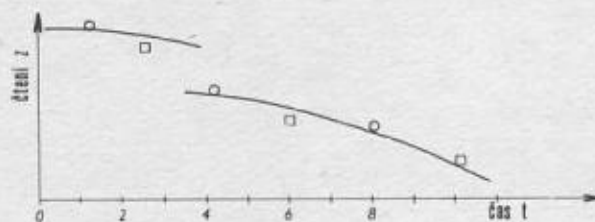
Během dopravy je klidová křivka chodu ovlivňována chvěním, případně drobnými otřesy přístroje. Velikost oprav se zvětší:



Obr. 3 Křivka chodu při dopravě gravimetru

Střední chyba odečtení je potom větší.

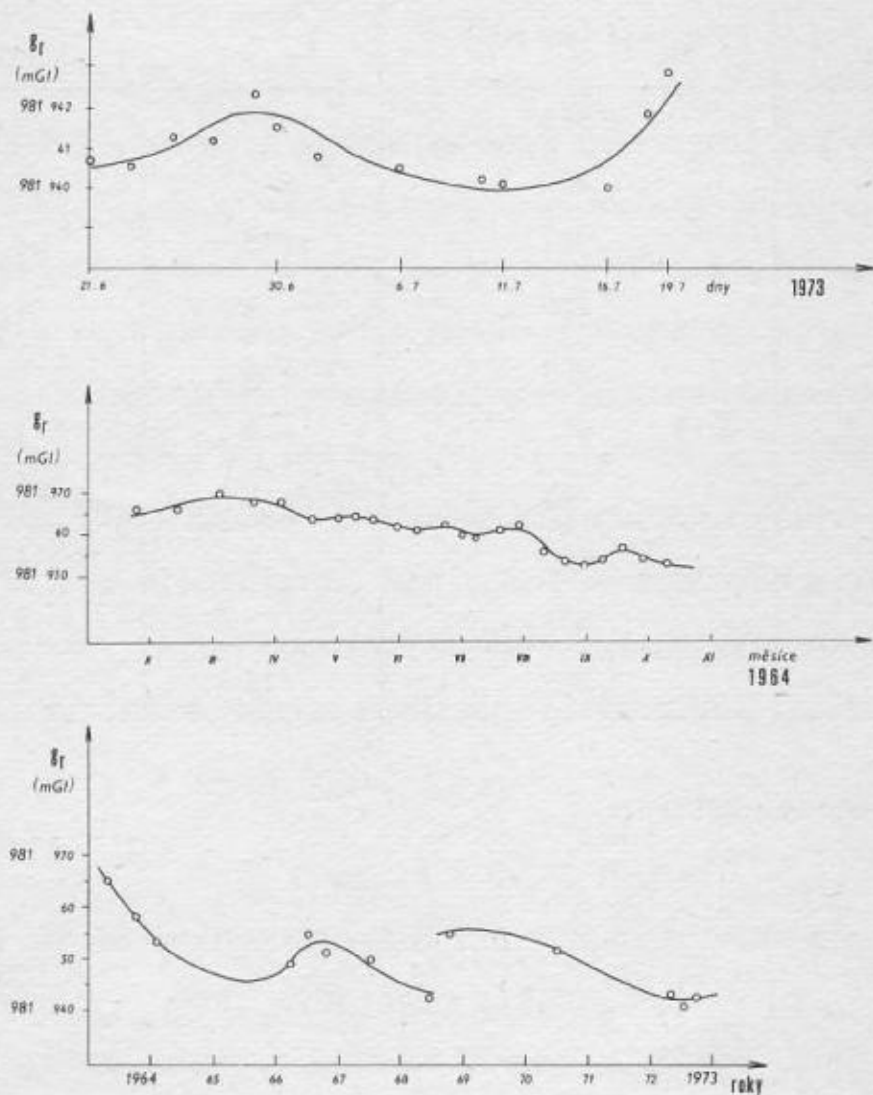
Během dopravy narůstá pnutí materiálu. Stačí pak nepatrný úder do boční stěny gravimetru a dojde k náhlému vyrovnání pnutí. Jeho důsledkem je přerušení spojitosti křivky chodu, tzv. skok:



Obr. 4 Skok v chodu gravimetru

Skok nemusí být vždy důsledkem úderu do tělesa přístroje. Zkušenost ukázala, že k vyrovnání prutů může dojít i bez impulsu zvenčí. V podstatě lze u gravimetru GS 12 rozlišit chody krátkodobé /jejichž částí jsou denní chody/, chody dlouhodobé a celkovou tendenci.

Z (1) lze vypočítat proměnné \bar{g}_0 za uplynulá měřická období /měsíc, rok, léta/:



Obr. 5 Chody gravimetru GS 12 za různá časová období

4. Využití měřického materiálu k určení hodnoty \bar{g}_0

Analyticky lze charakterizovat měřické výsledky pouze za delší časové období. V kratším období mají zjevně nahodilý charakter a nelze je vyjádřit trvale platným funkčním vztahem.

Nejvýraznější je klesající tendence dlouhodobého chodu s místními odchylkami.

Vyrovňovací přímka, jako nejjednodušší vyjádření ve tvaru $y = At + B$, kde t je čas měření v rocích /a zlomecích roku/ za období od 1. ledna 1964 do r. 1973:

Tabulka č. 1

č.	t /roky/	$\bar{g}_o = g_o - 981\,000$ mGl	$B_o - \bar{g}_o$ [mGl]	V_i [mGl]
1	0,28	965	-10	-5,2
2	0,56	960	- 5	-0,7
3	0,69	955	+ 5	+4,1
4	3,28	950	- 1	+4,4
5	3,64	956	+ 4	-2,3
6	4,46	951	+12	+1,3
7	5,39	943	+ 0	+7,6
8	5,53	955	+ 2	-4,7
9	7,44	953		-6,1
10	9,56	941	+14	+2,1

Rovnice oprav mají tvar:

$$V_i = t_i A + B - \bar{g}_{oi} ; \quad (5)$$

neznámé jsou A, B , kde $B = B_o + dB$. Rovnice vyrovňovací přímky je

$$\bar{g}_o = (-1,8t + 981\,960,3) \text{ mGl} \quad (6)$$

Pokus vyjádřit změny \bar{g}_o pomocí sinusoidy nevedl k výraznějšímu zlepšení:

$$\bar{g}_o = -1,8t + 981\,960,3 + 1,99 \sin \left(\frac{\pi}{2}t + 128^\circ 47',5 \right)$$

Za předpokladu, že opravy mají nahodilý charakter, pak pro střední chybu veličiny \bar{g}_o aproximované přímkou vychází

$$m_{\bar{g}_o} = \pm 4,6 \text{ mGl}$$

s uvážením sinusoidy pak

$$m_{\bar{g}_o} = \pm 3,6 \text{ mGl}$$

Z uvedeného vyplývá, že lze určit gravimetrem GS 12 celkovou hodnotu tíhového zrychlení s výše uvedenými středními chybami přímým odměřením veličiny

g_r a připojením extrapolované veličiny \bar{g}_0 . Veličinu g_r lze přímo změřit s dostatečnou přesností v rozsahu cca 3000 mGl. Střední chybu takto určeného g lze podstatně snížit, jestliže se odměří veličina g_0 na bodě o známém g několik dní před vlastním měřením g . Tak lze dosáhnout snížení střední chyby $m_{\bar{g}_0}$ na ± 1 mGl i méně /viz graf měsíčního chodu na obr. č. 4/.

5. Závěr

Pro vojskovou praxi je popsána možnost určení přibližné hodnoty g výhodná především tím, že gravimetrem o velkém rozsahu /např. Gs-12/ lze měřit jako s "absolutním" přístrojem, tj. bez připojování na bod o známé hodnotě g /bez katalogu gravimetrických bodů a opakovaných měřických jízd/. Orientace na přístroje o větším měřickém rozsahu má tedy význam nejen pro možnost měření v širším rozsahu změn g , ale také pro možnost přímého měření hodnoty g_r , k využití vztahu (3). K dokonalému poznání gravimetru a tím jeho plnému využití je potřebná každoroční komparace. Není-li možné komparační měření, lze sledovat změny veličiny g_0 periodickým měřením na stanovišti o známé hodnotě g /např. ve sklepě/; změny měřítka gravimetru se ovšem takto určit nedají.

Došlo dne 18. 2. 1974

K problémům třírozměrné digitalizace topografických ploch

Digitalizací všeobecně rozumíme registraci číselných hodnot daného dvou-
rozměrného či třírozměrného útvaru na vhodném médiu nebo v paměti samočin-
ného počítače. Přitom pod pojmem číselná hodnota rozumíme buď číselný identifi-
kátor nebo souřadnice. Identifikátor může být jednoduchý /např. číslo bodu/ nebo
složený ve formě předem smluveného číselného kódu. Souřadnice pak jednoznač-
ně určují polohu bodu v daném souřadném systému /pravoúhlém, polárním atd./,
který je dán počátkem a orientací.

Cílem článku je poukázat na některé problémy číselného zobrazení topogra-
fické plochy, tj. obecné plochy proložené spojitě body v prostoru, přičemž prosto-
rové souřadnice těchto bodů byly získány měřením, např. digitalizací. Přitom má-
me na mysli pouze tvar plochy jako takový, tedy bez dalších kvalitativně rozlišo-
vaných bodů, linií a ploch, tj. v případě terénní plochy bez situačních bodů, komu-
nikací, porostů atd.

Číselný obraz plochy je třeba uvažovat vždy bez měřítká. I když se tento
princip zdá samozřejmým, nemusí být v praxi tak samozřejmě důsledně uplatňo-
ván. Digitalizujeme-li např. vrstevnice mapy 1:100 000, pak pouhým čtyřnásob-
ným zvětšením měřítká s doplněním interpolovaných vrstevnic po 5 metrech nikdy
nezískáme mapu kvality 1:25 000, protože výškopis bude vždy na úrovni mapy
1:100 000. V této souvislosti je tedy vhodnější hovořit o číselném zobrazení terén-
ního reliéfu na podkladě mapy daného měřítká. Nelze tedy tvrdit, že model, kte-
rého použijeme k digitalizaci, je zcela nezávislý na měřítku, zejména pokud jde
o jeho podrobnost.

Všeobecně je zásadní otázkou, jakého modelu lze použít k digitalizaci. V pod-
statě je možno uvažovat o 3 případech a druzích modelu:

- plošný model s izočarami
- fiktivní prostorový model /např. stereoskopický/
- skutečný prostorový model

K otázce využití mapy se zakreslenými vrstevnicemi bude podrobněji pojednáno dále. Použití stereoskopického modelu směřuje problém jednoznačně k fotogrammetrii. Naše fotogrammetrická pracoviště však většinou nemají k dispozici přístroje, které by jednoduše a dostatečně rychle registrovaly automaticky prostorové souřadnice většího počtu bodů do média ve zvoleném pravidelném kroku. Kromě toho by asi bylo nutné provést letecké snímkování v jiných měřítkách než dosud. V zásadě však je možné, aby fotogrammetricky byl získán po částech souvislý model i jeho číselný digitální obraz v jednotném systému i pro rozsáhlé plochy, např. pro celou ČSSR.

Použití skutečného prostorového modelu reliéfu je dosud problematické. Plastické mapy zřejmě nejsou na takové úrovni, aby z nich bylo možno získat s dostatečnou přesností příslušné číselné údaje. Naproti tomu však již existují přístroje schopné značně přesně poloautomaticky registrovat prostorové souřadnice i většího počtu bodů. Kromě skutečného prostorového modelu, např. reliéfní mapy, je v zásadě možné uvažovat též skutečný reliéf terénu v přírodě. Je to zcela reálný a častý případ při podrobném měření v terénu, které lze v jistém smyslu považovat také za druh digitalizace. Vzájemné uspořádání bodů by zde zřejmě většinou tvořilo nepravidelné bodové pole.

Ať už je použitý model jakýkoliv, je možno volit uspořádání digitalizovaných bodů a formu zobrazení různými způsoby. Vzhledem k praktické použitelnosti a možnosti vyhodnocení lze kromě jiného uvažovat digitalizaci

- izočar /vrstevnic/
- nepravidelné bodové pole
- pravidelné bodové pole

Digitalizace izočar /vrstevnic/

Každou izočáru je možno registrovat nespojitě posloupností bodů $D_i(x, y)$, jejichž vzdálenost /krok/ d je předem přibližně zvolena a jejichž pořadí nelze

jakkoliv změnit. Kromě bodů D_i registrujeme zpravidla ještě výšku vrstevnice H jako první údaj a jako poslední údaj koncové heslo Q . Volbou počátečního bodu a postupu digitalizace lze izočáre přisoudit jistou orientaci např. tak, že terén vpravo je vždy stoupající a vlevo klesající /na obr. 1 vyznačeno šipkami/. Je-li L délka izočáry a d zvolený střední krok, pak počet n registrovaných bodů je

$$n = \frac{L}{d} + 1 \approx \frac{L}{d} \quad (1)$$

Při zavádění souboru údajů do paměti SAPO je výhodné upravit soubor /větu/ do tvaru

$$H, W, x_1, y_1, x_2, y_2 \dots x_n, y_n$$

kde H je identifikátor /výška/ vrstevnice a W celkový počet informací ve větě neboli délka věty. Hodnota W se zjistí počítačem na počítadle informací, koncový znak Q se vypustí. Pro vrstevnici j o n_j bodech je $W_j = 2(n_j + 1)$. Protože věty jednotlivých vrstevnic jsou různé délky W_j a ukládají se bezprostředně za sebou, je celkové množství informací pro u vrstevnic

$$\sum_{j=1}^u W_j = 2 \sum_{j=1}^u n_j + 2u \quad \text{pro } j = 1, 2, \dots, u \quad (2)$$

Identifikátor H_j vrstevnice j je na adrese

$$a_{H_j} = \sum_{k=1}^{j-1} W_k + 1 \quad \text{pro } k = 1, 2, \dots, j-1 \quad (3)$$

a souřadnice x_i, y_i bodu D_i vrstevnice j na adresách

$$\begin{aligned} a_{x_i} &= a_{H_j} + 2i \\ a_{y_i} &= a_{H_j} + 2i + 1 \end{aligned} \quad (4)$$

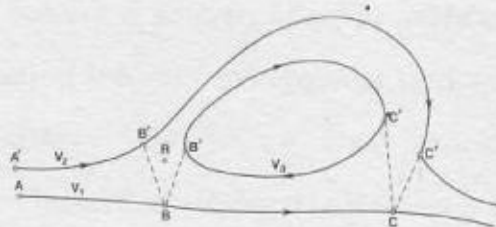
Programátorsky je většinou výhodné ukládat hodnoty a_{H_j} v samostatném poli paměti. Tímto způsobem lze poměrně jednoduše zjistit adresu kterékoliv uložené informace.

Pro libovolnou digitalizovanou křivku lze zjišťovat nejrůznější geometrické charakteristiky vztahené k této křivce, jako např. její délku, poloměry křivosti v určitém elementu oblouku, plochu uzavřené křivky nebo její části atd. Přestože křivka je registrována nespojitě, lze použitím vyrovnávací křivky nebo interpolací

vyššího stupně určit značně přesně libovolné množství mezilehlých bodů a při volbě dostatečně jemného kroku pak vykreslit plošný graf křivky. Tyto metody jsou vyřešeny, prakticky vyzkoušeny a programově odladěny. Není tedy problémem digitalizovat jakoukoliv křivku a ve zvoleném měřítku ji velmi přesně automaticky vykreslit. V zásadě je již nyní možno automaticky vykreslit mapu /včetně popisů/, je-li její grafický obraz digitalizován.

Využití možností digitalizace k pouhému překreslování by bylo vysoce neefektivní a jednostranné. Praxe vyžaduje číselná řešení nejrůznějších prostorových úloh na topografické ploše a k tomu je třeba vždy specifikovat kvantitativní i kvalitativní vztahy mezi vrstevnicemi. Poměrně jednoduše pomocí vztahů (3) a (4) jsme schopni vyhledat kteroukoliv informaci v paměti, ale vystižení vzájemných vztahů a počítání s nimi je velmi složité a mnohdy problematické.

Chceme-li totiž zahrnout do úvahy i body a plochu mezi vrstevnicemi, je především zapotřebí stanovit sousední vrstevnici k vrstevnici dané. Pojem "sousední" je nám subjektivně zřejmý při prvním pohledu na mapu, protože smyslově vnímáme zrakem křivku v celém jejich průběhu i ploše. Pro SAPO však pojem "sousední" není jednoduchou záležitostí a vytvoření vhodného algoritmu je problematické. Nestačí totiž testovat pouze identifikátor, tj. výšku vrstevnice, ale vždy polohu značného počtu bodů navzájem. Např. na obr. 1 je pro oblouk \widehat{AB} vrstevnice v_1 sousední oblouk $\widehat{A'B'}$ vrstevnice v_2 a podobně je pro \widehat{BC} sousední oblouk $\widehat{B'C'}$ vrstevnice v_3 atd. Přitom určení polohy bodů B, C, B', C' je problematické. Máme-li dále určit lineární interpolací např. výšku bodu R , jsme i subjektivně na rozpacích, jak při tom postupovat.



Obr. 1

Tyto problémy narostou, uvažujeme-li další veličiny, jako spádovou křivku, hřbetnici, čáru rozvodí, tvar skrytých prostorů atd. V četných případech pracujeme v podstatě ve dvourozměrné ploše, přičemž řešení i velice jednoduchých úloh je

obtížné a mnohdy nelze zaručit jednoznačnost i při sebepečlivějším sestavení výpočetního algoritmu. I při jeho nalezení to vždy v praxi bude znamenat testování značně velkého počtu dvojic bodů navzájem.

V každém případě zůstane průběh terénu mezi vrstevnicemi neznámý a bude třeba ho idealizovat. Ke zpřesnění obrazu je pak vhodné volit co nejhustší síť vrstevnic zmenšením výškového intervalu ΔH . V určitém stadiu zhušťování však získáme vlastně plošné bodové pole, které je navíc křivočaře uspořádáno, což je z hlediska identifikace velmi nevýhodné. Kromě toho bude vždy třeba registrovat pro každý bod souřadnice x, y , tj. dvojici hodnot. V dalším ukážeme, že husté bodové pole lze organizovat výhodněji a přitom registrovat namísto dvojice x, y pouze jedinou souřadnici h .

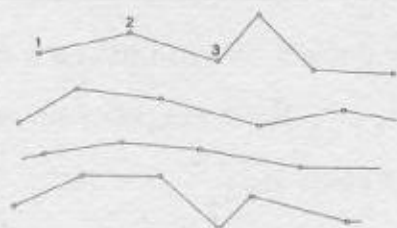
Přestože se vrstevnice velmi snadno a zcela automaticky dají digitalizovat i z podrobných map, je uspořádání souboru nevýhodné jak z hlediska vzájemné identifikace, tak z hlediska množství registrovaných údajů i obtížnosti vyhodnocení. Ukazuje se, že principy grafického a graficko-početního vyhodnocování, dosud užívané při práci na vrstevnicových mapách, nejsou pro SAPO vhodné. Po tomto konstatování se nebudeme otázkou použití vrstevnic dále zabývat.

Nepravidelné bodové pole

Nepravidelným bodovým polem zde rozumíme takové uspořádání digitalizovaných bodů plochy, které navzájem netvoří geometricky pravidelnou síť. Konfiguraci a hustotu sítě možno volit subjektivně v závislosti na tvaru a členitosti terénu. V terénu pravidelném a rovinnatém postačí síť řidší než v členitém horském terénu. Příprava modelu bude v každém případě pracná a značně subjektivně ovlivnitelná. Vždy bude záležet na schopnosti pracovníka provádějícího tuto přípravu, jak se mu podaří vhodným rozmístěním bodů co nejlépe vystihnout daný terénní útvar.

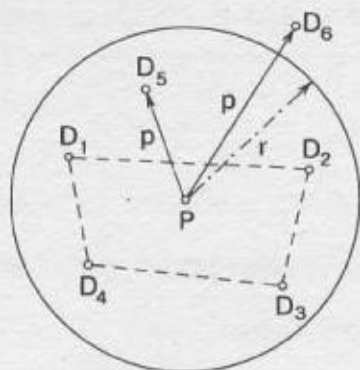
Protože pro situační rozmístění bodů neplatí žádný matematicky definovatelný výtvarný zákon, je třeba pro každý digitalizovaný bod registrovat alespoň 3 prostorové souřadnice x, y, h . Většinou však bude výhodné registrovat kromě toho ještě identifikátor I , pomocí něhož lze zachytit další kvalitativní ukazatele, např. vrchol, bod údolnice atd. V takovém případě bude tedy každý bod určen čtveřicí hodnot x_i, y_i, h_i, I_i .

Při vlastní digitalizaci bude vhodné dodržet určitý systém v pořadí bodů, např. zleva doprava a shora dolů. Toto pořadí lze prakticky chápat jako soustavu pomyslných pořadů - viz obr. 2. Celkový počet registrovaných údajů bude značný a pro n bodů bude roven $4n$.



Obr. 2

Při vyhodnocování takto registrovaného souboru bude nutno opět definovat pojem "sousední" bod. Např. pro vyhodnocení výšky h_p bodu P na obr. 3 lze považovat za sousední body D_1, D_2, D_3, D_4 /mezi nimiž P leží/ nebo také ještě D_5 a D_6 ? Tento problém zřejmě vnucuje požadavek definovat nějak "okolí" bodu P , např. vzdáleností $p < r$, kde r předem volíme. Avšak hodnota r bude muset být volena jinak v horském terénu s vysokou hustotou bodů a jinak v rovinách s hustotou bodů značně menší. I když se podaří "okolí" vhodně definovat, vždy bude třeba provést značně zdlouhavé testování většího množství bodů, protože jinak než testováním polohy bodů úkol nelze rozřešit.



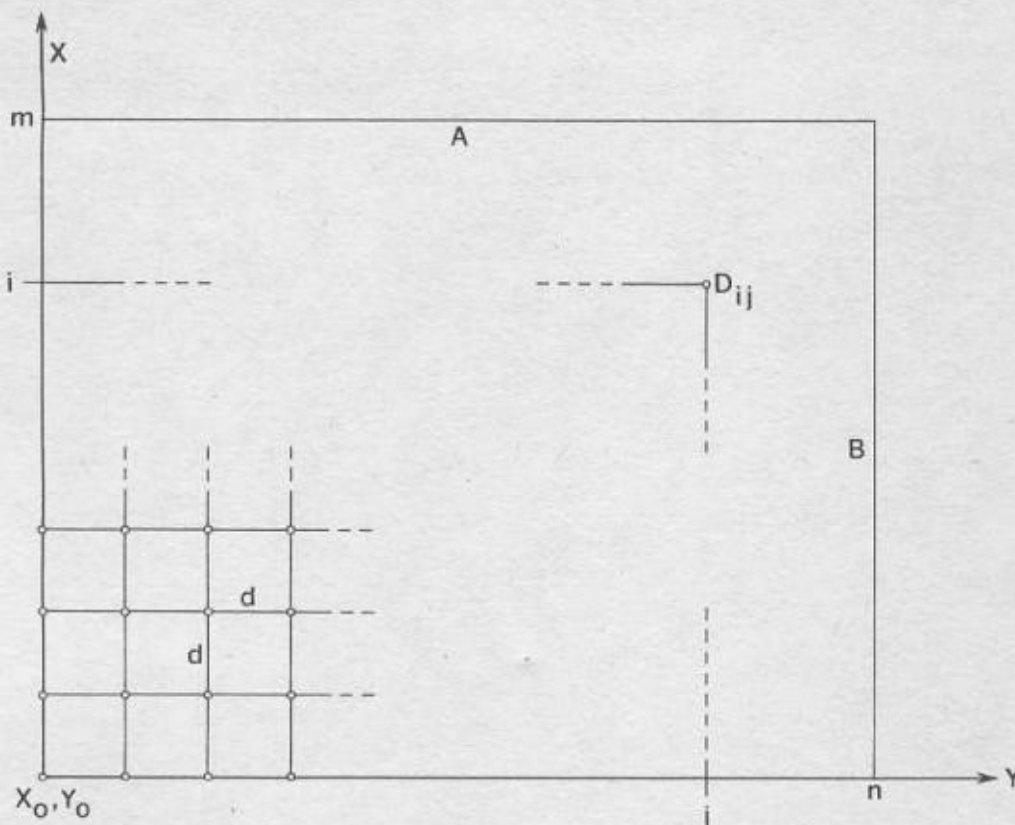
Obr. 3

Celkově lze konstatovat, že digitalizace plochy nepravidelným bodovým polem nepřináší žádné výhody. Digitalizovaný model je třeba vždy podrobně subjektivně připravit a vlastní digitalizaci nelze provádět automaticky. Vzhledem k nutnosti registrace 3-4 údajů pro každý bod je celkové množství informací nadměrně velké. Při

vyhodnocení je výběr bodů, testování a výpočet vzorce komplikované. Tento způsob je tedy celkově po všech stránkách nejméně vhodný.

Pravidelné bodové pole

Uvažujme nyní bodové pole, v němž jednotlivé body jsou uspořádány pravidelně ve čtvercové síti, např. v pořadí zleva doprava a zdola nahoru, s intervalem d /krokem/ v souřadnicích x, y . Je-li registrován počátek pole $O(x_0, y_0)$ postačí dále registrovat pouze výšky h_{ij} .



Obr. 4

Souřadnice libovolného digitalizovaného bodu D_{ij} a adresa jeho výšky h_{ij} v paměti SAPO se určí snadno pomocí indexů i, j

$$\begin{aligned}
 X_{ij} &= x_0 + i d & i &= 0, 1, 2, \dots, m \\
 Y_{ij} &= y_0 + j d & j &= 0, 1, 2, \dots, n \\
 h_{ij} &= \langle a_{ij} \rangle & \text{kde } a_{ij} &= (n+1) \cdot j + i
 \end{aligned} \tag{5}$$

Celkové množství informací pro území o rozměrech $A \times B$ bude

$$N = (n+1) \cdot (m+1) \approx \frac{A \cdot B}{d^2} \tag{6}$$

Proveďme ještě přibližné srovnání celkového množství informací u pravidelného bodového pole a u metody zobrazení vrstevnicemi. Je-li na území o rozměrech $A \times B$ zvolen krok digitalizace d a celková délka vrstevnic je ΣL , pak celkové množství informací je ve prospěch vrstevnic v případě přibližně

$$2 \frac{\Sigma L}{d} + 2u < \frac{A \cdot B}{d^2}$$

a po úpravě

$$\Sigma L < \frac{A \cdot B}{2d} - u \cdot d \quad (7)$$

Praktické měření délek vrstevnic na mapách různých měřítek a při různé volbě výškového kroku ΔH nebylo pravděpodobně provedeno, takže nelze činit konkrétní závěry. Přece jen se zdá, že celkové množství informací bude větší u bodového pole než při digitalizaci vrstevnic.

Pro libovolný bod P daný geodetickými souřadnicemi X, Y je možno určit indexy i, j toho plošného elementu, v němž bod P leží

$$i = \frac{X - X_0}{d}, \quad j = \frac{Y - Y_0}{d} \quad (8)$$

přičemž i, j zaokrouhlíme na celé číslo dolů. Bod P leží uvnitř elementu, ohraničeném digitalizovanými body $D_{i,j}, D_{i+1,j}, D_{i+1,j+1}, D_{i,j+1}$

a jehož rozměr je $d \cdot d$. Do levého spodního rohu tohoto elementu položíme počátek pomocného souřadného systému a pak relativní souřadnice bodu P jsou

$$\begin{aligned} x &= X - X_0 - id \\ y &= Y - Y_0 - jd \end{aligned} \quad (9)$$

Pro zjednodušení symboliky označme rohové body elementu 1, 2, 3, 4 a dále označme pomocné body 5, 6, 7, 8 - viz obr. 5.

Pro výpočet výšky bodu $P(x, y)$ použijeme principu lineární plošné interpolace a interpolujeme nejprve mezi body 1, 2 a 3, 4

$$\begin{aligned} \frac{h_2 - h_1}{d} &= \frac{h_5 - h_1}{x} & \text{a z toho} & \quad h_5 = h_1 + x \cdot \frac{h_2 - h_1}{d} \\ \frac{h_3 - h_4}{d} &= \frac{h_7 - h_4}{x} & \text{a z toho} & \quad h_7 = h_4 + x \cdot \frac{h_3 - h_4}{d} \end{aligned} \quad (10)$$

a pak pro interpolaci mezi 5, 7 je

$$\frac{h_7 - h_5}{d} = \frac{h_p - h_5}{y}$$

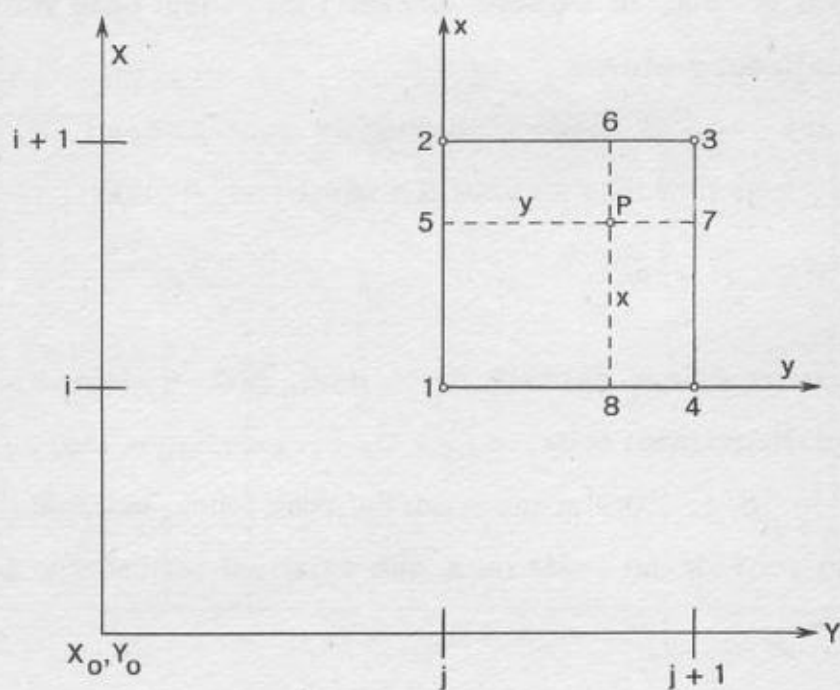
$$h_p = h_5 + \frac{y}{d} \cdot (h_7 - h_5)$$

a po dosazení z (10) je

$$h_p = h_1 + \frac{x}{d} \cdot (h_2 - h_1) + \frac{y}{d} \cdot \left[h_4 + \frac{x}{d} (h_3 - h_4) - h_1 - \frac{x}{d} (h_2 - h_1) \right] =$$

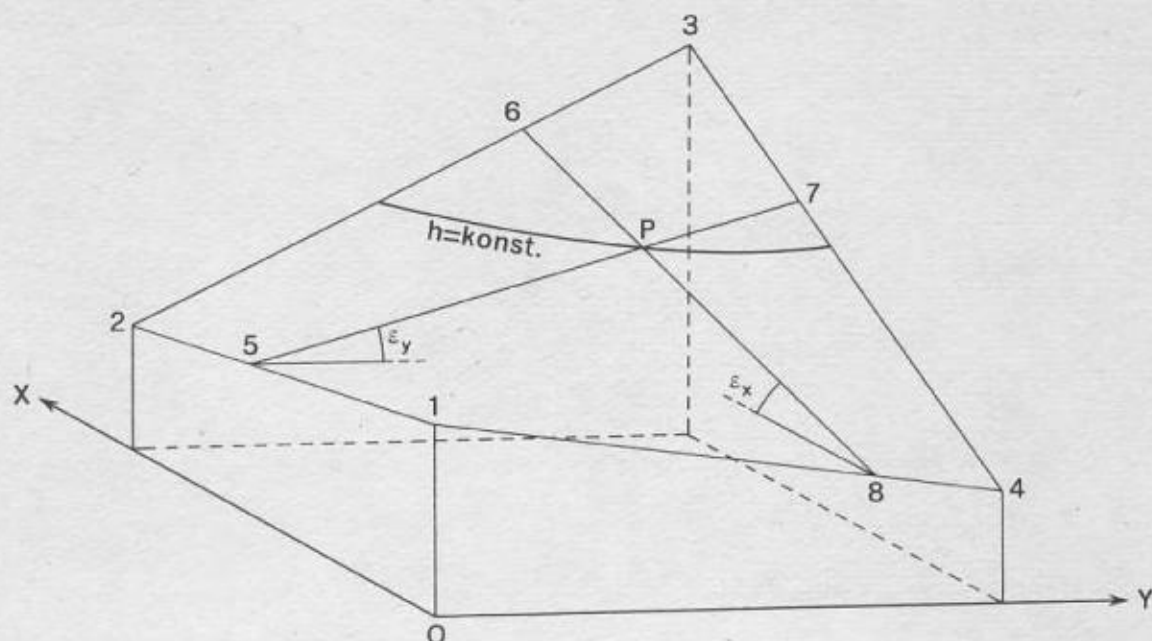
$$= h_1 + x \cdot \frac{h_2 - h_1}{d} + y \cdot \frac{h_4 - h_1}{d} + x \cdot y \cdot \frac{h_1 - h_2 + h_3 - h_4}{d^2}$$

$$h_p = h_1 + c_1 \cdot x + c_2 \cdot y + c_3 \cdot x \cdot y \quad (11)$$



Obr. 5

Hodnoty c_1, c_2, c_3 jsou konstantami pro daný plošný element a jejich význam je zřejmý z předchozí rovnice. Použitím vzorce (11) lze určit výšku každého vnitřního bodu. Množina takto interpolovaných bodů vytvoří v prostoru přímkovou plochu - obr. 6.



Obr. 6

Dále vypočteme spády s_x , s_y v bodě P ve směru souřadných os x, y

$$s_x = \operatorname{tg} \varepsilon_x = \frac{h_6 - h_8}{d}$$

$$h_6 = h_2 + \frac{y}{d} (h_3 - h_2), \quad h_8 = h_1 + \frac{y}{d} (h_4 - h_1)$$

$$s_x = \frac{1}{d} \left[h_2 + \frac{y}{d} (h_3 - h_2) - h_1 - \frac{y}{d} (h_4 - h_1) \right] =$$

$$= \frac{h_2 - h_1}{d} + \frac{y}{d^2} (h_3 + h_1 - h_2 - h_4)$$

$$= c_1 + y \cdot c_3 \quad (12)$$

a podobně pro s_y s využitím vztahů (10) je

$$s_y = \operatorname{tg} \varepsilon_y = \frac{h_7 - h_5}{d}$$

$$s_y = \frac{1}{d} \left[h_4 + \frac{x}{d} (h_3 - h_4) - h_1 - \frac{x}{d} (h_2 - h_1) \right] =$$

$$= \frac{h_4 - h_1}{d} + \frac{x}{d^2} (h_3 - h_4 - h_2 + h_1)$$

$$= c_2 + x \cdot c_3 \quad (13)$$

Pro derivaci v bodě P ve směru σ měřeném v kladném smyslu od $+X$ je

$$\frac{dh}{ds} = \frac{\partial h}{\partial x} \cos \sigma + \frac{\partial h}{\partial y} \sin \sigma$$

a protože spády s_x , s_y mají v P význam parciálních derivací, je dále

$$\frac{dh}{ds} = s_x \cdot \cos \sigma + s_y \cdot \sin \sigma$$

Ve směru izočáry je přírůstek funkce dh nulový a je tedy

$$s_x \cdot \cos \sigma + s_y \cdot \sin \sigma = 0$$

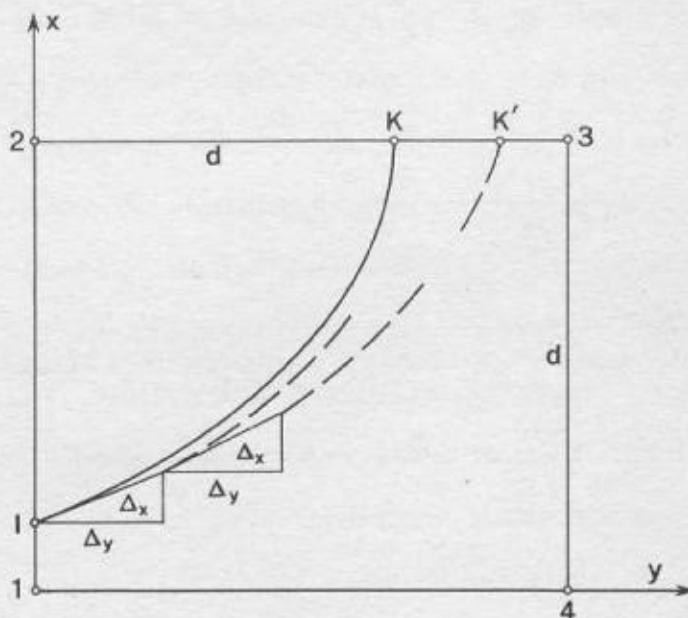
$$\operatorname{tg} \sigma = -\frac{s_x}{s_y} \quad (14)$$

Úhel σ udává tedy směrník izočáry v bodě P . Protože ale výraz $\operatorname{tg} \sigma$ vyjadřuje také poměr diferenciálů dy/dx , pak po přechodu od hodnot infinitesimálních k hodnotám konečným je

$$\operatorname{tg} \sigma = -\frac{s_x}{s_y} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\Delta y = -\Delta x \cdot \frac{s_x}{s_y} = -\Delta x \cdot \frac{c_1 + y \cdot c_3}{c_2 + x \cdot c_3} \quad (15)$$

Prakticky lze tohoto výsledku využít k diferenciálnímu vykreslení izočáry. Zvolíme-li předem dostatečně malý krok Δx , pak pomocí vztahu (15) lze vypočítat i vykreslit příslušné Δy . Uvedený postup je všeobecně správný, prakticky však způsobuje potíže. Protože element oblouku nahrazujeme elementem tečny /tj. diferenciálem/, pak při každém diferenciálním kroku se stále více či méně vzdalujeme od správného průběhu izočáry, o čemž svědčí rozdílnost polohy bodu K' oproti správnému K , který určíme interpolací na straně čtverce. V podstatě jde o vetknutý pořad, který jde dále vyrovnat. Postup je zřejmý a dále ho nerozvádějme.



Obr. 7

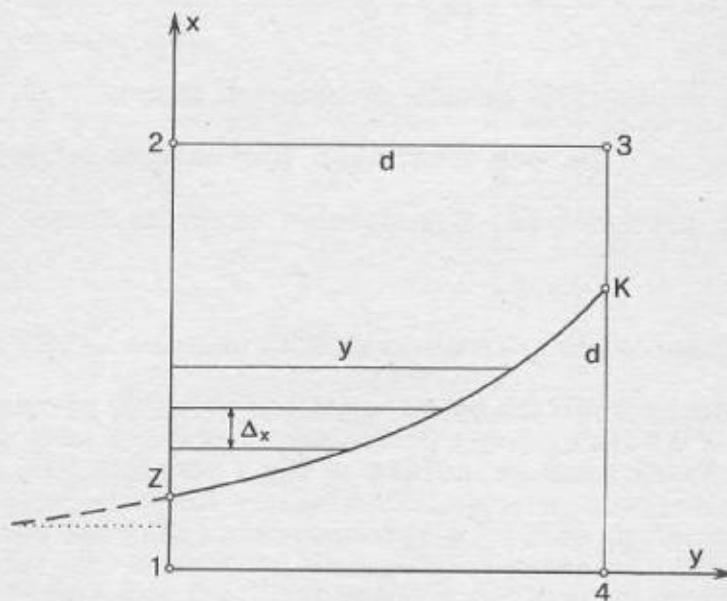
Lepším řešením je nahradit element oblouku elementem sečny, čímž k odchýlkám konstruované čáry nedojde. Za tím účelem nebudeme pracovat s diferenciálními hodnotami $\Delta x, \Delta y$, ale přímo se souřadnicemi x, y . Zvolíme tedy výšku izočáry \bar{h} a např. souřadnici x měníme postupně v pravidelném kroku $x = 0, \Delta x, 2\Delta x, 3\Delta x, \dots$ a přitom vždy vypočteme funkční hodnotu y . Pro nalezení funkčního vztahu vyjdeme ze vzorce (11), který upravíme takto:

$$h_p = h_1 + c_1 x + c_2 y + c_3 x \cdot y, \quad h_p = \bar{h} = \text{konst.}$$

$$\bar{h} - h_1 - c_1 x = y (c_2 + c_3 x)$$

$$y = \frac{\bar{h} - h_1 - x \cdot c_1}{c_2 + c_3 x} \quad (16)$$

Pro každé zvolené x vypočteme tedy pomocí (16) příslušné y . Vypočtené y zakreslíme tehdy, je-li $0 \leq y \leq d$.



Obr. 8

Zkoumejme ještě průběh izočáry na rozhraní dvou sousedních čtverců. Např. na obr. 9 je směr σ_1 vypočten z levého čtverce, σ_2 z pravého čtverce. Úhel ω v bodě K nazýváme "lom izočáry", pro nějž platí

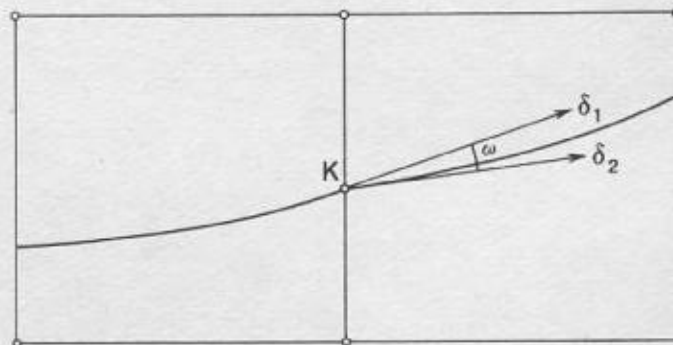
$$s_{x_1} = s_{x_2} = s_x$$

$$\text{tg } \sigma_1 = -\frac{s_x}{s_{y_1}}, \quad \text{tg } \sigma_2 = -\frac{s_x}{s_{y_2}}$$

$$\text{tg } \omega = \text{tg } (\sigma_2 - \sigma_1) = \frac{\text{tg } \sigma_2 - \text{tg } \sigma_1}{1 - \text{tg } \sigma_1 \cdot \text{tg } \sigma_2}$$

a z toho je úhel

$$\omega = \arctg \frac{s_x \cdot (s_{y_1} - s_{y_2})}{s_x^2 + s_{y_1} \cdot s_{y_2}} \quad (17)$$



Obr. 9

Z výsledku je patrné, že izočára nebude na rozhraní lomená / $\omega = 0$ / v případě $s_x = 0$ nebo $s_{y_1} = s_{y_2}$. Naopak maximální lom nastane tehdy, jsou-li spády s_{y_1} , s_{y_2} vzájemně protisměrné. K podobným závěrům dospějeme, volíme-li vztahy pro s_{x_1} , s_{x_2} .

Z výsledků lze usuzovat, že vykreslená izočára nebude v celém svém průběhu hladká, nýbrž bude složena z dílčích hyperbolických oblouků, přičemž lomy budou více či méně patrné. Vznik lomů na izočáře je dán v podstatě tím, že každý digitalizovaný plošný element je chápán a vyhodnocován izolovaně bez vztahu k elementům sousedním. Zlepšení průběhu izočáry lze dosáhnout buď zjemněním digitalizačního kroku d nebo do vyhodnocení zahrnout i okolí, tj. uvažovat a do vyhodnocení zavést interpolaci vyššího stupně pro plochu např. $3d \times 3d$.

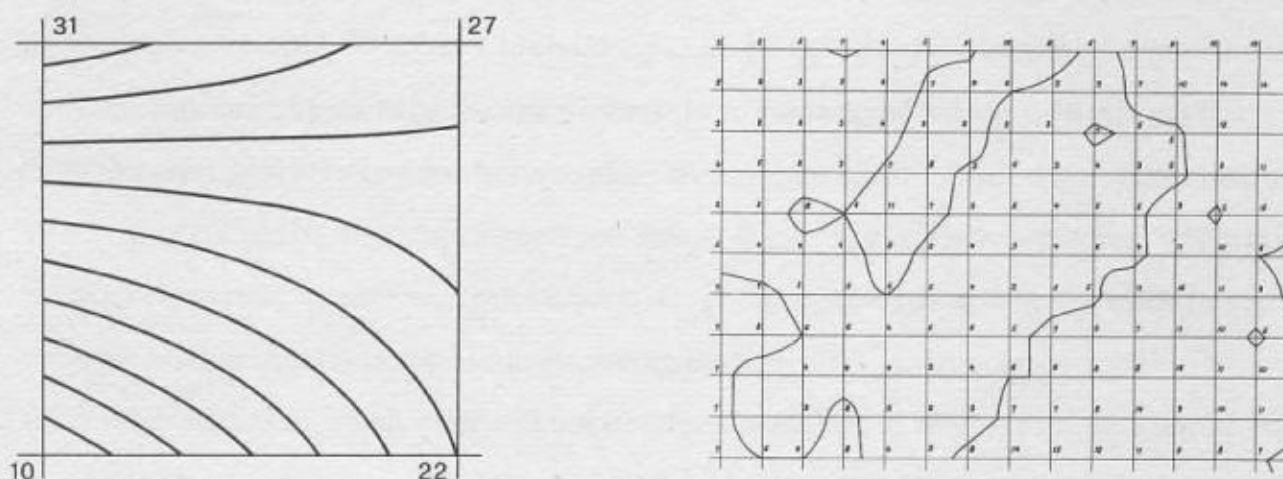
Jiným řešením je vypočítat pouze průsečíky izočáry se stranami čtverců a takto získaný lomený přímkový polygon pak nahradit vyrovnávací křivkou, např. kubickou parabolou v obecné poloze /viz [3]/. Takto "vyhlazené" izočáry lze použít skutečně jen pro potřeby kartografické, kdy je třeba uplatnit výtvarně estetické hledisko. Pro další početní práce je však toto uhlazení vrstevnic nevhodné, protože tím tuto v podstatě posunujeme do jiné polohy než je matematicky definováno, tj. nová izočára již neleží v přímkové ploše. Tato skutečnost by mnohdy

vedla k nejednoznačnostem a případně k chybám v případech, kdy do řešení dané úlohy zahrnujeme i body mimo vrstevnice.

Podobně můžeme vyšetřovat a konstruovat i spádnice, jako čáry kolmé na vrstevnice. Jejich směr σ_s proto snadno odvodíme ze vztahu (14)

$$\operatorname{tg} \sigma_s = \frac{S_y}{S_x} \quad (18)$$

Vyhodnocování pravidelného bodového pole na principu lineární plošné interpolace bylo předmětem experimentů, jejichž některé výsledky jsou uvedeny na následujících obrázcích tak, jak byly vykresleny přístrojem DIGIGRAF.



Obr. 10

Výsledky provedených experimentů jasně ukazují, že této metody rozhodně nelze použít k vyhodnocení a kresbě výškopisu na topografických mapách. Nestavíme-li do popředí estetickou úroveň grafických výsledků a vysokou přesnost, pak uvedených postupů lze mnohdy účelně použít. Řešení úloh v prostoru na topografické ploše nepozůstává totiž jen z vykreslení vrstevnic, ale z řady jiných problémů a úloh, kde použití lineární plošné interpolace zcela postačí. Nesporné výhody jsou právě v jednoduchosti, jednoznačnosti a rychlosti strojového vyhodnocení. Uvedené výhody jsou dány zejména tím, že každý bod, čára či plocha na modelu jsou po částech /tj. po jednotlivých plošných elementech/ velmi jednoduše a přitom jednoznačně matematicky definovány a že ke každému elementu lze pohodlně najít elementy sousední. Kromě toho lze bez obtíží provádět vyhodnocení i na rozsáhlých plochách, kde použití digitalizovaných vrstevnic je natolik komplikované, že k výsledkům nelze prakticky dojít.

V článku bylo poukázáno zejména na problematiku digitalizace izočar a digitalizace pravidelného bodového pole. Jeho napsání bylo motivováno především skutečností, že převážná většina úvah a koncepcí je zaměřena výrazně na digitalizaci vrstevnic a problém prostorového vyhodnocování reliéfu je mnohdy zužován pouze na otázku kresby vrstevnic. Jde však o problematiku v daleko širších souvislostech, a to jak z hlediska technického, tak vojenského. Otázka konstrukce vrstevnic je pouze jednou z mnoha prostorových úloh řešitelných na modelu. V článku byla tato problematika rozvedena zejména proto, že právě pomocí ní lze velmi dobře postihnout vlastnosti zvoleného modelu i způsobů jeho vyhodnocování.

Ukazuje se, že izočáry lze velmi dobře a s vysokým stupněm automatizace digitalizovat s použitím mapových podkladů a poměrně jednoduše a přesně je ve zvoleném měřítku znovu vykreslit. Pro kartografické použití je tedy problém v podstatě vyřešen a pro tyto účely je použití digitalizovaných vrstevnic velmi vhodné. Pro řešení jiných úloh na topografické ploše je naopak použití vrstevnic problematické vzhledem k obtížnosti vyhodnocení a zejména k nutnosti neefektivního testování vždy značného počtu souřadnic. Obtížné je i spojení informací na stycích jednotlivých mapových listů a jejich identifikace.

Naproti tomu je použití pravidelného bodového pole pro početní vyhodnocování všestranně výhodnější. Výhoda je dána především tím, že ke kterémukoliv souřadnicově danému bodu lze snadno a jednoduše určit a vyhledat body sousední. Výpočetní postupy jsou početně i programově jednoduché a přesnost lze zvýšit buď zjemněním digitalizačního kroku nebo početně zahrnout do vyhodnocení i okolí daného elementu např. použitím interpolace vyššího stupně. Rovněž vrstevnice lze jednoduše vykreslit postupy, které jsou již programově zpracovány, i když za cenu menší přesnosti a nižší grafické úrovně. Digitalizaci lze provádět v geodetických i relativních souřadnicích po vzájemně nezávislých částech /blocích/, které lze jednoduše vyhledávat ve vnější paměti a spojovat, rozdělovat či upravovat ve vnitřní paměti počítače. Problém velkého množství informací je jen zdánlivý, protože sebersáhlejší úlohu řešíme vždy po vhodných částech a vždy přitom pracujeme v omezeném území. Podstatným problémem je však otázka vhodného

modelu, který je digitalizací číselně zobrazován v paměti SAPO. V současné době by tento problém mohl být řešen jediné fotogrammetricky po částech, např. o rozměru 10 x 10 km.

Zdá se tedy, že vytvoření digitálního prostorového číselného modelu formou pravidelného bodového pole je univerzálnější, výhodnější a perspektivnější. Je zřejmé, že vzájemně jiný stupeň podrobnosti postačuje např. gravimetrii, geofyzice, letectví a jiný např. podrobnému mapování, vodohospodářskému stavitelství atd. Bylo by proto nejúčelnější vytvořit jediný a jednotný model topografického reliéfu terénu s takovou podrobností, aby ho mohly využívat nejrůznější vědecké, technické i vojenské disciplíny. Zejména je třeba stanovit velikost digitalizačního kroku α .

Vytvoření takového jednotného modelu a jeho digitalizace je jistě záležitostí mnoha let, i když by se na jeho realizaci podílely různé vojenské i civilní instituce. Nicméně tato otázka stojí za úvahu a vyžaduje i jednotnou koncepci. Vědeckotechnický pokrok a moderní metody technického projektování si zřejmě existenci jednotného digitálního modelu terénního reliéfu vynutí.

L I T E R A T U R A

- [1] Doc. Dr. B. Kepr: Základy diferenciální geometrie křivek a ploch, SNTL Praha 1955.
- [2] Prof. Dr. J. Vojtěch: Základy matematiky ke studiu věd přírodních, SNTL Praha.
- [3] Pplk. Ing. O. Krásný: Řešení obecné úlohy determinace liniové informace v digitálním tvaru s možností rektifikace, Sborník VTO 1/74.
- [4] Ing. F. Šilar, CSc.: Interpolace výšek pomocí digitálního modelu terénu, Geodet. a kart. obzor, čís. 10/1972.

Došlo 24. 2. 1975

Z nejstarších dějin zeměměřičství

Zeměměřičství a instituce je provozující nejsou sice "staré jako lidstvo samo", ale ve vyspělejší lidské společnosti má tradici poměrně dlouhou; lidé se jím soustavněji zabývají od doby, kdy vznikl stát, tedy přibližně pět tisíc let.

Proč se zeměměřičství objevuje v lidské společnosti až se vznikem složitějších třídních vztahů a posléze státu? Odpověď na tuto otázku nalezneme v charakteru předstátní rodové společnosti. Vzhledem k celkově rovnoměrnému rozložení majetku, který pro tuto společnost představovala hlavně půda, nevznikala potřeba nějakého přesnějšího měření polností a jejich rozdělování v přesně ohraničené celky, jak tomu bylo ve společnostech, kde se již vyskytovaly větší či menší pozemkové majetky. Tím tedy chyběl jeden z hlavních motivů vzniku zeměměřičství. Stejně tak nemusela tato společnost vykonávat větší a komplikovanější práce, vyžadující měřičské činnosti /např. kopání závlahových kanálů/. Je samozřejmé, že polnosti byly rozčleňovány i zde a že docházelo patrně i k určitým elementárním měřičským úkonům; tato měření však nebyla příliš přesná. Zbytky pravěkých polností v západoanglické oblasti Dartmooru, kde se díky nízké úrodnosti půdy, která nebyla po staletí obdělávána, zachovaly jejich hranice, vytyčené nízkými kamennými valy, dodnes ukazují způsob dělení zřetelně. Hlavní kostrou polností byl pruh vymezený dvěma kamennými valy, vzdálenými od sebe několik desítek metrů. Z tohoto pruhu pak byly dělicími příčnými kamennými zídkami vyčleněny různě široké úseky, určené patrně k obhospodařování jednotlivým členům rodu. Podle potřeby /vzrůstající počet členů rodu/ mohl být pruh polností na obou stranách nastavován. Velmi jednoduché celkové provedení, vyznačující se četnými nepravidelnostmi, svědčí o tom, že tu nebylo nějak úzkostlivě dbáno na přesné vyměření a že vše bylo nejspíše děláno "od oka". Velké přesnosti ostatně nebylo ani třeba, neboť

půdy bylo dost a nebyl problém v systému pokračovat a připojovat k němu další pozemky. Stejná je situace u pravěkých polí z jižní části Anglie, zjištěných letec-
kou fotografií: ačkoli tu jednotlivá pole zachovávají zhruba čtyřúhelníkový tvar, v jejich rozměrech lze zjistit takovou individuální variabilitu, že nelze dost dobře předpokládat nějaké přesnější měření.

Přesto však již v této fázi společenského vývoje zachycujeme v zeměměřič-
ství počátky velmi důležitých znalostí, a to astronomických. Zkoumáním Stone-
henge, stavby z mohutných kamenných bloků v jihozápadní Anglii, postavené zhru-
ba kolem r. 1700 př. n.l., bylo zjištěno, že velký kámen - stéla, stojící excentricky
mimo ústřední část památníku a na přístupové cestě k němu, označuje místo, kde
se v den letního slunovratu na obzoru objevuje Slunce /při pohledu ze středu stav-
by/. Z toho lze tedy vyvozovat, že pravěcí obyvatelé Evropy měli nikoli zanedba-
telné astronomické znalosti. Je možno se domnívat, že tyto znalosti byly využívá-
ny především pro náboženské kultury. Tam mohlo mít např. stanovení určitého dne,
kdy měly obřady začít, značnou důležitost a mohlo mít dokonce rozhodující vliv
na zdar obřadů samotných. Tyto dávné představy přešly ostatně částečně i do ná-
boženství křesťanského; dodnes jsou např. velikonoce určovány jako neděle po prv-
ním jarním úplňku - tedy určení dne náboženské slavnosti předpokládá alespoň
elementární pozorování astronomické.

Podstatně jiná je situace u vznikajících státních společností ve starém Před-
ním Východě - v Mezopotámii a v Egyptě. V Mezopotámii nenalezli první lidé,
kteří sestoupili z okolních hor do rozsáhlé náplavové nížiny, vzniklé činností řek
Eufratu a Tigridu, právě příznivé životní podmínky. Zemědělsky využitelné byly
patrně jen pozemky při březích řek a jejich ramen, které však často byly močálo-
vité a plné různých nepříjemných zvířat a hmyzu; dál od řeky se prostírala již
suchá poušť. Život tu znesnadňovalo i velmi horké podnebí. Zpočátku využívali li-
dé zřejmě obdělavitelných pozemků při řece a úzkostlivě půdou šetřili; jedna
z raných osad byla např. vybudována na umělém ostrůvku, vzniklém navršením
hromad rákosí na mělčině. Po nějakém čase však lidé zjistili, že při trvalém za-
vlažování lze zemědělsky využít daleko větších rozloh půdy a že tato půda je navíc
velmi úrodná. V tomto okamžiku patrně nastala potřeba určitých zeměměřičských
úkonů, kterou předtím společnost nepociťovala tak naléhavě. V první řadě byly nut-

né pro provádění zavlažovacích prací ve větším měřítku. I zavlažované půdy bylo jen určité, přesně ohraničené množství - a zde přistupuje neobyčejně důležitý problém sociální, totiž nutnost stanovit, co komu patří a velmi pečlivě vyměřit hranice polností, aby nedocházelo k nejasnostem co do vlastnictví půdy. K tomu přistupoval i fakt, že v této fázi došlo k velmi intenzívnímu celkovému rozvoji rané mezopotámské společnosti, jehož následkem byl i vznik prvních monumentálních staveb, při jejichž provádění byly bezpochyby měřičské práce rovněž nutné. Lze dovozovat, že k ustálení základních měřických prvků došlo v době kolem roku 3400 př.n.l., neboť nejstarší texty, vzniklé v této době a těsně po ní, už některé z těchto prvků obsahují. V seznamech polností, přidělovaných jednotlivcům, je rozloha polností uváděna v standardních plošných mírách, což ukazuje na stupeň obvyklosti měřických prací. Z této doby je také poprvé doložena existence úředníka, jehož úkolem bylo dohlížet na hospodaření s polnostmi a v důsledku toho také provádět měřičské práce. Tento úředník patřil k chrámovému hospodářství.

Z následujícího období dějin rané Mezopotámie, z doby sumerské /asi 3000-2000 př. n.l./ máme už o zeměměřičích celou řadu dokladů. Především se objevuje název profese, který velmi jasně udává způsob, jakým tehdy zeměměřiči svou práci prováděli. "Zeměměřič" se sumersky řekne lú-eš-gíd, tj. "ten, který prodlužuje /měřičský/ provaz". K měření stačily jednoduché pomůcky - měřičský provaz s označením délkových jednotek a snad ještě tyč k vizuálnímu označování bodů. K pomůckám zeměměřiče lze přidat i např. tabulky, které k jednotlivým délkovým mírám udávají jejich druhé mocniny, tedy plochy čtvercových rozloh o straně rovné právě určité délkové míře. Takových tabulek - psaných přirozeně na hliněné destičky za vlhka rákosovým písačkem - se zachovala celá řada. Zeměměřiči působili i nadále při jednotlivých chrámech a jejich hlavním úkolem bylo opět rozměřování polností. O tom svědčí jak řídce se vyskytující pojmenování zeměměřiče lú-éš-gána-gíd, tj. "ten, který na poli prodlužuje měřičský provaz", tak i doložky u některých seznamů přídelů polností, u nichž je na rubu textu připsána poznámka a-šà-gíd-da, tj. "měřené pole". Zde byla zřejmě rozloha pole přesně proměřena, aby mohly být stanoveny jednotlivé rozlohy, odevzdávané k obdělávání. Zeměměřiči však vykonávali i jiné práce: k nim patřilo snad i vyměřování státních hranic, jak o něm mluví sumerský historický text, vyprávějící,

že za doby krále Mesalima /2600 př. n.l./ se spolu znesvářila kvůli hranicím města Lagaš a Umma, že tento spor soudil král Mesalim, dal hranici vyměřit a postavit tam vztyčený kámen - stélu. Zde narážíme i na snahu pevného označení bodů, které v tomto případě splývalo s označením hranice městských států. Obdobně zřejmě vznikl popis hranic městského státu Ummy, napsaný o několik století později /kolem r. 2400 př. n.l./. Tento text je zajímavý tím, že vedle měřených délek uvádí také důležitější terénní body, kudy hranice probíhala: např. vodní toky nebo malá sídliště. Z doby kolem r. 2300 př. n.l. pochází první mapa Mezopotámie /a také nejstarší dosud známá mapa na světě/ na hliněné tabulce: je to sice jen hrubý náčrt bez měřítka, ale zcela jasně lze rozpoznat horstva obklopující Mezopotámii na východě, severu a severozápadě a obě velké řeky Eufrat a Tigris. Z konce 3. tisíciletí př. n.l./asi 2000 př.n.l./ pochází tzv. katastrální text sumerského krále Urnammu. Obsahuje popis hranic čtyř okresů jeho říše, asi v souvislosti s celkovou snahou tohoto krále o obnovení organizovaného chodu mezopotámské společnosti, rozvrácené v předchozí době dlouholetými válkami a nadvládou cizích kmenů. Hranice jednotlivých okresů jsou vymezeny dosti přesně a probíhají částečně po vodních tocích, částečně se jedná o myšlené čáry mezi důležitými body /např. pevnostmi nebo svatyněmi/.

Z obdobných základů jako v Mezopotámii vyrostlo patrně i zeměměřičství starověkého Egypta. Tam byl jeho vznik podporován navíc ještě i tím faktorem, že každoroční záplavy Nilu nanasly na pole silnou vrstvu úrodného bahna, čímž hranice mezi nimi zmizely a bylo třeba stanovit je znovu. Navíc i zde byly již od velmi rané doby kopány kanály, jejichž účelem bylo odvést v době záplav přebytečnou vodu do nádrží, aby mohla být použita v době sucha. Scénu, která pravděpodobně zobrazuje krále, provádějícího slavnostní začátek výkopu kanálu, a to již ve velmi dávné době /před r. 3000 př. n.l./ zachycuje reliéf na ozdobné kamenné hlavici kyje krále Štíra, uložené dnes v Oxfordu. Na rozdíl od Mezopotámie, kde spadalo zeměměřičství do hospodářských prací prováděných chrámy, byli v Egyptě za provádění měřičských prací v rámci celkového řízení závlahových činností zodpovědní správcové jednotlivých okresů, na něž byl staroegyptský stát rozdělen. Úřední titul těchto správců byl "výkopci kanálů".

Kromě úkolů, které plnilo egyptské zeměměřičství v oblasti běžných hospo-

dářských prací, bylo ještě třeba zajistit po měřičské stránce plánování a budování velkých staveb, a to zejména pyramid. K technickým podrobnostem je třeba podotknout, že samozřejmě i v Egyptě existoval již od nejstarších dob systém jednotných měr, kodifikovaný zde faraónem jakožto nejvyšším vládcem. Měřické pomůcky byly, tak jako v Mezopotámii, velmi jednoduché: měřicí provazy, zhotovené patrně z palmových nebo lněných vláken. Do jaké míry přesně byli egyptští měřiči schopni těchto pomůcek používat, ukazuje fakt, že mezi nejdelší a nejkratší stranou velké Chufevovy /Cheopsovy/ pyramidy v Gíze, která byla plánována jako čtverec, je rozdíl pouhých 20 cm /při celkové délce strany přes 200 m/. Jak se měření provádělo, ukazují reliéfy z období egyptské Staré říše /asi 2700-2200 př. n.l./. Postavy na nich vystupující /jedná se tu ovšem o krále a bohyni/ drží v ruce kolík s uvázaným měřičským provazem a palici k zatloukání. Vzhledem k tomu, že "obřad měření" se stal součástí náboženského rituálu /připomeňme si, že obdobně je tomu u katolické církve, která v postupu, předepsaném pro zakládání nového hřbitova, zachovala vyměřovací způsob starořímských geometrů/ a byl pak tradován po dlouhá staletí, zachoval se dokonce i výrok, který v rituálu pronáší král: "Chápu se kolíku a držím rukojeť palice. Držím s bohyní Sešat /měřičské/ lano".

Při měřičských úkonech, spojených se stavbou velkých pyramid, byla pochopitelně použita i celá řada poznatků z oblasti astronomie. Zde je třeba se zmínit o tom, že postup při astronomické orientaci pyramid, tak, jak bude v dalším textu vysvětlen, určil v jedné ze svých prací zesnulý profesor Karlovy univerzity Zbyněk Žába, a že tedy představuje významný přínos československé egyptologie ke světovému bádání o problematice dávných egyptských dějin a kultury. Vyložme nyní tento postup podrobněji.

Vzhledem k náboženským předpisům bylo zcela nezbytné, aby každá strana pyramidy byla přímo obrácena k jedné světové straně. Staří Egypťané neznali kompas a museli tedy polohu světových stran určit podle nebeských těles. Bylo přirozeně možné určit východ a západ přibližně podle východu a západu Slunce a sever podle Polárky, ale jen odhadované směry byly jistě nepřesné. Použitá metoda byla velmi jednoduchá, nevyžadovala složité techniky a byla - jak ukazují odchylky, které např. u Chufevovy gízské pyramidy činí hodnoty do 5 minut - poměrně přesná.

Měření bylo prováděno na již upravené skalní základně, kde měla nová pyrami-

da stát. Vzhledem k tomu, že bylo třeba umělého vodorovného horizontu, byla nejspíše postavena kruhová zeď, vysoká tak, aby přes ni nebylo vidět víc, než nebe, ale ne tak vysoká, aby člověk nemohl dosáhnout na její vrchol. Vodorovnosti vrcholu zdi se mohlo dosáhnout různě - např. i napuštěním vody do vnitřního prostoru zdi a přímým proměřením horizontály podle vodorovné hladiny. Když bylo toto vše vykonáno, postavil se do středu kruhové zdi pozorovatel, vybavený velmi jednoduchým pozorovacím zařízením. Toto zařízení zhotovovali Egypťané ze středního žebra palmového listu, do jehož rozšířeného konce - tam kde list nasedal na kmen - byla vertikálně vyříznuta štěrbina, která sloužila pozorovateli jako "hledí". Ke sledování byla vybrána některá z hvězd severní hvězdné oblohy, u níž byla zaznamenána poloha /vzhledem k pozorovateli/ při jejím východu na horizontu a při západu. Jakmile pozorovatel s palmovým žebrem, stojící uprostřed kruhové zdi, příslušnou hvězdu spatřil, povolal svého pomocníka, který umístil značku - nebo případně olovnici, kterou Egypťané v této době již také znali - na vrcholu cihlové zdi tak, aby oko pozorovatele, značka nebo upevnění olovnice a pozorovaná hvězda byly v jedné přímce. Celé pozorování pak bylo opakováno při západu této hvězdy a na vrcholu zdi byla umístěna další značka. Úhel sevřený poloměry kruhu v místech obou značek byl rozpůlen a tímto způsobem byla získána severojižní osa. K ní pak byla pravouhle připojena osa západovýchodní.

Kromě již zmíněných měřičských prací při kopání závlahových kanálů, spadajících do pravomoci správců okresů, se vyměřováním i astronomií zabývaly také egyptské chrámy. Proslulý tím byl zejména chrám boha Slunce v severoegyptské Héliopoli, kde se - již z povahy ústředního kultu - astronomii věnovala značná pozornost. Z okruhu héliopolského chrámu vyšel asi také muž, který nám v komplexnosti své osoby zanechal svědectví o prudkém rozvoji všech věd tehdejšího Egypta. Byl jím Imhotep, státník a velekněz, hlavně však stavitel vůbec nejstarší egyptské pyramidy faraóna Džoséra ze III. dynastie /asi 2700 př. n.l./, který se poprvé v dějinách architektury odvážil vystavět monumentální stavbu z kamene. Imhotep byl - soudě podle jeho titulu "náčelník pozorovatelů" - také výkonným astronomem a velice pravděpodobně také jako Džoserův "vrchní architekt" prováděl i práce měřičské. Je ostatně jasné, že k tomu, aby byl výše popsanou metodou stanoven severní směr, bylo třeba předběžného astronomického vzdělání nebo alespoň zobecnění již

nashromážděných zkušeností z většího počtu astronomických pozorování. Imhotep astronomem byl, a můžeme ho také, dovolíme-li si určitou volnost, nazvat prvním známým geometrem v historii. Rozhodně si takovýto titul zaslouží, neboť svým monumentálním architektonickým dílem - které by bez měřičských znalostí nebylo proveditelné - se zapsal do dějin lidstva památkou skutečně "kovu trvalejším".

Takto tedy došlo k vytvoření předpokladů pro vznik zeměměřičství a k jeho prvnímu velkému rozvoji. Potřeby zeměměřičství byly diktovány především stupněm sociálního vývoje společnosti; sociální pokrok v následujících obdobích historie také podmínil prudký rozvoj zeměměřičství, který vyvrcholil v naší době v mnohostrannosti a technické vyspělosti nauk o měření Země.

L i t e r a t u r a

Stonehenge: nejnověji Mellinková-Filip: Frühe Stufen der Kunst, Berlin, Propyläen-verlag 1974, str. 298 se starší literaturou.

Sumerové: všeobecně Fischer Weltgeschichte: Die altorientalischen Reiche I /kolektiv autorů/, Frankfurt am Main 1965.

Nápisy zmiňující se o rozměřování hranic: Sollberger, Corpus des inscriptions "royales" présargoniques de Lagaš, Genève 1956, texty 28-29, a též autor La frontière de Šara, Orientalia Nova Series 28, 1959, str. 336 a násl.

Texty s doložkami o měření polí - např. Babylonian Inscriptions in the Library of James B. Nies VIII, Yale University Press 1958 /zpracoval G. G. Hackmann/.

Egypt: velmi informativní je I. E. S. Edwards: The Pyramids of Egypt, London 1961 /2. vydání/.

Došlo dne 26. 9. 1975

СОДЕРЖАНИЕ

Клима: Устанавливание точности координат	1
Кутузов: Состояние и перспективы развития геодезии и картографии в СССР	17
Вагала: Определение аномалий средней кривизны геоида помощью оскулирующего эллипсоида	26
Бурша: Терестрические координатные системы неподвижно соединенные с фигурой Земли	34
Прахарж: Определение геодезических координат пункта с измеряемых направлений и длин выравниванием МНК	54
Фиксел: Использование метода высотной прямой линии при топографическом обеспечении боевых действий войск	71
Душатко, Новак, Голуб: Определение полного числового значения ускорения силы тяжести гравиметром с большим прямым размером без присоединения на гравиметрический пункт	88
Филипски: К проблематике трехмерной дигитализации топографических пространств	94
Харват: Из древней истории землемерия	110

INHALT

Klíma: „Ermittlung der Koordinatengenauigkeit“	1
Kutuzov: „Der gegenwertige Stand und die Entwicklungsperspektiven der Geodäsie und Kartographie in der UdSSR“	17
Vahala: „Bestimmung der Anomalien der mittleren Krümmung des Geoids mittels Oskulationsellipsoide“	26
Burša: „Die mit dem Erdkörper fest gebundenen terrestrischen Koordinatensysteme“	34
Prachař: „Bestimmung der geodätischen Koordinaten des Punktes von den gemessenen Richtungen und Strecken durch die Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate“	54
Fixel: „Ausnützung der Methode der Höhengerade bei der topographischen Sicherstellung der Kampftätigkeit der Truppen,“	71
Dušátko, Novák, Holub: „Bestimmung des vollen Wertes der Schwerebeschleunigung mit Hilfe eines Gravimeters mit grossem Umfang direkter Messung ohne Anknüpfung an den gravimetrischen Punkt“	88
Filipský: „Zu den Problemen der dreidimensionalen Digitalisierung der topographischen Flächen“	94
Charvát: „Aus der ältesten Geschichte der Erdmessung“	110